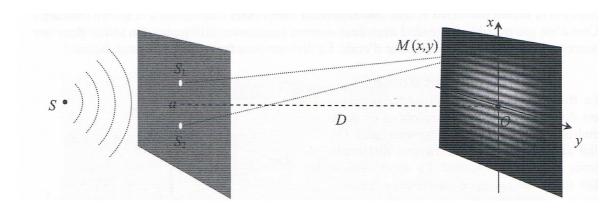
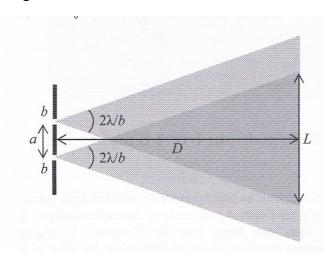
# INTERFERENCES PAR DIVISION DU FRONT D'ONDE : TROUS ET FENTES D'YOUNG

# <u>I- Etude du dispositif des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle monochromatique</u> <u>I-1 Description du montage :</u>



Une source S ponctuelle monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  éclaire un écran opaque percé de deux trous S1 et S2. Si la taille des trous n'est pas trop grande devant la longueur d'onde, l'onde va diffracter dans une certaine gamme de directions autour de celle de l'optique géométrique. Si  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le milieu d'indice n.



Un trou de diamètre b va essentiellement diffracter dans un cône d'angle au sommet  $\frac{2\lambda}{b}$  autour de la direction de l'optique géométrique.

Dans la zone de recouvrement des faisceaux diffractés par les deux trous, on observe des franges d'interférences.

Ces dernières sont observables dans toute la zone de recouvrement des faisceaux : on dit que les interférences sont non localisées .

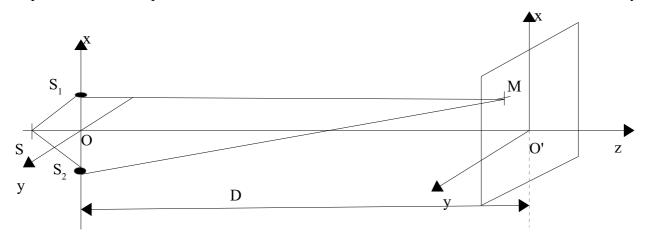
Tout se passe comme si la lumière était issue de deux sources S1 et S2 cohérentes appelées sources secondaires.

Dans la suite on considère que l'on observe les interférences à grande distance : a << D , |x| << D et |y| << D .

La zone dans laquelle les franges d'interférence sont visibles s'appelle le champ d'interférences. Sur l'écran la zone d'interférence a pour largeur angulaire environ  $\frac{2\lambda}{h}$  et sa largeur  $L \approx \frac{2\lambda}{h}D$ .

# <u>I-2- Calcul de la différence de marche ( ou de chemin optique ) en M dans le cas où la source est située</u> sur la médiatrice des deux trous :

L'étude sera faite dans un milieu linéaire homogène et isotrope d'indice de réfraction n . Pour décrire les interférences, il faut déterminer la différence de phase  $\Phi(M)$  entre les deux rayons qui se superposent au point M de l'écran pour ce faire il faut donc calculer la différence de marche entre ces deux rayons .



$$S_1S_2=a$$

 $\text{Les coordonn\'ees des points M, S}_1 \text{ et S}_2 \text{ sont}: \quad M\left(x\,,y\,,D\right) \;\;,\;\; S_1\left(\frac{a}{2}\,,0,0\right) \;\;,\;\; S_2\left(\frac{-a}{2}\,,0,0\right)$ 

La différence de marche entre les deux ondes interférant au point M s'écrit donc :

$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = n(S_2M - S_1M) = n\frac{ax}{D}$$

On en déduit la différence de phase et l'ordre d'interférence au point M :

$$\Phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n \, ax}{D}$$

Ainsi que l'ordre d'interférence au point M:

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{nax}{\lambda_0 D}$$

#### I-3 Eclairement et forme des franges :

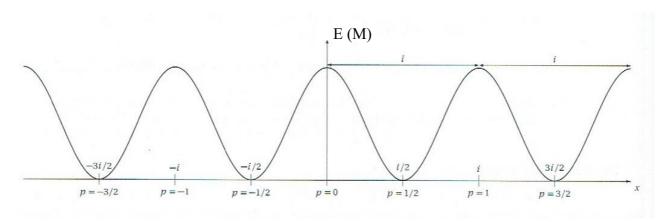
Si on considère que les vibrations ont même amplitude et que l'éclairement produit par une vibration vaut  $E_0$ , l'éclairement ( ou intensité ) en un point M de l'écran s'écrit :

$$E(M) = 2E_0(1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nax}{D}))$$

Les franges, lieux d'égal éclairement, sont rectilignes d'équation x = cste et sont non localisées . L'éclairement présente une périodicité spatiale en x, noté i, appelée interfrange et qui est égal à  $i = \frac{\lambda_0 D}{2}$ 

On peut réécrire l'éclairement sur l'écran sous la forme : 
$$E(M) = 2E_0(1 + \cos(\frac{2\pi x}{i}))$$
.

L'évolution de l'éclairement sur l'écran est représentée ci-dessous . Sur la courbe figure également les valeurs des ordres d'interférence des maxima et minima d'intensité .



<u>Les franges brillantes</u> sont situées aux points d'abscisses  $x_k$  tels que :

En x = 0 on obtient la frange brillante d'ordre d'interférence nul = frange centrale.

La distance entre deux franges consécutives brillantes est égale à l'interfrange  $i = \frac{\lambda_0 D}{na}$ 

<u>Les franges sombres</u> sont situées aux points d'abscisses  $x_k$  tels que :

La distance entre deux franges consécutives sombres est égale à l'interfrange  $i = \frac{\lambda_0 D}{na}$ 

La distance entre deux franges brillante et sombre consécutives vaut  $\frac{i}{2}$ 

Evaluation du nombre de franges visibles : on prend n = 1

Sur l'écran la largeur L du champ d'interférence peut être estimé à  $L \approx \frac{2 \lambda_0}{b} D$ 

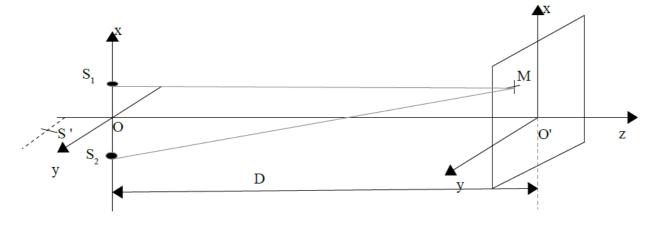
Le nombre N de franges visibles peut être estimé à :  $N \approx \frac{L}{i} = \frac{2\lambda_0 D a}{b\lambda_0 D} = \frac{2a}{b}$ .

En prenant a = 1 mm,  $b = 200 \mu m$  on obtient  $N \approx 10$ 

Seules une dizaine de franges seront visibles.

## I-4- Translation de la source ponctuelle :

# a- Translation selon (y'y):



Supposant que l'on translate la courbe selon ( y'y) , on appelle S' la nouvelle position de la source .

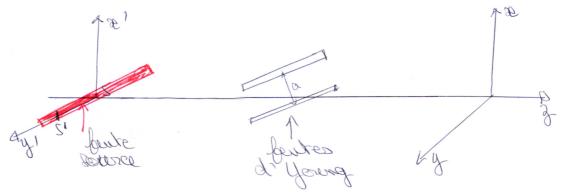
$$\delta'(M) = (S'M)_2 - (S'M)_1 = (S'S_2) - (S'S_1) + (S_2M) - (S_1M)$$

Or 
$$(S'S_2)=(S'S_1)$$
 d'où  $\delta'(M)=(S_2M)-(S_1M)=\delta(M)=n\frac{ax}{D}$ 

La translation de la source dans une direction orthogonale à la direction des deux trous ne change pas la différence de marche entre les deux vibrations et donc ne change pas la figure d'interférences .

On pourra de même éclairé le dispositif par un « fil lumineux » parallèle à ( y'y) sans modifier la figure d'interférences .

Remarque : dispositif des fentes d'Young éclairé par une fente source .



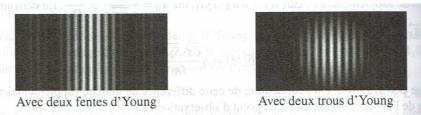
La différence de marche entre deux vibrations issues d'une source ponctuelle située dans le plan médiateur des fentes est indépendante de y .

Les différents points d'une source matérielle étendue se comportent comme des sources ponctuelles distinctes et donc incohérentes entre elles . Chaque point source donne un système de franges, les différents systèmes de franges ont même caractéristiques ( même interfrange, même forme ... ), les franges s'étalent juste le long d'un segment d'équation d'équation y = cste différents .

On obtient donc, si la dimension de la fente source selon la direction (S x') est faible, des franges bien contrastées et de longueur plus importante selon (Oy).

Les calculs pourront donc être menés de la même manière que pour une source ponctuelle.

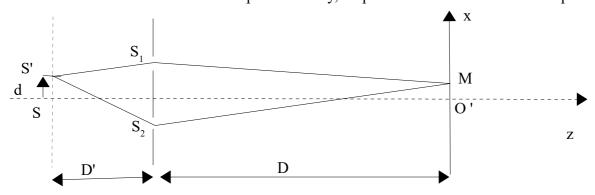
Aspect visuel : dispositif des fentes d'Young et trous d'Young éclairés par une fente source fine monochromatique ( de longueur d'onde  $\lambda$  ) parallèle aux fentes et orthogonale à l'axe des deux trous : On obtient les figures suivantes :



On observe la figure d'interférences ( franges rectilignes équidistantes ) à l'intérieur de la tâche centrale de diffraction de largeur angulaire  $\frac{2\lambda}{b}$ , b étant la largeur d'une ouverture .

#### b- Translation dans la direction (x'x):

La différence de marche en M étant indépendante de y, on peut travailler avec un schéma plan.



On suppose que l'on réalise une translation vertical  $\vec{SS}'=d\vec{e}_x$  de la source ponctuelle . Cette fois-ci, les trajets optiques  $(S'S_2)et(S'S_1)$  sont différents, la nouvelle différence de marche  $\delta'(M)$  s'écrit :

Si  $d \ll D'$  et a << D alors, le calcul de la différence de marche  $(S'S_2)-(S'S_1)$  peut se faire de la même manière que la différence des trajets  $(S_2M)-(S_1M)$ . La différence de marche en M vaut alors :

L'ordre d'interférence en M est donnée par :

L'éclairement en M est donné par :

Déterminons par exemple la position des franges brillantes :

La translation verticale vers le haut de la source a provoqué un déplacement en bloc vers la bas de la figure d'interférence, l'interfrange restant inchangé.

## Remarque 1:

L'expression de l'éclairement au point M  $E(M)=2E_0(1+\cos(\frac{2\pi}{\lambda_0}(\frac{nax}{D}+\frac{nad}{D'})))$  permet de retrouver l'évolution de la figure d'interférence suite au déplacement de la source .

En effet la période de l'éclairement est la même que dans le cas 1-3- et donc l'interfrange est inchangée . De plus la translation a eu pour effet l'ajout d'un terme de phase constant, ce qui se traduira sur la courbe représentant l'éclairement par une translation de celle-ci d'où un déplacement en bloc du système de frange . La détermination de la position de la frange correspondant à l'ordre 0 permet de déterminer le sens et la valeur du décalage .

#### Remarque 2:

Pour trouver le sens du décalage des franges, on peut faire une étude qualitative en s'intéressant à la frange d'ordre  $\mathbf{0}$  .

L'ordre 0 correspond à l'égalité des trajets optique, depuis la source, entre les deux vibrations interférant au point M .

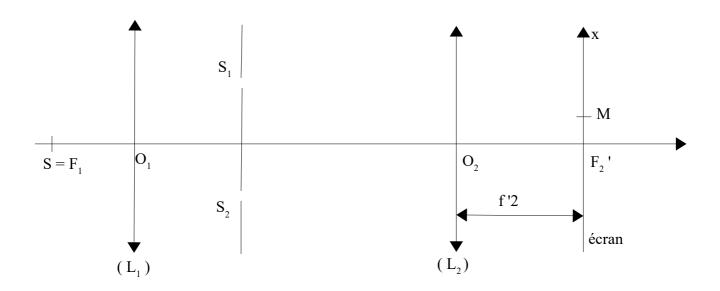
- $\rightarrow$  Si la source S est sur l'axe ( z'z) ,  $(SS_2)=(SS_1)$  , la différence de marche est nulle lorsque  $(S_2M)=(S_1M)$  , c'est à dire lorsque M est confondu avec O .
- $\rightarrow$  Si la source est translatée vers le haut position S',  $(S'S_2)>(S'S_1)$  le point M pour lequel l'ordre d'interférence est nul est donc tel que  $(S_2M)<(S_1M)$ , il est donc situé sous le point O ce qui implique une translation des franges vers le bas .
- $\rightarrow$  Si la source est translatée vers le bas position S',  $(S'S_2)<(S'S_1)$  le point M pour lequel l'ordre d'interférence est nul est donc tel que  $(S_2M)>(S_1M)$ , il est donc situé au dessus du point O ce qui implique une translation des franges vers le haut .

#### I-5- Utilisation de lentilles dans les montages :montage de Fraunhofer.

Le but est d'éclairer le montage par une onde plane et d'obtenir des interférences entre des ondes diffractées dans la même direction  $\theta$ , l'amplitude de l'onde diffractée dans la direction  $\theta$  dépendant de  $\theta$  cela permet d'avoir des interférences entre vibrations de même amplitude et d'être alors dans les conditions optimales d'observation .

Les vibrations, qui interfèrent en un point M de l'écran, sont diffractée dans la même direction par les trous d'Young si l'écran est placé dans le plan focal image d'une lentille convergente.

De plus pour éclairer le dispositif par une onde plane, il faut que la source soit placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente, on obtient donc le montage suivant .



L'écran étant dans le plan focal image de ( $L_2$ ), deux rayons interférant au point M sont parallèles entre eux après passage par les trous d'Young et sont parallèles à la direction ( $O_2M$ ).

<u>Calculons la différence de marche entre deux rayons interférant au point M dans le cas où la source est sur l'axe .</u>

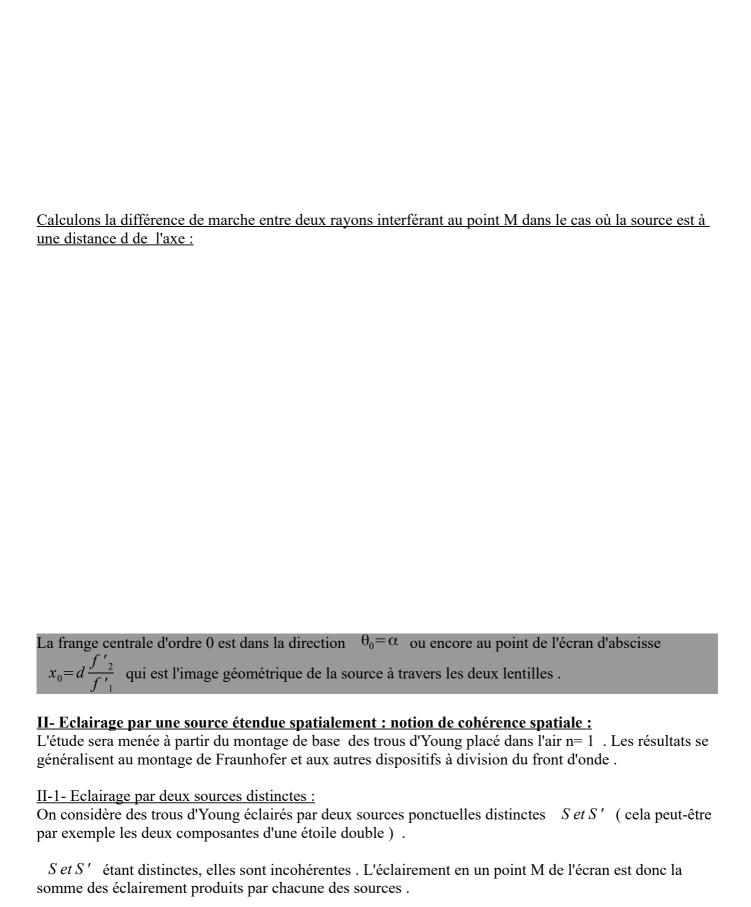
$$\frac{1}{\delta}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SS_2) - (SS_1) + (S_2M) - (S_1M)$$

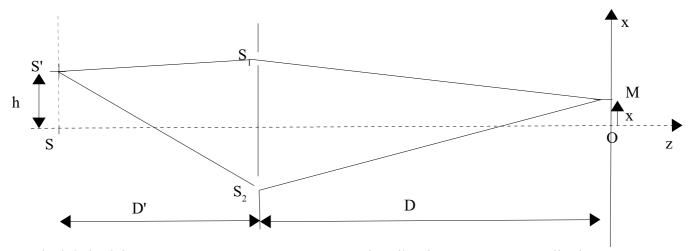
D'après le théorème de Malus les surfaces d'onde sont normales aux rayons en leur points d'intersection .  $S_1$  et  $S_2$  sont donc sur la même surface d'onde relative à  $S_2$ , on en déduit donc que  $(SS_2)=(SS_1)$  .

Imaginons maintenant que l'on place une source ponctuelle en M et intéressons nous aux deux rayons issus de M arrivant sur  $S_1$  et  $S_2$ .

[ $S_1$ H] est orthogonal aux rayons issus de M, et sont donc sur une même surface d'onde relative à S. On en déduit donc que  $(MS_1)=(MH)$ . En vertu du principe du retour inverse de la lumière, on en déduit donc que, pour les rayons issus de S,  $(S_1M)=(HM)$ .

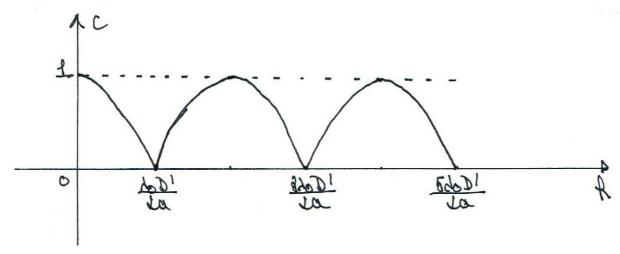
D'où 
$$\delta(M) = (S_2M) - (S_1M) = (S_2H) + (HM) - (S_1M) = (S_2H) = nS_2H$$





Calcul de l'éclairement en M en supposant que toutes les vibrations ont même amplitude .

Evolution du contraste et de l'éclairement avec h :



Chaque source donne le même système de franges ( même forme des franges et même interfrange ) . Lorsque la source S' s'éloigne de l'axe le système de franges qu'elle produit subit une translation en bloc ( vers le bas si elle se déplace vers le haut et vers le haut si elle se déplace vers le bas ) .

- → Lorsque h = 0, <u>les deux systèmes de franges sont en coïncidence</u> les franges brillantes ( respectivement les franges sombres ) du système de franges créé par S coïncident avec les franges brillantes ( respectivement les franges sombres ) du système de franges créé par S' . Les franges brillantes sont parfaitement brillantes et les franges sombres parfaitement noires, le contraste vaut 1 .
- → Lorsque h augmente, le système de franges créé par S' se décale vers le bas, les franges brillantes (respectivement sombres) des deux systèmes de franges ne coïncident plus, le contraste diminue.

$$\rightarrow$$
 Pour  $h = \frac{\lambda_0 D'}{2a}$ , les deux systèmes de franges se retrouvent en anti-coïncidence: les franges

brillantes (respectivement sombres) du système produit par S coïncident avec les franges sombres (respectivement brillantes) du système produit par S'. Le contraste s'annule, on ne peut plus distinguer les franges brillantes des franges sombres (éclairement uniforme), on dit qu'il y a brouillage des franges.

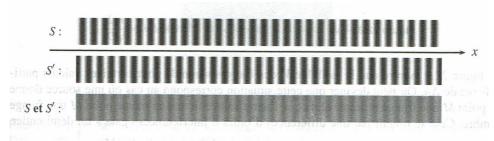
Il y aura brouillage des franges lorsque C = 0 c'est à dire lorsque  $h = \frac{\lambda_0 D'}{2a} + k \frac{\lambda_0 D'}{a}$ . La plus petite

valeur de h assurant le brouillage étant  $h = \frac{\lambda_0 D'}{2a}$ .

# Aspect visuel:

Dispositif des trous d'Young éclairé par deux sources ponctuelles S et S' monochromatiques de même

longueur décalées l'une par rapport à l'autre.



Chaque source donne un système de franges . Les deux systèmes ont même interfrange et sont décalés l'un par rapport à l'autre . Selon le décalage le contraste des franges va être plus ou moins grand et s'annulera lorsque les franges brillantes du système produit par S coïncident avec les franges sombres du système produit par S' .

Autre méthode pour retrouver les conditions d'anti-coïncidence :

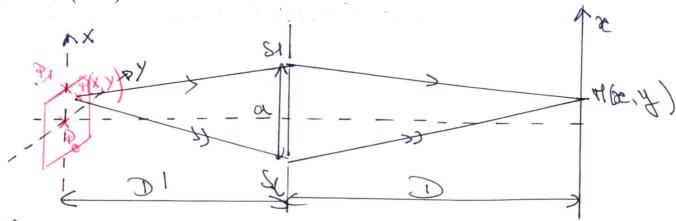
On peut également, pour trouver les conditions d'annulation du contraste, travailler avec les ordres d'interférence au point M relatifs au sources S et S'.

Il y aura anti-coïncidence lorsqu'au point M la différence des ordres d'interférence  $p_{S'}(M) - p_S(M)$  sera égale à  $k + \frac{1}{2} avec \, k \in \mathbb{N}$ .

#### II-2- Source étendue:

#### a- Etude qualitative :

On considère une source monochromatique spatialement étendue, centrée sur  $P_0$  et de dimension h selon la direction ( X' X ).



La source peut-être considérée comme un ensemble de sources distinctes et donc incohérentes entreelles

Chaque point source va créer son propre système de franges. Les différents systèmes de franges ont même interfrange mais sont décalés les uns par rapport aux autres.

Les franges brillantes et sombres des différents systèmes ne coïncident pas, le contraste diminue et peut même s'annuler ( brouillage des franges ).

#### b- Critère semi-quantitatif de brouillage:

La différence de marche en M entre deux vibrations issues d'un point P de la source est :

Pour évaluer les contraintes sur la dimension de l'ouverture, on utilise le critère semi-quantitatif suivant : on considère qu' il y a brouillage en M si l'écart entre les ordres d'interférences produit par un point  $P_0$  au centre de la source et le point  $P_1$  au bord de la source ( écart évalué sur la moitié de l'étendue spatiale de la source ) est supérieur à  $\frac{1}{2}$ .

L<sub>s</sub> est la longueur de cohérence spatiale de la source.

Si les dimensions de la source sont très inférieures à  $L_{\scriptscriptstyle S}$ , les interférences sont quasiment les mêmes que pour une source ponctuelle .

Si les dimensions de la source sont supérieures à  $L_{\rm S}$ , les interférences sont brouillées,on dit que dans ce cas la source est peu cohérente spatialement .

#### Application numérique :

D' = 0,5 m a = 1 mm  $\lambda$  = 500 nm  $L_s$  = 0,25 mm très faible

Pour les dispositifs à division du front d'onde, la longueur de cohérence spatiale est très faible, l'utilisation de sources étendues brouillent les figurent d'interférences.

#### III-- Eclairage en lumière polychromatique :

## III-1 Eclairage par un doublet :

On reprend le montage de base des fentes d'Young éclairé par une source ponctuelle située sur l'axe, les résultats établis ci-dessous se généralise pour une source en dehors de l'axe et pour les autres dispositifs interférentiels.

La source S n'est plus monochromatique . Son spectre comporte deux raies monochromatiques de longueurs d'onde proches  $\lambda_1$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$  avec  $\Delta \lambda \ll \lambda_1$  : doublet .

On supposera que toutes les vibrations émises par la source ont même amplitude au point M .

Deux vibrations de longueurs d'onde  $\lambda_1 et \lambda_2$  ayant des pulsations différentes, elle sont incohérentes entre elles, l'éclairement sur l'écran est donc égal à la somme des éclairements produits par chaque vibration.

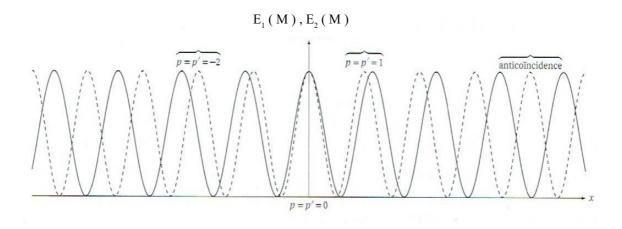
Les vibrations de longueur d'onde  $\lambda_1$  produisent sur l'écran un éclairement :

Les vibrations de longueur d'onde  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$  produisent sur l'écran un éclairement :

### Etude qualitative de l'éclairement résultant :

Les interfranges étant différents les maxima ( respectivement les minima ) des deux systèmes de franges se décalent progressivement lorsqu'on s'éloigne du centre ( x = 0 ) .

Le tracé ( réalisé, pour des raisons de visibilité, avec un écart de longueurs d'onde relativement important ) des deux éclairements en fonction de x donne :



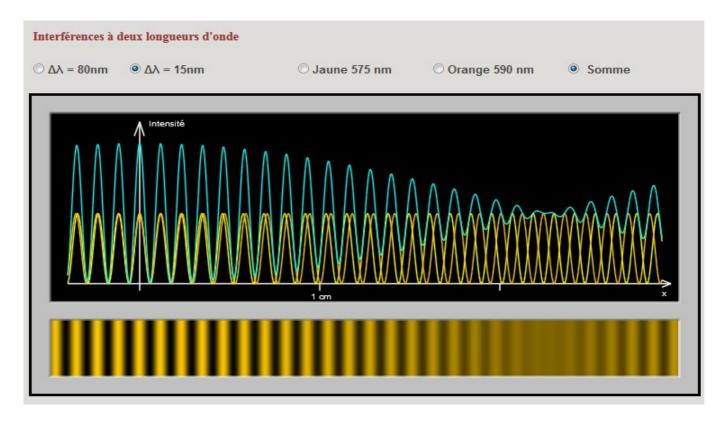
Au voisinage de x = 0 les franges brillantes (respectivement les franges sombres) des deux systèmes sont quasiment en coïncidence, les franges seront bien visibles, on observera quelque chose de proche du cas d'une source monochromatique, le contraste est proche de 1.

Lorsqu'on s'éloigne de x=0, les franges brillantes ( respectivement sombres ) des deux systèmes se décalent, le contraste diminue jusqu'à atteindre une zone de brouillage où une frange sombre d'un des système de franges coïncide avec une frange brillante de l'autre le contraste s'annule, il y a brouillage des franges .

Ensuite le décalage continue, le contraste augmente à nouveau puis diminue et ainsi de suite.

Le contraste est donc variable sur l'écran et dépend du point d'observation.

Etude quantitative de l'éclairement résultant :



# Remarque 1:

On peut retrouver les zones de coïncidence et d'anti-coïncidence à partir des ordres d'interférence.

## Remarque 2:

Les brouillages vont être observés pour des ordres d'interférence très élevés ( cf exercice ), elles ne seront observables qu'avec des dispositifs permettant d'observer des ordres d'interférence élevés .

## III-2 Source à spectre étendu :

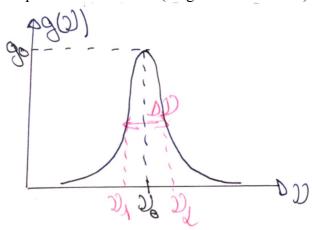
# a- Introduction:

Une raie n'est jamais rigoureusement monochromatique (effet Doppler, émission de durée finie ...).

L'intensité  $dI_S(v)$  délivrée par une source pour des fréquences comprises entre vet v+dv s'écrit :  $dI_S(v)=g(v)dv$  où g(v) est le profil spectral de la source .

 $v_0$  étant la fréquence du maximum d'émission

 $v_2 - v_1 = \Delta v$  étant la largeur spectrale de la source ( largeur à mi hauteur ).



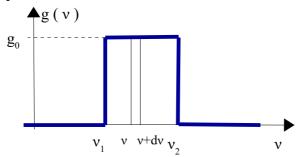
Une source à spectre continu se décompose en une infinité de sources monochromatiques.

Chaque fréquence ( ou longueur d'onde ) crée son propre système de franges d'interférences, les différents systèmes ont des interfranges différents .

Pour la frange centrale l'ordre d'interférence est nul pour toutes les longueurs d'onde, autour de cette frange le contraste est bon, en s'éloignant de la frange centrale, les franges brillantes et sombres des différents systèmes ne coïncident pas, il y a brouillage.

## b- Calcul de l'intensité dans le cas d'un profil rectangulaire :

On considère le profil spectral suivant :



On découpe le profil en bandelettes de largeur dv suffisamment faibles pour être considérées comme monochromatique,

On admet que l'intensité produite par une bandelette est proportionnelle à d v.

L'intensité produite en M par une bandelette de fréquences comprises entre v + dv s'écrit :

Les différentes bandelettes étant incohérentes entre elles, l'intensité est la somme (continue) des intensités produites par chacune des bandelettes découpées dans le profil, d'où :

#### c- Critère semi-quantitatif de brouillage :

L'étude précédente nous permet d'établir un critère semi-quantitatif de brouillage.

Critère de brouillage : on considère qu'il y a brouillage des franges lorsque la différence des ordres d'interférences correspondant à la demi-largeur du spectre ( c'est la dire des ondes de fréquence  $v_0$  et de celles de fréquence  $v_2$ ) est supérieure à  $\frac{1}{2}$ .

$$p_{\nu_2}(M) - p_{\nu_0}(M) = \frac{(\nu_2 - \nu_0)\delta}{c} = \frac{\Delta \nu}{c} \delta$$

Brouillage lorsque :  $\frac{\Delta v}{c} \mid \delta \mid \geq \frac{1}{2} \quad d'où \mid \delta \mid \geq \frac{c}{\Delta v} = L_c$  avec  $L_c$  longueur de cohérence temporelle de la source

Si  $\Delta t_{12}$  est la différence des temps de parcours des vibrations, il y aura brouillage si  $\Delta t_{12} = \frac{|\delta|}{c} \ge \frac{1}{\Delta \nu} = \tau_c$  temps de cohérence de la source

Plus le spectre de la source est étendu, moins il y aura de frange visibles, moins la cohérence temporelle de la source sera bonne .

#### II-3-Observation en lumière blanche : (trous d'Young)

La lumière blanche est constituée des radiations électromagnétiques dont la longueur d'onde est comprise entre  $0.4 \mu m$  et  $0.8 \mu m$ , ce qui correspond à une longueur de cohérence  $L_c = 0.9 \, \mu m$ . Cette valeur est très faible, avec le critère ci-sessus, on trouve que l'on pourra observer des interférences pour p<2. On observera une figure d'interférence non brouillée uniquement autour de la différence de marche nulle .

Pour une longueur d'onde  $\lambda_i$ , l'ordre d'interférence en M s'écrit  $p(M) = \frac{ax}{\lambda_i D}$  pour un milieu d'indice 1. Pour la longueur d'onde  $\lambda_i$ , on observe un système de franges rectilignes d'interfrange  $\frac{\lambda_i D}{a}$ , en  $\mathbf{x} = 0$  on observe une frange brillante .

Les systèmes de franges associés aux différentes longueurs d'onde se superposent car ces différentes longueurs d'onde sont incohérentes entre elles .

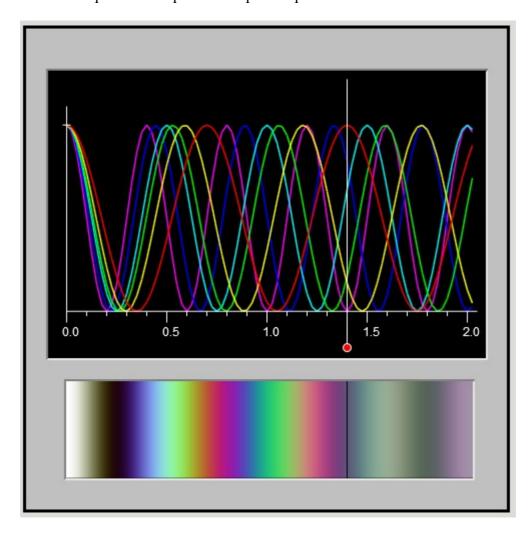
En x=0, l'ordre d'interférence est nul pour toutes les longueurs d'onde , on observe donc une frange brillante blanche de même composition spectrale que la source . Cette frange centrale est bordée de deux franges noires . Ensuite la structure des franges disparaît et laisse place à des irisations colorées ( les couleurs qui correspondent à un ordre d'interférence proche d'un entier dominent ) .

Ensuite, on retrouve de la lumière blanche grisâtre appelée <u>blanc d'ordre supérieur</u>. Celui-ci n'a pas la même composition spectrale que la lumière émise par la source. En effet, en un point de cette zone, l'éclairement associé à certaines longueurs d'onde est nul, ce sont les longueurs d'onde pour lesquelles l'ordre d'interférence en ce point est demi-entier. Si on décompose, à l'aide d'un spectroscope, la lumière en un point du blanc d'ordre supérieur, on observe le spectre de la lumière blanche dans lequel figure des raies sombres, appelées cannelures, ces cannelures correspondent aux longueurs d'onde dont l'ordre d'interférence au point d'observation et demi-entier. Le spectre obtenu est appelé <u>spectre cannelé</u>.

Au point d'abscisse  $x_1$ , les longueurs d'onde  $\lambda_i$  éteintes vérifient :

$$p_{\lambda_i}(x_1) = \frac{a x_1}{\lambda_i D} = k + \frac{1}{2}$$
 avec k entier et  $400 \, nm < \lambda_i < 800 \, nm$ .

La figure ci-dessous représente l'aspect visuel pour la partie x>0 .



L'image ci-dessus représente un spectre cannelé .

