

DM6 interféromètre de Michelson.

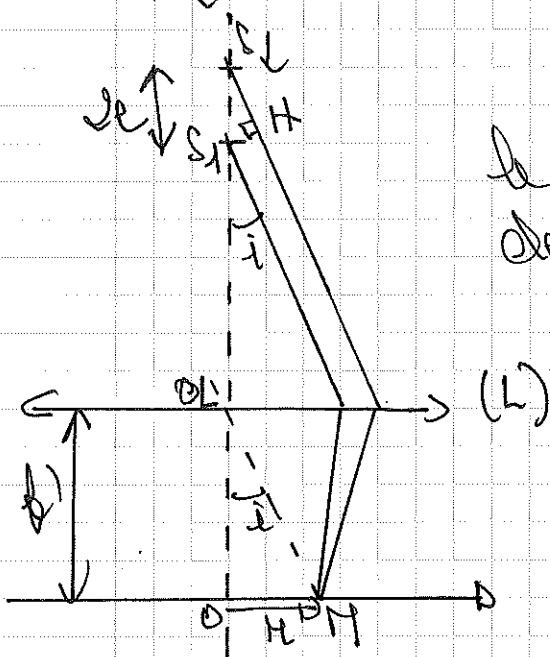
I - Etude en lame d'air:

1 - lorsque $\delta A_1 = \delta A_2$, on se trouve au contact optique, $\delta = 0$ en tout point de l'écran, l'éclairement est donc uniforme (tache plate).

2 - a - 2' interféromètre est en configuration lame d'air et éclairé par une source étendue, les interférences sont des cercles concentriques localisés à l'infini.

b - Le système est équivalent à 2 sources secondaires S_1 et S_2 images de la source primaire à travers les 2 voies de l'interféromètre.

$$S_1 S_2 = 2e$$



$\delta(M) = (S_1 H)$ d'après le principe du chemin inverse de la lumière et le théorème de Malus.

$$\delta(M) = 2e \cos(i)$$

D'après la formule de Fresnel: (2)

$$E(M) = \frac{E_{\max}}{2} (1 + \cos(\sqrt{\frac{2}{\lambda}} \delta))$$

$$E(M) = \frac{E_{\max}}{2} (1 + \cos(\sqrt{\frac{2}{\lambda}} d \cos i))$$

3 - $P_0 = \frac{2e}{\lambda}$

AN: $P_0 = \frac{2 \times 1,1 \cdot 10^{-3}}{546 \cdot 10^{-9}} = 4014,8$

4 - L'ordre d'interférence décroît à partir du centre.

La 1^{ère} frange brillante a pour ordre d'interférence $p_1 = 4017$, la 3^{ème} frange brillante a pour ordre $p_3 = 4015$

$$p_3 = \frac{2e}{\lambda} \cos(i_3) \approx \frac{2e}{\lambda} (1 - \frac{i_3^2}{2})$$

Or $r_3 = f' \tan(i_3) \approx f' i_3$.

$$\frac{i_3^2}{2} = 1 - \frac{p_3 \lambda}{2e} = 2 - \frac{p_3 \lambda}{e}$$

$$r_3 = f' \sqrt{2 - \frac{p_3 \lambda}{e}}$$

AN: $r_3 = \sqrt{2 - \frac{4015 \times 546 \cdot 10^{-9}}{1,1 \cdot 10^{-3}}}$

$r_3 = 3,4 \text{ cm}$.

5 - 1^{er} anneau sombre : $p_1' = 4014,5$
 2^e " " : $p_2' = 4016,5$
 3^{ème} " " : $p_3' = 4018,5$

De même que précédemment,

$$r'_5 = f' \sqrt{1 - \frac{p^2}{e^2}}$$

AN: $r'_5 = f' \sqrt{1 - \frac{4028,5 \times 5462 \cdot 10^{-9}}{1,1 \cdot 10^{-3}}}$

$r'_5 = 4,6 \text{ cm}$

6 - $i_{\max} = 2,50$

L'ordre d'interférence minimal vaut
 $p_{\min} = \frac{de}{\lambda} \cos(i_{\max})$

AN: $p_{\min} = 4020,3$

or $p_{\max} = p_0 = 4027,8$

On peut voir 8 franges brillantes
 et 8 franges sombres -

7 - $p = \frac{de}{\lambda} \cos(i)$

Pour p fixé, lorsque e augmente,
 $\cos(i)$ diminue donc i augmente.
 Les anneaux semblent sortir du
 centre et de plus en plus d'anneaux
 sont visibles lorsque e augmente.

8 - La lame induit une différence
 de marche supplémentaire.

$$(S/N)_{\text{lame}} = (S/N)_{\text{lame}} + \lambda(n-1)e$$

La nouvelle différence de marche vaut $\delta' = \lambda e \cos(i) - \lambda(n-1)e'$
 $p' = \frac{\lambda e \cos(i)}{\lambda} - \frac{\lambda(n-1)e'}{\lambda}$

On a donc $p(i=0) - p(i=0) = -\frac{\lambda(n-1)e'}{\lambda}$

$$p'(i=0) - p(i=0) = -\frac{\lambda \times 0,517 \times 9,6 \times 10^{-6}}{546,2 \times 10^{-9}}$$

$$p'(i=0) - p(i=0) = -18,2 \quad (p(i=0) = 4009,6)$$

18 franges brillantes défilent au centre.

g - Les 2 longueurs d'onde étant incohérentes, l'intensité est la somme des intensités produites par chaque longueur d'onde.

$$E(\delta) = E_1(\delta) + E_2(\delta)$$

$$E(\delta) = E_{\max} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \delta\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \delta\right) \right)$$

$$E(\delta) = E_{\max} \left(1 + \cos\left(\pi(\sigma_1 - \sigma_2)\delta\right) + \cos\left(\pi(\sigma_1 + \sigma_2)\delta\right) \right)$$

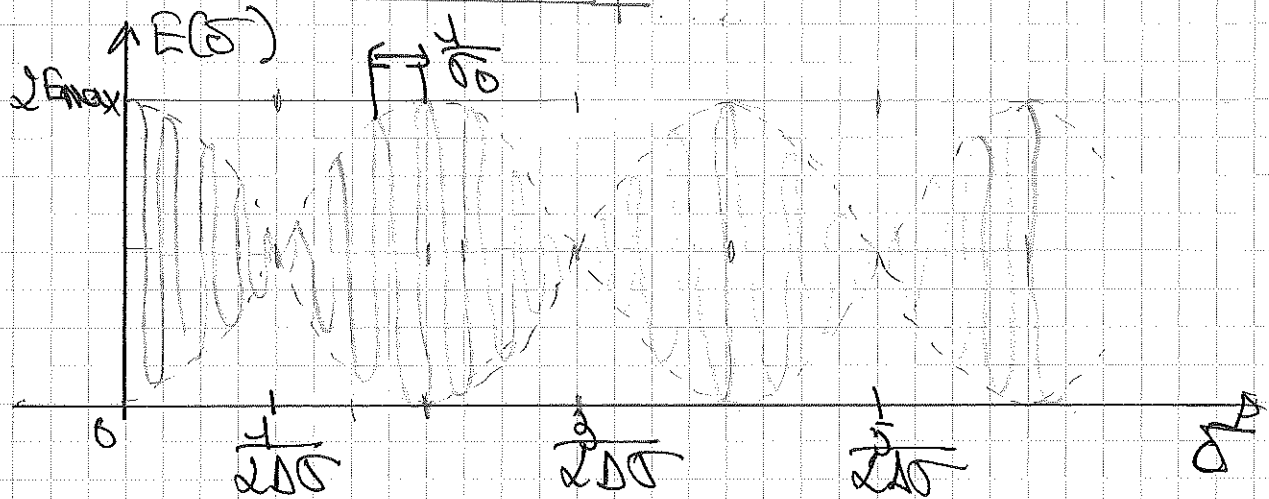
$$E(\delta) = E_{\max} \left(1 + \cos\left(\pi \Delta \sigma \delta\right) \cos\left(2\pi \sigma_0 \delta\right) \right)$$

Terme d'interférence : $\cos(2\pi \sigma_0 \delta)$
 permet de trouver qu'entre 2 franges brillantes δ varie de $\frac{1}{\sigma_0}$

(5)

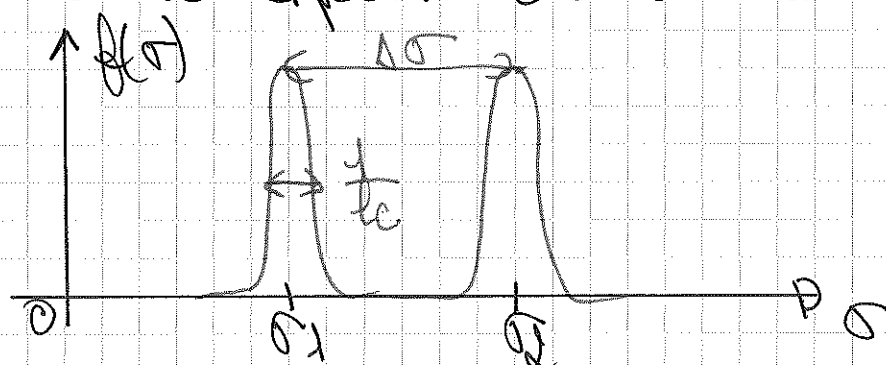
Facteur de visibilité: $\cos(\pi \Delta \sigma \delta) = V(\delta)$
 $V(\delta) = 0$ lorsque $\pi \Delta \sigma \delta = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta \sigma = \frac{1}{2\delta} + \frac{1}{2\delta}} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$



10 - Pour l'interférogramme, on voit des oscillations à haute fréquence correspondant aux variations du terme d'interférence $\cos(2\pi \sigma_0 \delta)$, ce terme est modulé par une enveloppe correspondant au facteur de visibilité précédent ($\cos(\pi \Delta \sigma \delta)$) celui-ci est lui-même modulé par une fonction type exponentielle décroissante qui peut s'expliquer par le fait que chaque raie du spectre de la source n'est pas rigoureusement monochromatique.

D'ou le spectre de la source.



$\tau_c \approx c \tau_1$ τ_1 durée d'un train d'onde d'une vibration de longueur d'onde λ_1 .

4 - Pour $\sigma_1 = 4,4 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$, on a 7,5 périodes d'annulation du contraste.

$$\sigma_1 = \frac{1}{2\Delta\sigma} + \frac{7}{\Delta\sigma} = \frac{15}{2\Delta\sigma}$$

$$\Delta\sigma = \frac{15}{2\sigma_1}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$$

$$\Delta\sigma = 1696,8 \text{ m}^{-1}$$

Entre 2 annulations du contraste σ varie de $\Delta\sigma$ et il y a 1000 franges brillantes d'axe

$$\therefore \frac{1}{\Delta\sigma} = \frac{1000}{\sigma_0}$$

$$\sigma_0 = \frac{\Delta\sigma \times 1000}{1} = 1696,8 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \Delta\sigma \Rightarrow \sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$$

$$\text{D'où } \lambda_1 = \frac{1}{\sigma_0 + \Delta\sigma} \text{ et } \lambda_2 = \frac{1}{\sigma_0 - \Delta\sigma}$$

$$\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$$

$$\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$$

(8)

$$\delta(P) = d e(P) = d x$$

$$p(P) = \frac{d x}{\lambda} \quad \text{ordre d'interférence en } P.$$

Franges ent pour eq $x = cste$, on obtient donc des franges rectilignes d'équation $x = cste$, d'interfrange sur le miroir en $h-y$ $p(x+im) = p(x) + 1$

$$\text{Donc } \frac{d im}{\lambda} = 1 \Rightarrow im = \frac{\lambda}{d}$$

Sur l'écran, écran = $|\gamma| im$ avec γ le grandissement transversal de la lentille.

$$\text{Or } A_1 \text{ (L) } A_2$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA_2'}}{\overline{OA_1}}$$

$$\text{Or } \overline{OA_1} = -25 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{\overline{OA_2'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f} \quad (\text{loi de Descartes})$$

$$\frac{1}{\overline{OA_2'}} = \frac{1}{f} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OA_1} + f}{f \overline{OA_1}}$$

$$\gamma = \frac{f}{f + \overline{OA_1}} = \frac{20}{20 - 25} = -4$$

$$\text{écran} = 4 im = \frac{4 \lambda}{d}$$

$$\underline{AN}: \quad \Delta \quad \alpha \text{ en rad}$$

$$\text{écran} = \frac{2 \times 546,2 \cdot 10^{-9}}{\frac{1}{60} \times \frac{\pi}{180}} = 3,8 \text{ mm}.$$

4 - 1^{ère} méthode:

$$p\left(\pm \frac{D}{2}\right) = \pm \frac{\lambda D}{\lambda}$$

$$\text{AN: } p\left(\pm \frac{D}{2}\right) = \frac{\pi}{60 \times 180} \times \frac{\lambda \cdot 10^{-2}}{846,2 \cdot 10^{-9}}$$

$$p\left(\pm \frac{D}{2}\right) = 10,6$$

21 franges brillantes et 22 franges sombres visibles.

2^{ème} méthode:

Le diamètre des miroirs sur l'écran vaut $D' = 181 D = 8 \text{ cm}$.

Nbre d'interfranges sur l'écran (le même que sur (M_1))

$$N = \frac{D'}{\lambda_{\text{écran}}} = 21$$

5 - la nouvelle différence de marche en P devient $\delta'(P) = 2\lambda x + \lambda d$.

$$p'(P) = \frac{2\lambda x}{\lambda} + \frac{\lambda d}{\lambda}$$

La frange d'ordre 0, initialement en $x=0$ (et $\delta=0$) se trouve en $x_0 = -\frac{d}{2}$ (sur le miroir) c'est à dire en $x'_0 = -\frac{8d}{2}$ sur l'écran - ($D \gg d$)

Sur l'écran le système de franges subit une translation de $181 \frac{d}{2} \text{ m}$ dans le sens des x croissants.