

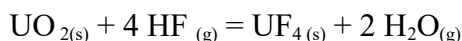
DS SCIENCES PHYSIQUES N° 4

Toute réponse doit être justifiée et le développement des calculs doit figurer sur la copie . Une réponse non justifiée ou dont le calcul ne figurera pas sur la copie ne sera pas prise en compte . Toutes les applications numériques doivent être posées sur la copie, une application numérique non posée ne sera pas prise en compte .

Tout résultat numérique sans unité ne sera pas pris en compte .

CHIMIE :

Une des étapes de transformation de l'uranium est l'obtention d'un composé fluoré à partir d'uranite. Cette réaction peut se traduire par le bilan suivant :



A l'état initial, on place dans le réacteur initialement vide à 500°C, $\text{HF}_{(g)}$ et $\text{UO}_{2(s)}$ (celui-ci étant introduit en excès par rapport à $\text{HF}_{(g)}$).

- 1- Calculer la valeur de l'enthalpie standard de réaction à 298 K. Commentaire .
- 2- Calculer et commenter le signe de l'entropie standard de la réaction à 298 K.
- 3- Déterminer la valeur de la constante d'équilibre à 500°C .
- 4- Donner la relation de Van't Hoff . Discuter du choix de la température utilisée dans le processus industriel en considérant les aspects thermodynamique et cinétique de la réaction.

On appelle α le rapport entre la quantité de matière de HF qui a réagi et la quantité de matière initiale de HF notée n_0 .

- 5- Ecrire le tableau d'avancement associé à la réaction et exprimer α en fonction de l'avancement ξ et n_0 .

- 6- Montrer la relation suivante entre la constante d'équilibre K° , la valeur de α_{eq} à l'équilibre

et la pression totale P_T dans l'enceinte :
$$K^\circ = \frac{(\alpha_{eq}(2-\alpha_{eq}))^2}{16(1-\alpha_{eq})^4} \left(\frac{P^\circ}{P_T} \right)^2$$

- 7- Déterminer la pression totale du réacteur P_T pour que la valeur de α soit égale à 0,9 lorsque l'équilibre est atteint à 500°C.

- 8- Prévoir l'évolution de α_{eq} lorsque la pression totale dans le réacteur est augmentée, la température restant constante.

Données :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} . \text{mol}^{-1}$

Grandeurs thermodynamiques considérées comme indépendantes de la température :

	$\text{UO}_{2(s)}$	$\text{UF}_{4(s)}$	$\text{HF}_{(g)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(g)}$
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ.mol}^{-1}\text{)}$	- 1085	- 1921	- 273	- 242
$S^\circ \text{ (J.K}^{-1} . \text{mol}^{-1}\text{)}$	77	152	174	189

PHYSIQUE :

Problème 1 :

La détection des exoplanètes, planètes situées en dehors de notre système solaire, constitue l'un des domaines les plus fascinants et dynamiques de l'astronomie moderne. Depuis la découverte de la première exoplanète en 1995, les scientifiques en ont identifié des milliers d'autres, révélant une diversité de mondes au-delà de notre imagination.

Grâce à des techniques avancées – telles que la méthode des transits, la méthode des vitesses radiales ou encore l'imagerie directe –, les astronomes peuvent détecter et étudier ces lointaines planètes pour chercher à comprendre leur composition, leur atmosphère et leur potentiel d'habitabilité.

Dans ce sujet, on étudie la possibilité d'obtenir une image détaillée d'une exoplanète située à une distance de 100 années-lumière du Soleil. Développer tout le formalisme nécessaire à la reconstruction d'une image complexe sort du cadre de ce sujet et on se ramène à une situation simplifiée : on considère deux points à la surface de l'exoplanète et on cherche à les distinguer ou à mesurer la distance qui les sépare.

Une des méthodes consiste à utiliser les phénomènes d'interférences

En 2022, la collaboration Event Horizon Telescope a réussi à construire une image dans le domaine des ondes radios du trou noir situé au centre de notre galaxie à l'aide du phénomène d'interférences. Dans cette partie, on détermine s'il est possible d'appliquer cette méthode pour obtenir l'image d'une exoplanète à partir d'une situation modèle simplifiée (la construction véritable d'une image à partir d'un ensemble de figures d'interférences n'est pas traitée).

On illustre ici le principe de la mesure en analysant une expérience mettant en jeu les fentes d'Young. Le montage expérimental est représenté sur la figure 1. Il est constitué des éléments suivants :

- deux sources ponctuelles S_A et S_B , incohérentes, séparées d'une distance d , qui émettent des ondes lumineuses monochromatiques de même amplitude à la longueur d'onde λ_0 ;
- une lentille convergente L_1 , de centre O_1 , de distance focale f'_1 ;
- des fentes T_1 et T_2 de largeur notée ℓ , perpendiculaires au plan de la figure, dont les centres sont éloignés d'une distance a .
- une lentille convergente notée L_2 , de distance focale f'_2 .
- un écran, situé dans le plan focal image de la lentille L_2 .

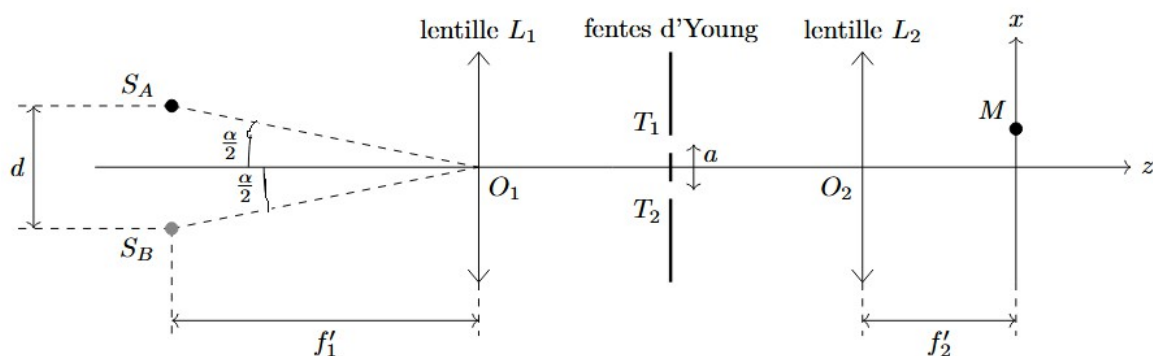


Figure 1

Les sources S_A et S_B sont situées dans le plan focal objet de la lentille L_1 . On note α l'angle positif $(S_A \hat{O}_1 S_B)$. Soit M un point d'abscisse x situé sur l'écran (voir figure 1). On admet que l'ordonnée y ne joue ici aucun rôle et on suppose que tous les angles d'incidence sont petits.

Pour commencer, on considère que seule la source S_A émet de la lumière (on ne prend pas en compte la source S_B).

On note δ_{tot} la différence de marche au point M entre les rayons, issus de S_A passant par chaque fente d'Young.

On la décompose en deux parties : $\delta_{tot} = \delta_{source} + \delta$ où δ_{source} est la différence de marche introduite en amont des trous d'Young et δ celle introduite en aval .

Q1- Établir l'expression de δ_{source} en fonction de a et $\alpha \ll 1$.

On suppose que S_A émet un signal de la forme $s(t) = s_0 \cos(\omega t)$, où s_0 est une constante réelle positive et δ la pulsation de l'onde lumineuse.

Q2- Exprimer le signal $s_1(t)$ reçu au point M pour l'onde qui est passée par T_1 , ainsi que le signal $s_2(t)$ reçu au point M pour l'onde qui est passée par T_2 , en fonction de

$s_0, \omega, t, k = \frac{2\pi}{\lambda_0}, (S_A T_1 M) \text{ et } (S_A T_2 M)$. On négligera la décroissance d'amplitude de l'onde liée à la propagation.

On appelle $I(M)$ l'intensité du signal mesuré au point M (notée également $I(\delta)$).

Q3- Donner l'expression de I à l'aide de s_1 et s_2 et éventuellement d'autres grandeurs. Dédurre de celle-ci la relation $I(\delta) = 2 I_0 (1 + \cos[k(a\frac{\alpha}{2} + \delta)])$.

On tient désormais compte de la présence de la source S_B , en plus de celle de la source S_A .

Q4- Indiquer, avec justification, si les signaux issus de S_A interfèrent avec ceux issus de S_B . Montrer que l'intensité détectée au point M se met sous la forme

$$I_d(\delta) = I_{d,0} (1 + \Gamma(a, \alpha) \cos(k\delta))$$

où la fonction Γ , appelée facteur de cohérence (ou facteur de visibilité) , est donnée par :

$$\Gamma(a, \alpha) = \cos(\alpha \frac{ka}{2}) .$$

Q5- Tracer l'allure de $I_d(\delta)$ en fonction de δ dans le cas où le facteur de cohérence vaut 1, puis dans le cas où le facteur de cohérence est nul.

L'expérience étudiée a été conduite en utilisant l'écran d'un smartphone pour réaliser les deux sources. Le montage expérimental est représenté sur la figure 2. La lentille L_2 et l'écran sont respectivement l'objectif et le capteur CCD d'un appareil photographique numérique réglé à l'infini .

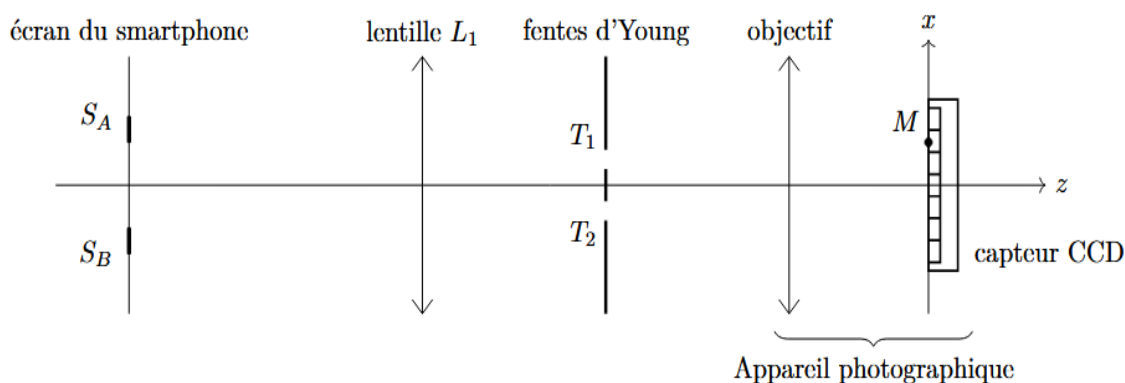


Figure 2

La figure 3 précise la nature de l'image utilisée sur l'écran du smartphone : ce qui apparaît en blanc sur la figure correspond à du noir sur l'image réelle, tandis que les traits épais noirs correspondent à deux traits lumineux qui jouent le rôle de sources de lumière de longueur d'onde λ_0 .

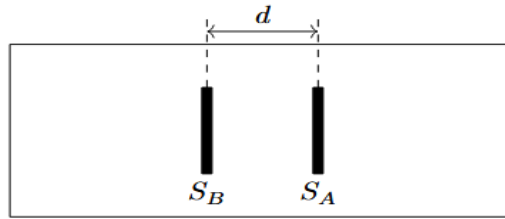


Figure 3 – Schéma de l'image utilisée sur l'écran du smartphone (pas à l'échelle).

En analysant les résultats de l'expérience, il est possible de déterminer l'angle α . La figure 4 montre une partie de l'image donnée par le capteur, ainsi que le profil d'intensité lumineuse correspondant, tracé en fonction de $\frac{\delta}{\lambda_0}$, où δ est la différence de marche introduite précédemment. Les paramètres sont les suivants : $a = 200 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$, $f'_1 = 80 \text{ cm}$, $f'_2 = 5,6 \text{ cm}$.

Contrairement aux calculs menés, sur la figure 4 apparaît l'effet de la diffraction sur l'intensité lumineuse, la figure d'interférence étant modulée par la figure de diffraction.

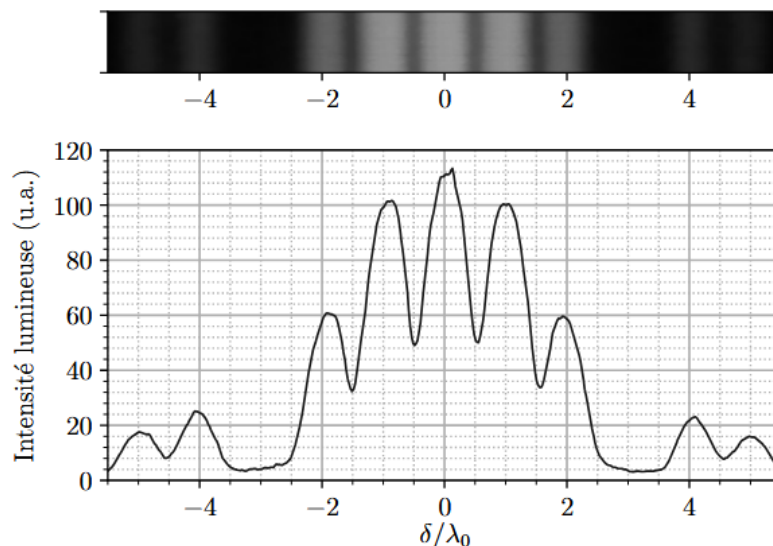


Figure 4 – Image du dessus : photographie de la figure d'interférences obtenue avec les fentes d'Young.
Image de dessous : profil d'intensité lumineuse pour la figure d'interférences.
L'axe des abscisses est le même pour les deux figures.

Q6- Calculer numériquement $\frac{ka}{2}$ pour cette expérience.

La lumière émise par la source n'est pas monochromatique : on peut considérer que l'incertitude-type sur λ_0 est $u(\lambda_0) = 30 \text{ nm}$.

Q7- En déduire l'incertitude-type sur $\frac{ka}{2}$.

On définit le contraste par : $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ où I_{\max} est l'intensité lumineuse maximale au centre de la figure d'interférences et I_{\min} l'intensité lumineuse sur les deux minimums qui encadrent la zone centrale d'intensité maximale.

Q8- Déterminer la valeur numérique du contraste pour cette figure d'interférences.

En changeant a et λ_0 , il est possible de mesurer le contraste pour d'autres valeurs de $\frac{ka}{2}$. La figure sur le document réponse montre ses variations en fonction de $\frac{ka}{2}$.

Q9- Ajouter votre point de mesure avec son incertitude-type sur le document réponse. L'incertitude-type sur le contraste sera prise égale à 10 % de sa valeur.

Le contraste C est relié au facteur de cohérence Γ (introduit à la question Q4) par $C = |\Gamma|$. Selon le modèle développé précédemment, on s'attend à observer pour C un comportement régi par la relation :

$$C = \left| \cos\left(\alpha \frac{ka}{2}\right) \right|$$

On considère donc la fonction : $\frac{ka}{2} \rightarrow C_0 \left| \cos\left(\alpha \frac{ka}{2}\right) \right|$

et on cherche les valeurs des paramètres C_0 et α qui minimisent l'écart entre les points expérimentaux et les valeurs prises par cette fonction aux mêmes abscisses, un peu comme on le ferait pour une régression linéaire. Par ce procédé d'ajustement, on obtient les valeurs avec incertitudes-types suivantes :

$$C_0 = 0,421 \quad ; \quad u(C_0) = 0,010$$

$$\alpha = 6,36 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad ; \quad u(\alpha) = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

Q10- En déduire la valeur numérique de d avec son incertitude-type $u(d)$.

On peut procéder à une mesure plus directe de la distance entre les deux sources. Pour cela, on part du montage étudié ci-dessus, puis on enlève les fentes d'Young. La figure 5 montre une partie de l'image qui est alors enregistrée par le capteur, ainsi que le profil d'intensité lumineuse correspondant, tracé en fonction de x

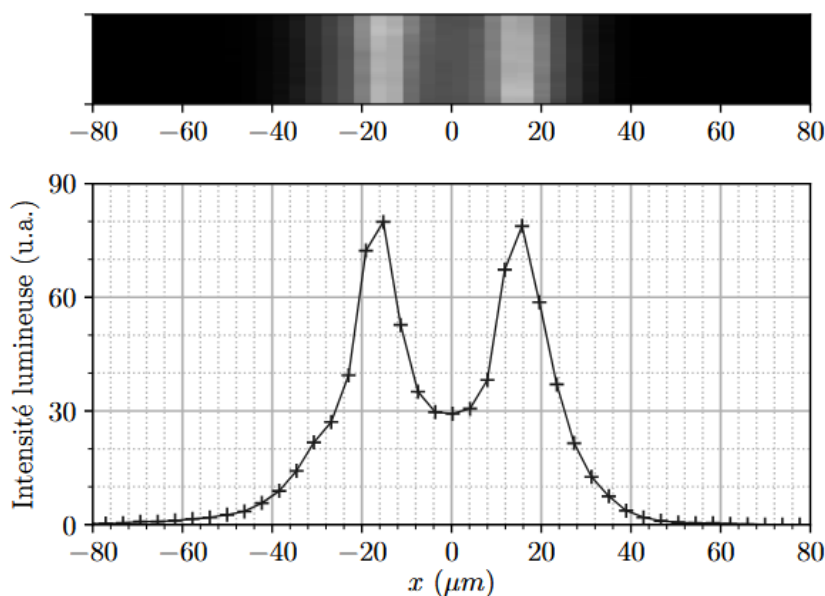


Figure 5 – Image du dessus : photographie obtenue lorsqu'on enlève les fentes d'Young.
Figure de dessous : profil d'intensité lumineuse de la photographie.
Les axes des abscisses sont les mêmes pour les deux parties.

Q11- Déterminer une autre valeur numérique de d à partir de cette expérience, en proposant une estimation d'incertitude associée. Comparer à la valeur obtenue à la question Q11- Discuter à l'aide d'un critère quantitatif l'accord des deux résultats.

On a montré qu'il est possible de déterminer une caractéristique des sources lumineuses (leur distance) en

étudiant une figure d'interférences. La reconstruction d'une image plus complexe se fait également en mesurant et en exploitant la fonction de contraste.

Formulaire :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Problème 2 :

Dans tout le problème on se place dans l'air dont l'indice sera supposé égal à 1 .

Première partie : Mesures interférométriques de longueurs d'onde

En 1907, Michelson est le premier américain à recevoir le prix Nobel de physique pour ses instruments optiques de précision et les mesures spectroscopiques et métrologiques réalisées au moyen de ceux-ci. En particulier, il publiera en 1892 des mesures relatives aux spectres d'émission de plusieurs sources, obtenues par spectroscopie interférentielle, et notamment pour les raies H_α (rouge) et H_β (bleue) d'émission par les atomes d'hydrogène.

A -Le dispositif de mesure :

Le schéma du montage utilisé par Michelson est proposé figure 2. Le dispositif monochromateur, formé d'un prisme de verre dispersif et d'une fente étroite, éclaire l'appareil en sélectionnant une raie quasi-monochromatique de longueur d'onde λ_0 , appartenant au domaine visible.

L'observation est réalisée au moyen d'un oculaire afocal, réglé à l'infini : il donne d'un objet situé à grande distance une image également à grande distance, mais agrandie .

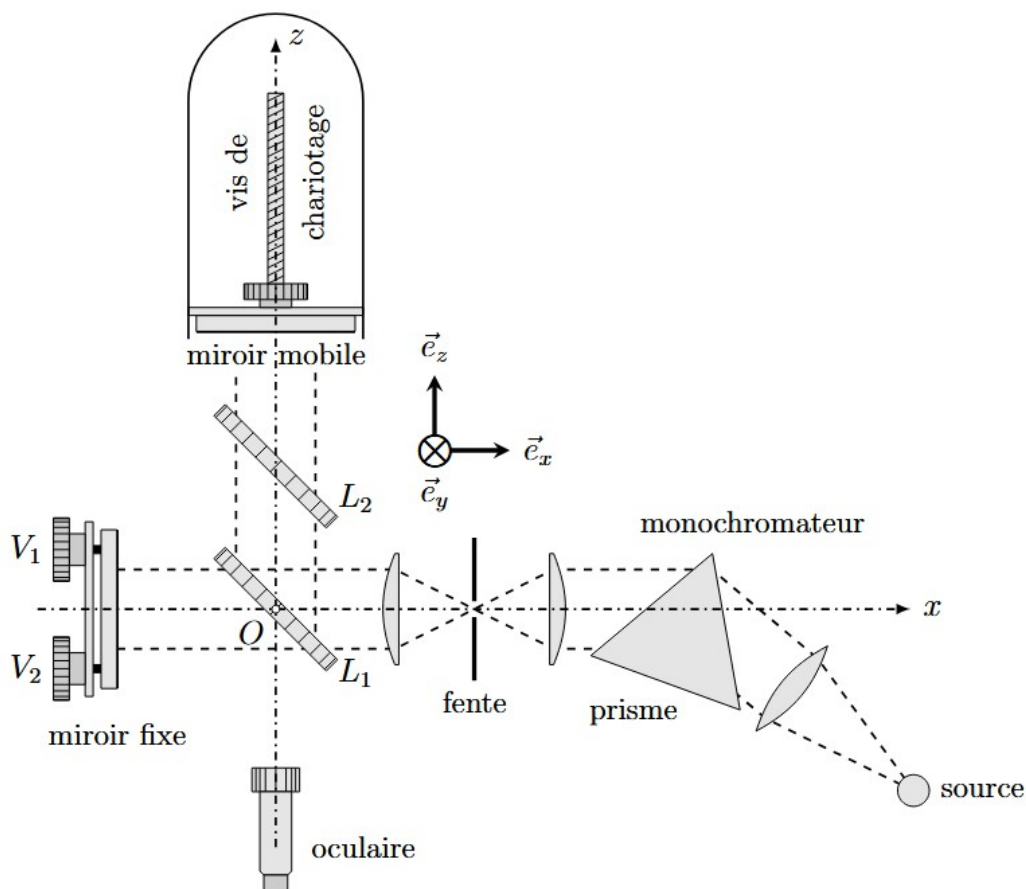


FIGURE 2 – Dispositif de mesure en spectroscopie interférentielle

A-I- Monochromateur à réseau :

Un autre moyen de réaliser un monochromateur est d'utiliser un réseau .

On considère un réseau plan par transmission constitué de $n_t = 600$ fentes par mm équidistantes . On éclaire le réseau par un faisceau de lumière parallèle arrivant sous une incidence i sur le réseau et on observe la figure de diffraction produite dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image $f' = 20$ cm .

1- Compléter le schéma en annexe en représentant la marche des rayons venant interférer en un point M de l'écran .

2- On éclaire par un faisceau monochromatique de longueur d'onde λ_1 . Etablir la formule des réseaux en indiquant son contenu physique .

3- Déterminer quelle doit être la valeur de l'angle i_0 de l'angle i si on souhaite que le maximum d'ordre 1 pour la raie verte de longueur d'onde $\lambda_1 = 546 \text{ nm}$ se trouve au foyer image F' de la lentille de projection .

Dans toute la suite de la partie A-I- on considère que le réseau est éclairé sous une incidence i_0 .

4- Etablir l'expression de l'intensité diffractée dans une direction α par le réseau lorsque celui-ci est éclairé par un faisceau monochromatique de longueur d'onde λ_1 . On appellera N , le nombre de fentes éclairées . Donner la valeur des maxima d'intensité en fonction de l'intensité produite par une seule fente .

5- Déterminer la largeur minimale de la fente à placer en F' pour laisser passer l'intégralité du maximum d'ordre 1 pour la longueur d'onde λ_1 dans le cas où le réseau est éclairé sur une longueur de 2 mm .

A-II- L'interféromètre :

6- L'interféromètre comporte deux lames de verre L_1 et L_2 , parallèles, de même épaisseur e et de même indice optique n , inclinées d'un angle 45° relativement à l'axe (O, \vec{e}_x) normal au miroir fixe. La lame L_1 est munie d'une couche semi-réfléchissante sur une seule de ses faces ; laquelle ? Justifier, en vous appuyant sur un schéma.

On éclaire l'interféromètre par un faisceau convergeant sur les miroirs de ce fait, les angles d'incidence i des rayons varie de 0 à une valeur i_{\max} . La source est étendue .

7- Après réglage des vis V_1 et V_2 les miroirs fixe et mobile sont rendus rigoureusement perpendiculaires ; l'axe optique (O, \vec{e}_z) de l'oculaire est alors confondu avec la normale au miroir mobile et l'opérateur observe, au moyen de cet oculaire réglé à l'infini, des franges d'interférence. Quelle est la forme de ces franges ? Peut-on encore les observer si l'oculaire est déréglé, pourquoi ?

8- Tout en observant les franges, l'observateur peut actionner la vis micrométrique et déplacer le miroir mobile le long de l'axe (O, \vec{e}_z) . Relier le nombre N de franges sombres qui défilent au centre du champ de vision .et le décalage Δz du miroir mobile.

9- Exprimer, au moyen d'un schéma approprié, la différence de marche observée à l'infini dans une direction i donnée, en fonction de l'écart des longueurs Δz des deux bras de l'interféromètre .

Le déplacement maximal de la vis micrométrique à partir du contact optique est noté Δz_{\max} .

Déterminer, après ce déplacement, l'angle $\Delta \theta$ qui sépare le centre de la figure de la première frange de même nature (c'est à dire de même intensité que le centre) . On se placera dans l'approximation des petits angles .

10- Dans le cas d'une des raies de l'hydrogène atomique, on observe le défilement de $N = 3\,156$ franges pour un décalage $\Delta z = 1035 \pm 2 \mu\text{m}$. S'agit-il de la raie H_α ou H_β ?

Avec quelle précision relative mesure-t-on sa longueur d'onde λ_0 ?

Que vaut $\Delta \theta$? Commenter.

B- Cohérence spectrale d'une source

Une source de lumière éclaire avec la même intensité I_0 les deux voies d'un interféromètre ; l'observation est réalisée en un point où la différence de marche est δ .

11- Dans le cas où la source est rigoureusement monochromatique, de longueur d'onde λ_0 , exprimer l'intensité $I(\delta)$ en fonction de I_0, λ_0 et δ . Définir et calculer le facteur de contraste C des franges.

Certaines sources lumineuses sont en fait bichromatiques : elles émettent deux radiations de longueurs d'onde très proches λ_1 et λ_2 et on pose alors $\lambda_0 = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$ et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 > 0$ en admettant toujours $\Delta\lambda \ll \lambda_0$.

12- Pour certaines sources bichromatiques les deux radiations émises sont de même intensité ; c'est le cas des lampes à vapeur de sodium, étudiées notamment par Michelson dans les conditions décrites en A. Expliciter l'intensité I observée en fonction de I_0 , de la différence de marche δ , de λ_0 et de $\Delta\lambda$.

Exprimer le facteur de contraste C des franges et montrer comment il permet la mesure de $\frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$.

13- D'autres sources, comme celles émettant la raie H_α de l'hydrogène, peuvent être écrites comme bichromatiques mais les intensités I_1 et $I_2 < I_1$ émises aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 sont différentes. Pour quelle(s) valeur(s) de δ le facteur de contraste des franges est-il minimal ? Quelle est cette valeur minimale ?

Dans le cas de la raie double H_α , l'écart $\Delta\lambda$ est de l'ordre de $1,4 \cdot 10^{-11} m$ Est-il possible de le mettre en évidence avec le montage proposé ci-dessus ?

Deuxième partie : mesure de l'épaisseur d'une lame .

On repart du contact optique et on incline le miroir d'un petit angle $\epsilon = 5 \cdot 10^{-4} rad$. Il est éclairé sous incidence quasi-normale par une source étendue de longueur d'onde $\lambda_1 = 546 nm$.

On enlève l'oculaire et on place en sortie du dispositif une lentille convergente de distance focale image $f' = 9 cm$ suivi d'un écran placé à 1 m du miroir mobile .

14- Comment s'appelle cette configuration ? Où sont localisées les interférences , quelle est la forme des franges ? Où placer l'écran d'observation par rapport à la lentille de projection ?

15- Faire un schéma équivalent de l'interféromètre sur lequel figurera la lentille de projection et l'écran .

16- A quelle distance l du coin d'air faut-il placer la lentille pour voir une image nette et agrandie des franges sur l'écran ? Quel sera alors le grandissement transversal de la lentille ?

17- Calculer l'interfrange mesuré sur l'écran et le nombre de franges brillantes et sombres visibles sachant que le diamètre réel des miroirs vaut $D = 2 cm$.

18- On place devant un des miroirs une lame à faces parallèles d'épaisseur d et d'indice $n = 1,50$. En un point de l'écran où l'intensité est initialement maximale défilent 55 franges sombres l'état final correspondant à un maximum d'intensité . Déterminer l'épaisseur d de la lame .

Annexe : Q9 problème 1 physique.

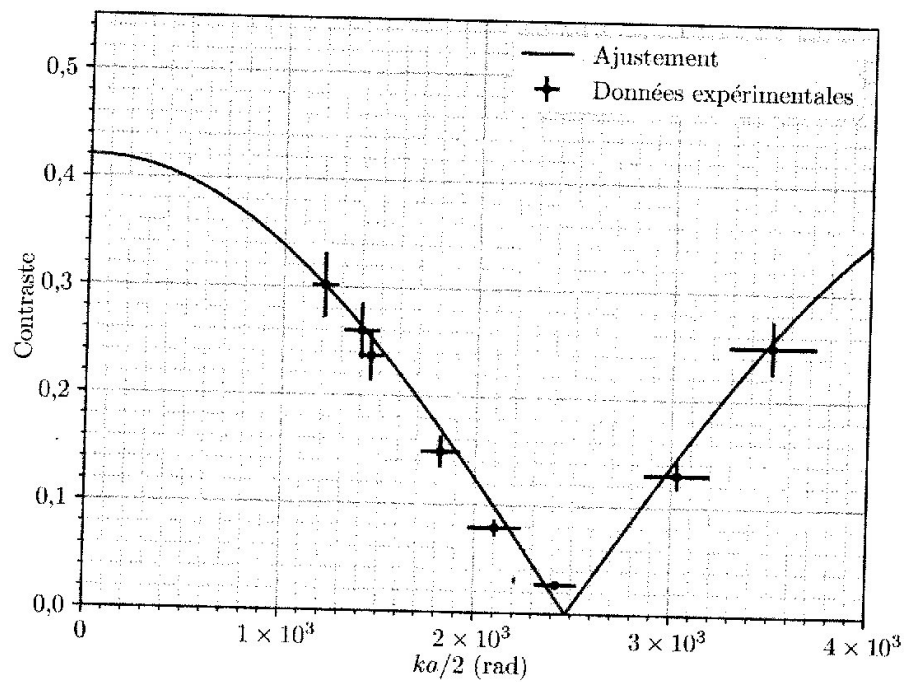


FIGURE 1 – Évolution du contraste en fonction de $ka/2$ pour l'expérience des fentes d'Young, où k est le vecteur d'onde et a la distance entre les deux fentes.

Annexe Q1 partie AI problème 2:

