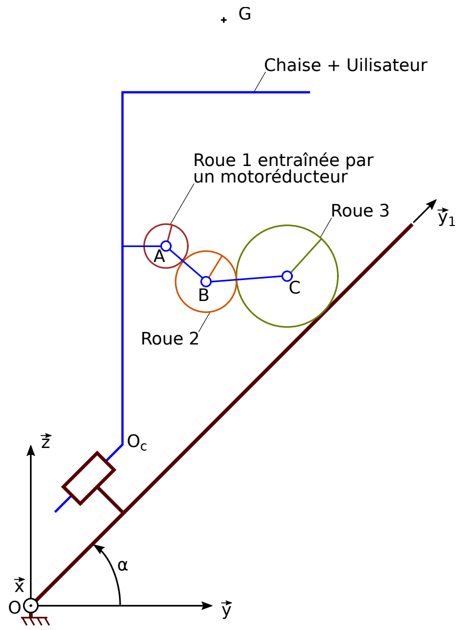
Chaise escalier

On considère une chaise escalier qui équipe les logements de personnes ayant une mobilité réduite. La modélisation retenue est donnée ci-dessous. Le moto-réducteur n'est pas représenté sur la figure mais la partie stator est fixée à la chaise alors que la sortie du réducteur entraîne la roue 1.



- On note O, un point fixe dans le repère lié au sol et O_c un point fixe dans le repère lié à la chaise ;
- On note également α, l'angle constant correspondant à la pente moyenne de l'escalier avec $\alpha = (\overrightarrow{y}, \overrightarrow{y_1}) = (\overrightarrow{z}, \overrightarrow{z_1})$ et $\overrightarrow{x} = \overrightarrow{x_1}$;
- $\overrightarrow{OO_c} = y(t)\overrightarrow{y_1} + h_0\overrightarrow{z_1}$ où l'on notera $\dot{y} = v$;
- {Chaise, Utilisateur} = CU : de masse m_{CU} et de moment d'inertie I_{CU} autour de l'axe $(G, \overrightarrow{x})$;
- Arbre moteur de masse m_{mot} et de moment d'inertie I_{mot}, vitesse de rotation de l'arbre moteur noté ω_m ;
- Pièces mobiles du réducteur de masse m_{red} et de moment d'inertie I_r ramené sur l'arbre moteur, rapport de réduction noté r ;
- Roue 1, notée R_1, de masse m_1, de moment d'inertie I_1 autour de $(A, \overrightarrow{x})$ et de rayon R_1 ;
- Roue 2, notée R_2, de masse m_2, de moment d'inertie I_2 autour de $(B, \overrightarrow{x})$ et de rayon R_2 ;
- Roue 3, notée R_3, de masse m_3, de moment d'inertie I_3 autour de $(C, \overrightarrow{x})$ et de rayon R_3 ;
- Cette roue 3 est un pignon qui roule sans glisser sur le bâti muni d'une crémaillère et noté 0.
- On notera M_Σ, la masse de l'ensemble des pièces en mouvement.
- Le moteur impose un couple moteur C_m ;
- L'ensemble des frottements sont modélisés par un frottement visqueux ramené sur l'arbre moteur dont le coefficient de frottement visqueux est f en $N.m.s$.
- On suppose que la relation entre v et ω_m est $v = R_1.r.\omega_m$ avec $0 < r < 1$.

Q1 – Quelle est la relation entre ω_2 et ω_3 où ω_i est la vitesse de rotation du solide i par rapport à la chaise ?

A. $\omega_3 = \dfrac{R_2}{R_3}.\omega_2$

B. $\omega_3 = -\dfrac{R_2}{R_3}.\omega_2$

C. $\omega_2 = -\dfrac{R_2}{R_3}.\omega_3$

D. $\omega_2 = \dfrac{R_2}{R_3}.\omega_3$

Q2 – Je note J le moment d'inertie équivalent de l'ensemble des pièces en mouvement ramené sur l'axe moteur. J'obtiens :

A. $J = r^2.I_r + I_{mot} + r^2.I_1 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2.I_2 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_3}\right)^2.I_3 + M_\Sigma.R_1^2.r^2$

B. $J = r^2.I_r + I_{mot} + r^2.I_1 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2.I_2 + r^2.\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2.I_3 + M_\Sigma.R_1^2.r^2$

C. $J = I_r + I_{mot} + r^2.I_1 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2.I_2 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_3}\right)^2.I_3 + M_\Sigma.R_1^2.r^2$

D. $J = I_r + I_{mot} + I_{CU} + r^2.I_1 + r^2.\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2.I_2 + r^2.\left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2.I_3 + M_\Sigma.R_1^2.r^2$

Q3 – L'équation de mouvement est la suivante :

A. $C_m - M_\Sigma.g.R_1.r.\cos\alpha = J.\frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{dt}} + f.\omega_m$

B. $C_m - M_\Sigma.g.R_1.r.\cos\alpha = J.\frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{dt}} + f.\omega_m^2$

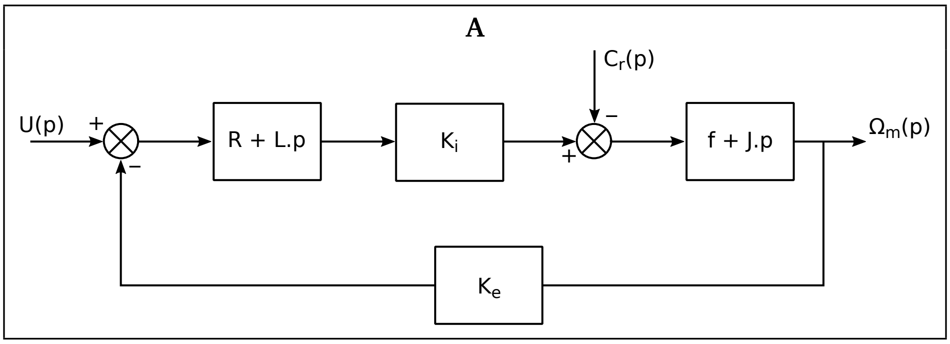
C. $C_m - M_\Sigma.g.R_1.r.\sin\alpha = J.\frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{dt}} + f.\omega_m^2$

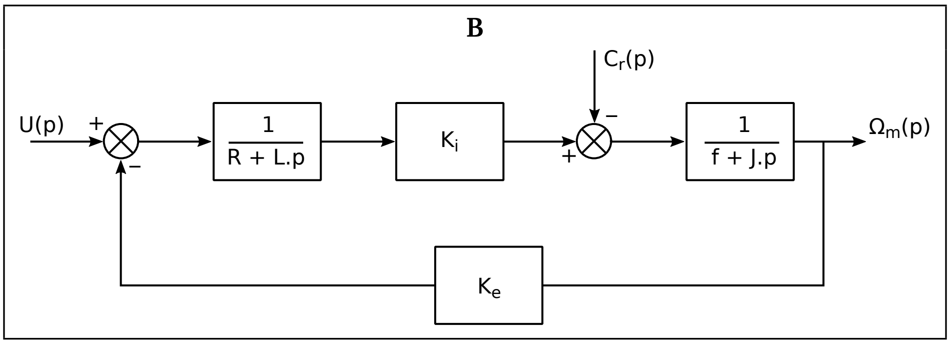
D. $C_m - M_\Sigma.g.R_1.r.\sin\alpha = J.\frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{dt}} + f.\omega_m$

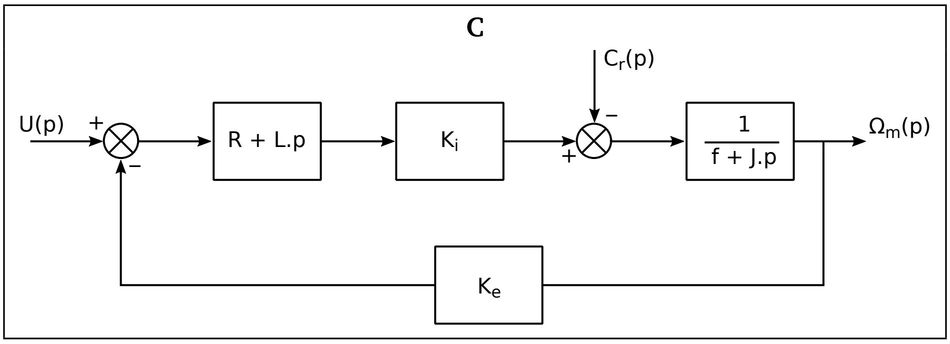
Le moteur utilisé est un moteur à courant continu, on rappelle donc les équations utiles :

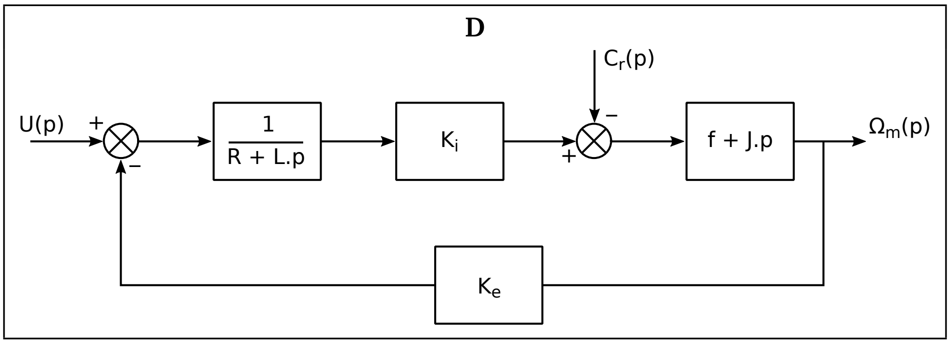
- $C_m - C_r = J.\frac{\mathrm{d}\omega_m}{\mathrm{dt}} + f.\omega_m$
- $C_m = K_i.i$ où i est l'intensité dans l'induit et K_i la constante de couple
- $e = K_e.\omega_m$ où e est la tension contre-électromotrice et K_e la constante de vitesse
- $U = R.i + L.\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{dt}} + e$ où U est la tension d'alimentation du moteur, R et L sont respectivement la résistance et l'inductance de l'induit

Q4 – On dresse le schéma-blocs suivant :









Q5 – Les fonctions de transfert du moteur sont :

A. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\dfrac{1}{K_e}}{1 + \dfrac{R.J}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

B. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\dfrac{1}{K_e}}{1 + \dfrac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

C. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\dfrac{K_i}{K_i.K_e + R.f}}{1 + \dfrac{R.J}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

D. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\dfrac{K_i}{K_i.K_e + R.f}}{1 + \dfrac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

Q6 – Et :

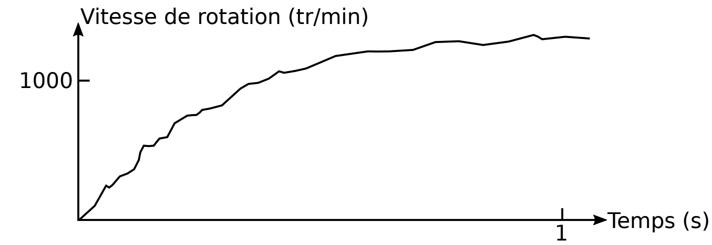
A. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U(p)=0} = -\frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.\frac{1 + \dfrac{L}{R}.p}{1 + \dfrac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

B. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U(p)=0} = -\frac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.\frac{1}{1 + \dfrac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

C. $$\left.\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U(p)=0} = -\frac{R.f + L.J}{K_i.K_e + R.f}.\frac{1 + \dfrac{L}{R}.p}{1 + \dfrac{R.J + L.f}{K_i.K_e + R.f}.p + \dfrac{L.J}{K_i.K_e + R.f}.p^2}$$

D. $\quad \left.\dfrac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U(p)=0} = -\dfrac{R}{K_i.K_e + R.f}.\dfrac{1+\dfrac{L}{R}.p}{1+\dfrac{R.J+L.f}{K_i.K_e+R.f}.p+\dfrac{L.J}{K_i.K_e+R.f}.p^2}$

Q7 – N'ayant pas toutes les valeurs numériques, on propose d'identifier $\dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \dfrac{K}{1+T.p}$ en imposant une tension entrée en échelon de 24 V et en mesurant la vitesse de rotation ω_m.



J'obtiens :

A. $\quad K \approx 5,7$ (rad/s)/V et $T \approx 0,25s$

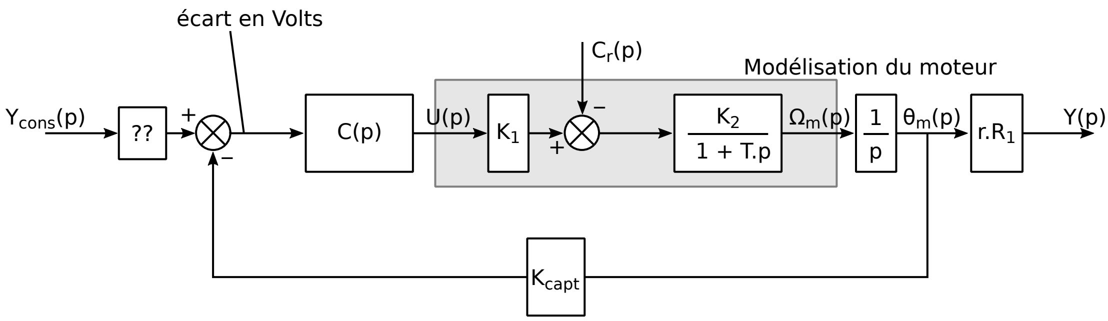
B. $\quad K \approx 57$ (rad/s)/V et $T \approx 0,25s$

C. $\quad K \approx 130$ (rad/s)/V et $T \approx 0,25s$

D. $\quad K \approx 1300$ (rad/s)/V et $T \approx 0,25s$

E. $\quad$ Aucune réponse ne convient.

Le moteur est inséré dans une boucle d'asservissement. Après simplification du schéma-blocs, on peut se ramener à la structure suivante :



Q8 – Pour que le système asservi fonctionne par quoi faut-il remplacer **??** :

A. $\quad K_{capt}$

B. $\quad \dfrac{1}{K_{capt}}$

C. $\quad K_{capt}.r.R_1$

D. $\quad \dfrac{K_{capt}}{r.R_1}$

Q9 – On considère que $C(p) = K_p$. Ce système asservi sera-t-il précis vis-à-vis d'une entrée Y_c en échelon ? Sera-t-il sensible à une perturbation en échelon ?

A. $\quad$ Il sera précis vis-à-vis de l'entrée et sensible à la perturbation.

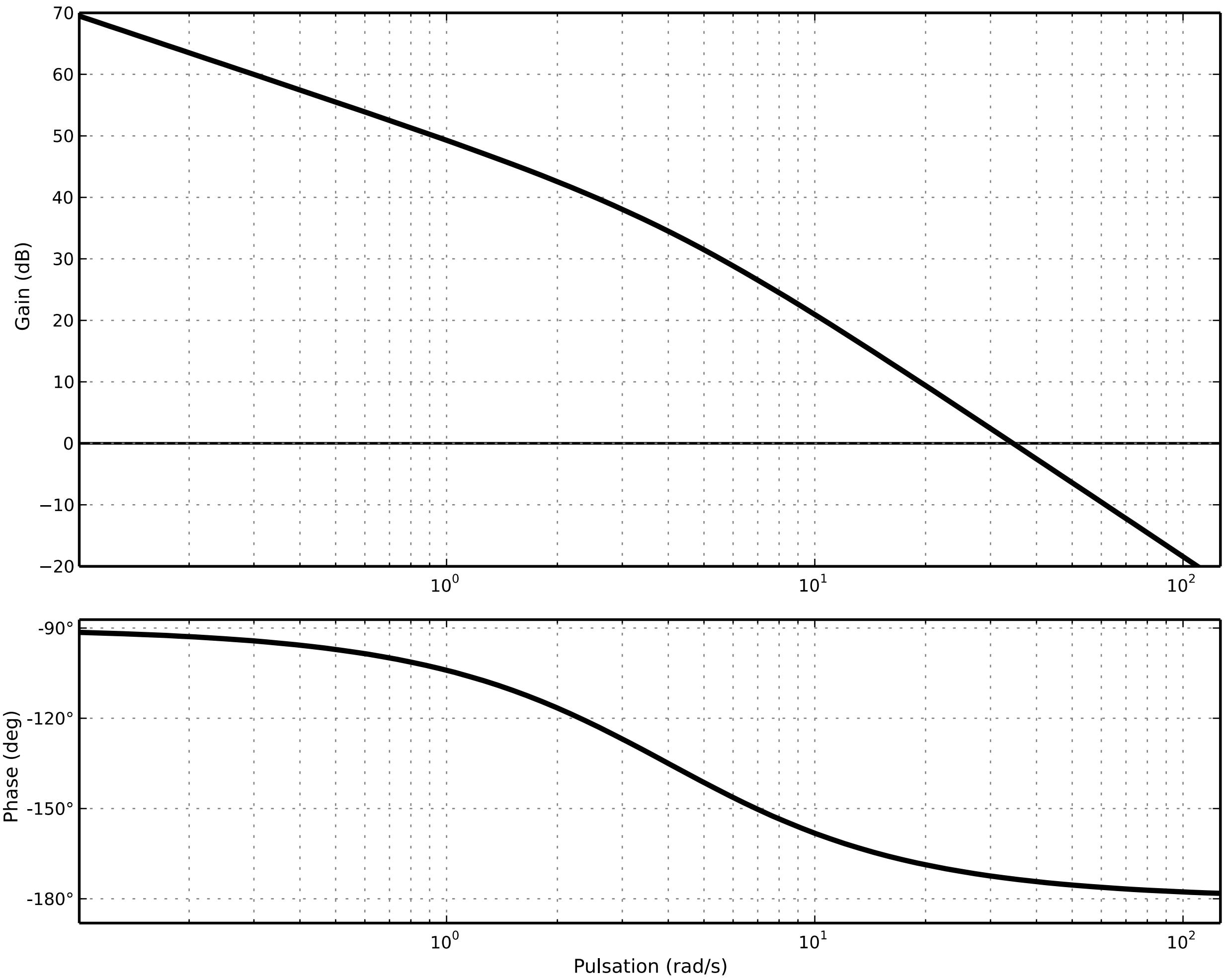
B. $\quad$ Il sera imprécis vis-à-vis de l'entrée et sensible à la perturbation..

C. $\quad$ Il sera précis vis-à-vis de l'entrée et insensible à la perturbation.

D. Il sera imprécis vis-à-vis de l'entrée et insensible à la perturbation.

Q10 – On donne le diagramme de Bode de la FTBO obtenu pour $K_p = 1$. Quelles inégalités sur K_p permettent de respecter :

- marge de phase $> 45°$;
- et marge de gain > 10dB ?



A. $K_p > 0,2$ V/m

B. $K_p < 0,2$ V/m

C. $K_p > 0,2$

D. $K_p < 0,2$

E. Aucune réponse ne convient.

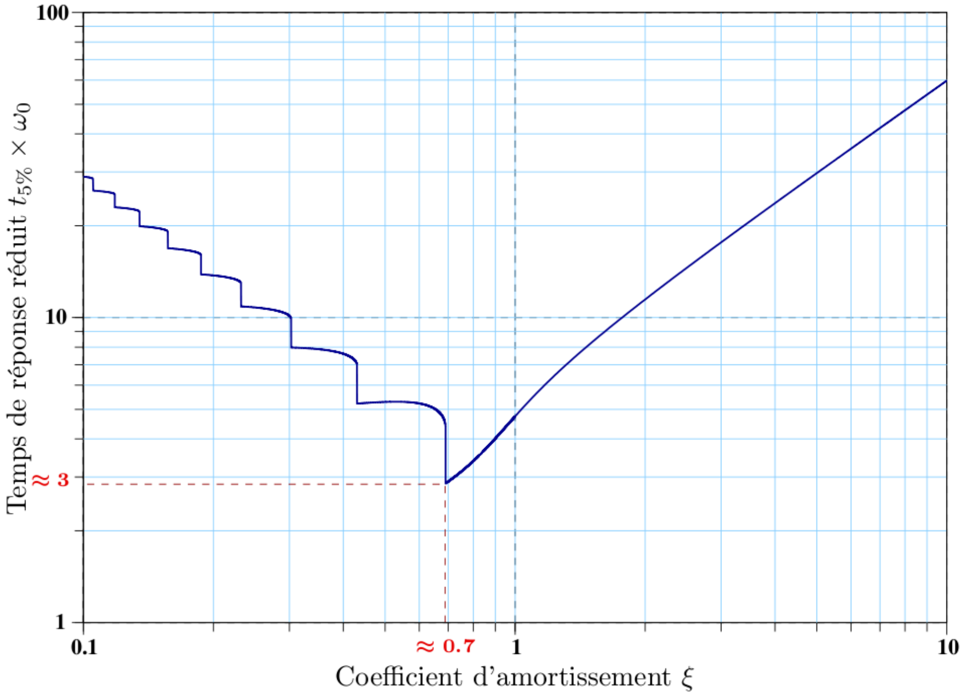
Q11 – Pour $K_p = 0.02$; $K_1 = 4$ N.m/V ; $T = 0,25$ s ; $K_2 = 25$ (rad/s)/(N.m) ; $K_{cap} = 3$ V/rad ; r $= 1/50$ et $R_1 = 2$ cm. Quel sera le temps de réponse à 5% ? On pourra s'aider de l'abaque fourni.

A. $t_{r5\%} \approx 15$ s

B. $t_{r5\%} \approx 1,5$ s

C. $t_{r5\%} \approx 0,25$ s

D. $t_{r5\%} \approx 0,75$ s


100
10
≈ 3
1
0.1
≈ 0.7
1
10
Temps de réponse réduit $t_{5\%} \times \omega_0$
Coefficient d'amortissement ξ