

13A NP 2015:

A - la planteur sur terre:

1 - Ref^g géocentrique: origine: centre de masse de la terre + 3 axes pointant vers 3 étoiles fixes.

Ref^t terrestre: origine = un point à la surface de la terre + 3 axes immobiles par rapport à la surface de la terre

le référentiel terrestre est en rotation par rapport au ref^g géocentrique avec une période $T =$ période de rotation de la terre sur elle-même $= T = 23h 56 \text{ min}$ (1 jour sidéral).

2 - Force d'interaction gravitationnelle.

$$\vec{F}_g = - \frac{GM_T m}{R^2} \vec{u}_z = m g_0 \vec{u}_z$$

Force d'inertie d'entraînement:

$$\vec{F}_{ie} = m \Omega^2 \vec{r}_{HM}$$

$$\vec{F}_{ie} = m \Omega^2 R \cos \alpha (\cos \alpha \vec{u}_x - \sin \alpha \vec{u}_y)$$

3 - AN: $\|\vec{F}_g\| = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24} \times 75}{(6,4 \cdot 10^6)^2}$

$$\|\vec{F}_g\| = \frac{6,67 \times 6 \times 75 \times 10}{(6,4)^2} = 722 \text{ N}$$

$$\|\vec{F}_{ie}\| = 75 \times (7,3 \cdot 10^{-5} \text{ N} \times 6,4 \cdot 10^6 \cos(49^\circ))$$

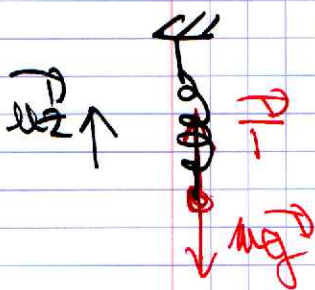
$$\|\vec{F}_{ie}\| = 75 \times (7,3 \times 6,4 \times \cos(49^\circ)) \cdot 10^{-4}$$

$$\|\vec{F}_{ie}\| = 1,68 \text{ N}$$

$$\frac{\|\vec{F}_{ie}\|}{\|\vec{F}_g\|} \approx 2 \cdot 10^{-3}$$

L'effet de la force d'inertie d'entraînement est très faible par rapport à la force de gravitation. Le poids apparent $m\vec{g} = \vec{F}_g + \vec{F}_{ie}$ sera peu différent de $\vec{F}_g$.

4 - On accroche verticalement l'extrémité d'un ressort à un support fixe, on mesure la longueur à vide l_0 . On accroche ensuite la masse m à l'autre extrémité du ressort et on mesure la longueur à l'équilibre l_{eq} .



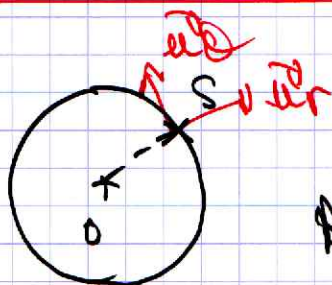
$$\text{A l'eq} - mg \vec{u}_z + k(l_{eq} - l_0) \vec{u}_z = 0$$

$$m = \frac{k(l_{eq} - l_0)}{g}$$

(3)

A - Probleme dans l'ISS :

5 -



Syst. satellite de
masse M_s .
Appl. géocentrique rep. pré
galiléen.

2^{ème} loi de Newton appliquée au satellite

$$M_s \vec{a}_S = -G \frac{M_T M_s}{(R_T + h)^2} \vec{u}_r \quad (1)$$

$$\vec{v}_S = (R_T + h) \dot{\theta} \vec{u}_\theta = v \vec{u}_\theta$$

$$\vec{a}_S = (R_T + h) \ddot{\theta} \vec{u}_\theta - (R_T + h) \dot{\theta}^2 \vec{u}_r$$

D'après (1), on projette selon:
 $\vec{u}_\theta$: $\ddot{\theta} = 0$ $\dot{\theta} = \text{cte}$ mot circulaire
uniforme.

$$\vec{a}_S = -\frac{v^2}{(R_T + h)} \vec{u}_r$$

D'où

$$\frac{v^2}{R_T + h} = \frac{G M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$$

AN: $v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{6,8 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 6 \cdot 10^7}{6,8}}$

$$v = 7672 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ soit } \underline{27618 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$$

Cohérent avec la valeur de l'énoncé

$$T = \frac{2\pi(R_T + R)}{\omega} = \frac{2\pi(R_T + R)^{3/2}}{\sqrt{GM_T}}$$

AN: $T = \frac{2\pi \times (6,8 \cdot 10^6)^{3/2}}{\sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}}$

$T = 5569 \text{ s}$

$T = 1 \text{ h } 32 \text{ min } 49 \text{ s}$

6 - Syst: spatiaux étudié dans le référentiel lié à l'ISS en rotation uniforme par rapport au réf^l géocentrique. Il est soumis à la force de gravitation ~~et à la force d'inertie~~

~~et à la force d'inertie d'entraînement~~

$\vec{F}_{ie} = m \omega \otimes \vec{r} = m \omega^2 r \vec{u}_r$
avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$

lorsque M est au point S $r = R_T + R$
 $\vec{F}_g + \vec{F}_{ie} = \left(-\frac{GM_T m}{(R_T + R)^2} + m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \times (R_T + R) \right) \vec{u}_r$

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{ie} = \left(-\frac{GM_T m}{(R_T + R)^2} + m \frac{GM_T}{(R_T + R)^2} \right) \vec{u}_r = \vec{0}$$

$m \vec{a}_{M/ISS} = \vec{0}$ M est en impesanteur.

c- se passer dans la station spatiale:

Q7- Comme le spationaute est en impesanceur dans l'ISS, il n'y aura pas d'élongation du ressort.

Q8- Le point M (de masse soit m_1 , soit $m_1 + m_2$) est soumis :

- à la force de gravitation $\vec{F}_g$
- " " " d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie}$
- force de rappel $-k(l-l_0)\vec{u}_z$

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{ie} = \vec{0}$$

La 2^{de} loi de Newton appliquée à M donne $m\ddot{z} = -kz \Rightarrow$

$$\ddot{z} + \frac{k}{m}z = 0$$

Oscillateur harmonique de période

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Q9- $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}$

$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}}$$

$$m_2 = m_1 \left(\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 - 1 \right)$$

AN: $m_2 = 1,43 \left(\left(\frac{1,5}{0,82} \right)^2 - 1 \right) = 73 \text{ kg}$ correct