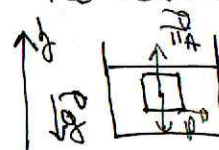


I - la plateforme stabilisatrice:

A - Flottabilité:

1 - la résultante des forces est:



$$\vec{P} = \vec{P}_0 + \vec{P}$$

$$\vec{P} = \rho V \vec{g} \quad \vec{P}_0 = -\rho_0 V \vec{g}$$

$$\vec{R} = (\rho - \rho_0) V \vec{g} = -(\rho - \rho_0) V g \vec{e}_z$$

Si $\rho < \rho_0$, $\vec{R}$ selon $+\vec{e}_z$, le solide a tendance à remonter vers la surface

Si $\rho > \rho_0$, $\vec{R}$ selon $-\vec{e}_z$, le solide a tendance à couler.

2 - si le fluide est à l'équilibre dans A non galiléen, le fluide déplacé subit en plus de son poids $\rho V \vec{g}$, la force d'inertie d'entraînement $-\rho V \vec{a}_e$.

La pression d'Archimède est l'opposé du poids du fluide lorsqu'il est à l'éq dans A.

$$\vec{P}_A = \rho V (\vec{g} + \vec{a}_e)$$

B - Horizontalité statique de la plateforme:

$$\vec{P} = \rho_0 V_0 \vec{g} + \rho_0 V_0 \vec{g} + \rho_0 V_0 \vec{g} + \vec{P}_0 + \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$\vec{R} = (\rho_0 V_0 + \rho_0 V_0 + \rho_0 V_0 - \rho_0 V_0 - \rho_0 V_0 - \rho_0 V_0) \vec{g}$$

Dans le cas où $\rho = \rho_0$

$$\vec{R} = (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g} + (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g}$$

$$\vec{P}_C = C G_0 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g} + C G_1 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g} + C G_2 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g}$$

$$\vec{P}_C = C G_1 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g} + C G_2 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g}$$

Dans le cas où $\rho = \rho_0$.

4 - les effets antagonistes se compensent dans le cas où $\vec{R} = \vec{0}$ c'est à dire:

$$(\rho_0 - \rho_0) V_0 = (\rho_0 - \rho_0) V_0$$

$$\vec{P}_C = -C G_1 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g} + C G_2 \wedge (\rho_0 - \rho_0) V_0 \vec{g}$$

$$\vec{P}_C = (\rho_0 - \rho_0) V_0 (C G_2 - C G_1) \wedge \vec{g}$$

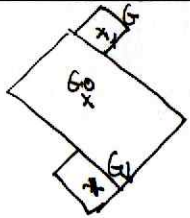
$$\vec{P}_C = M_{in} G_1 G_2 \wedge \vec{g} \text{ en posant } M_{in} = (\rho_0 - \rho_0) V_0$$

6 - On peut faire l'analogie avec l'électrostatique (diélectrique).
Lorsqu'il plonge dans un champ extérieur $\vec{E}_{ext}$ uniforme.

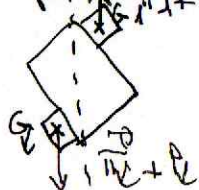
+ la résultante est nulle $\vec{R} = \vec{0}$
+ le moment du couple = $\vec{P} = q \vec{G} \wedge \vec{E}_{ext}$
 $\vec{g}$ joue le rôle de $\vec{E}_{ext}$
 M_{in} joue le rôle de q

7- A l'éq ; $M_C = 0 \Rightarrow G_1 G_2$ et $\vec{g}$ colinéaires. (1)

Si $G_1 G_2$ colinéaires de même sens que $\vec{g}$

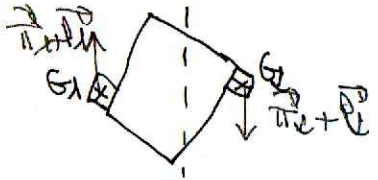


Si on écarte le syst de sa position d'éq. $\ell_1 < \ell_0$



le syst tend à revenir vers sa position d'éq = équilibre stable.

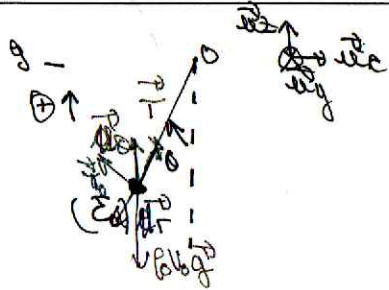
Si $G_1 G_2$ col. de sens contraire à $\vec{g}$:



Stabilité de la position d'éq, le syst s'en éloigne $\Rightarrow$ instable.

8- la vis V permet de déplacer le centre d'

C- Oscillations du pendule et longueur effective:



(Z0) est soumis:

$\rightarrow$ au poids $\rho_0 V_0 \vec{g}$

$\rightarrow$ à la poussée d'Archimède

$$\vec{\pi}_0 = -\rho V_0 \vec{g}$$

$\rightarrow$ à la tension du fil $\vec{T}$

On applique le th des moment cinétique par rapport à O_y .

$$\frac{dJ_{Oy}}{dt} = M_{Oy}(\text{forces ext})$$

le moment cinétique de (Z0) par rapport à O_y vaut: $J_{Oy} = m \ell^2 \ddot{\theta}$ $\vec{\pi}_0 = m \ell^2 \ddot{\theta}$

$$M_{Oy}(\vec{T}) = 0$$

$$M_{Oy}(\rho_0 V_0 \vec{g}) = -\rho_0 V_0 g \ell \sin \theta$$

$$M_{Oy}(\vec{\pi}_0) = +\rho V_0 g \ell \sin \theta$$

$$D'eq \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (\rho - \rho_0) V_0 g \ell \sin \theta$$

$$\text{Dans l'approx de petit angle } \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{(\rho_0 - \rho) V_0 g}{m_{eff} \ell} \theta = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell_{eff}}} \quad \text{avec } \ell_{eff} = \frac{m_{eff}}{(\rho_0 - \rho) V_0} \ell$$

$$\ell_{eff} = \frac{m_{eff}}{m_{app}} \ell$$

10- En l'absence de liquide.

$$T_{vide} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$\ell_{eff} = \frac{\rho_0 V_0 + \rho \rho_0 V_0 \rho}{(\rho_0 - \rho) V_0} \ell \quad \text{or } \rho = 0,99 \rho_0$$

$$\ell_{eff} = \frac{(1 + 0,99) \ell}{0,01} = 199 \ell$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_{eff}}{g}} = 199 T_{vide}$$

$$T_0 \approx 45,6 T_{vide}$$

11- Un pendule de 400m dans le vide oscille à la période $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} = 40,1s$ ce qui est conforme aux brochures

la longueur réelle correspondait à :

$$l = \frac{l_{eff}}{200} = \frac{400}{200} \rightarrow \underline{l = 19 \text{ cm}}$$

D = Effet stabilisateur :

16 - $\vec{\pi}_a = (p V_0 (a(t) \vec{u}_x + q \vec{u}_z))$ d'après la Qc.

Il faut prendre en compte en plus la force d'inertie d'entraînement s'exerçant sur (Z_0)

C'est à dire : $\vec{F}_{ie} = -\rho V_0 a(t) \vec{u}_x$

14 - On applique comme précédemment le TMC projeté sur $\vec{u}_y$ dans le référentiel R_0 .

$$Moy(\text{force ext}) = Moy(\vec{F}) + Moy(\vec{F}_0) + Moy(\rho V_0 \vec{q}) + Moy(\vec{\pi}_a) + Moy(\vec{F}_{ie})$$

$$Moy(\vec{F}_0) = -A \rho \vec{q}$$

$$Moy(\rho V_0 \vec{q}) = -\rho V_0 g l \sin \theta$$

$$Moy(\vec{\pi}_a) = \rho V_0 g l \cos \theta - \rho V_0 a(t) l \cos \theta$$

$$Moy(\vec{F}_{ie}) = \rho V_0 a(t) l \cos \theta$$

$$m_{eff} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -A \rho \frac{d\vec{q}}{dt} - (\rho - \rho_0) V_0 g l \sin \theta + (\rho - \rho_0) V_0 a(t) l \cos \theta$$

Dans l'approximation des petits angles :
 $\sin \theta \approx \theta$ $\cos \theta \approx 1$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{A \rho}{m_{eff}} \frac{d\theta}{dt} + \frac{(\rho - \rho_0) V_0 g}{m_{eff} l} \theta = \frac{(\rho - \rho_0) V_0}{m_{eff} l} a(t)$$

(5)

$$l_{eff} = \frac{m_{eff}}{(\rho - \rho_0) V_0} l = \frac{m_{eff}}{\rho_{eff}} l$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_{eff}}}$$

$$Q = \frac{m_{eff} \omega_0}{B_{vis}}$$

On obtient :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = \frac{a(t)}{l_{eff}}$$

14 $\theta(t)$ vérifie l'eq :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2 \theta = \frac{a_0}{l_{eff}} e^{j\omega t}$$

D'où θ_m vérifie :

$$(-\omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q} + \omega_0^2) \theta_m = \frac{a_0}{l_{eff}}$$

$$\theta_m = \frac{a_0 l_{eff}}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}}$$

$$\theta_m = \frac{\theta_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

$$45 - \underline{H(j\omega)} = \frac{\theta_m}{\theta_0} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad |H| \rightarrow 1$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad |H| \rightarrow 0$$

On obtient la FT d'un filtre passe-haut d'ordre 1.

16 - Dans l'air : $A \rightarrow 0$ $Q \rightarrow \infty$ $l_{eff} = l$ $m_{eff} = \rho V_0$
 $\omega_0 = \frac{g}{l}$ $\Rightarrow \quad \underline{H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{g/l}}}$

(6)

17 - Sans liquide la pulsation propre vaut environ 1,2 Hz - Il y a une forte résonance à cette pulsation.

En présence de liquide, il n'y a plus de résonance et une atténuation supérieure à 20 dB aux fréquences de la bouff d'où une forte atténuation de ses effets - Ceci montre l'intérêt de la plateforme stabilisée.

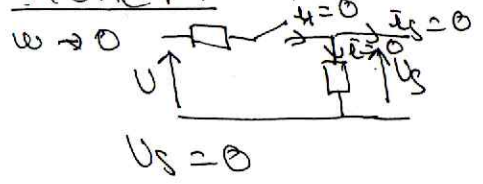
$\omega_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$ $\phi_0 = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega_0}{\omega} = 0,1 \text{ rad}$

Pour les fréquences considérées le gain maxi vaut -20 dB $\Rightarrow \phi_{\text{max}} = \frac{\phi_0}{10} = 0,01 \text{ rad}$ soit environ 0,6° ce qui est faible.

II Traitement du signal:

18 - Etudions les comportements BF et HF des filtres proposés - $\omega \rightarrow 0$ C U - $\omega \rightarrow \infty$ C U -

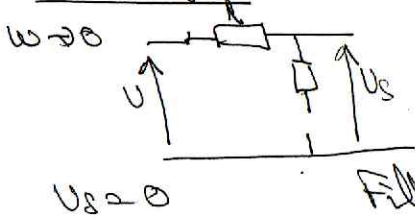
Filtre A:



$\omega \rightarrow \infty$ C U - $\Rightarrow U_s = 0$

Filtre passe-bande: ne convient pas.

Filtre B:



Filtre passe-haut: ne convient pas

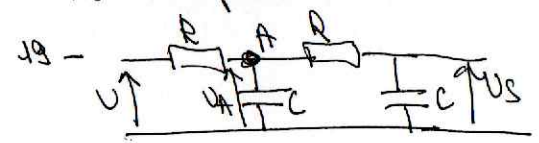
Filtre C:



$\omega \rightarrow \infty$ $U_s = 0$

$U_s = U$

Filtre passe-bas: convient.



$U_s = \frac{U}{1 + j\omega RC} \Rightarrow U_A = \frac{U}{1 + j\omega RC}$ d'après le diviseur de tension.

La loi des mailles appliquées au mail A donne:

$\frac{U - U_A}{R} = j\omega C U_A + j\omega C U_s$

$U = U_A (1 + j\omega RC) + j\omega RC U_s$

$U = (1 + j\omega RC + j\omega RC) U_s$

$\underline{H_F(j\omega)} = \frac{U_s}{U} = \frac{1}{1 + j\omega RC - R^2 C^2 \omega^2}$

20 - On peut choisir la pulsation caractéristique $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $1-\phi$ $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0,1 \text{ Hz}$

$C = 1 \mu F$ $R = 1,6 \text{ M}\Omega$

21 - $\frac{U_s}{U} = \frac{1}{1 + j\omega RC - R^2 C^2 \omega^2}$

D'où $R^2 C^2 (-\omega^2 U_s) + j\omega RC U_s + U_s = U$

En posant $\tau = RC$ et en passant en temporel, on obtient:

$$\alpha \frac{d^2 U_s}{dt^2} + 3\beta \frac{dU_s}{dt} + U_s = U \quad (9)$$

On passe à la discrétisation du signal sachant

$$\text{que } U_s((k+1)T_e) = U_s(kT_e) + T_e \frac{dU_s(kT_e)}{dt} + \frac{T_e^2}{2} \frac{d^2 U_s(kT_e)}{dt^2}$$

$$U_s((k-1)T_e) = U_s(kT_e) - T_e \frac{dU_s(kT_e)}{dt} + \frac{T_e^2}{2} \frac{d^2 U_s(kT_e)}{dt^2}$$

$$\text{D'où } \frac{dU_s}{dt} = \frac{U_s(k+1) - U_s(k)}{T_e}$$

$$\frac{d^2 U_s}{dt^2}(kT_e) = \frac{U_s(k+1) + U_s(k-1) - 2U_s(k)}{T_e^2}$$

D'où en réinjectant dans l'équation (9), on obtient :

$$\frac{\alpha^2}{T_e^2} [U_s(k+1) + U_s(k-1) - 2U_s(k)] + 3\beta \frac{U_s(k+1) - U_s(k)}{T_e} + U_s(k) = U$$

$$U_s(k+1) \left(\frac{\alpha^2}{T_e^2} + \frac{3\beta}{T_e} \right) + \left(1 - \frac{3\beta}{T_e} - \frac{2\alpha^2}{T_e^2} \right) U_s(k) + \frac{\alpha^2}{T_e^2} U_s(k-1) = U$$

$$\alpha = 2C = \frac{10}{\sqrt{\pi}} \quad \beta = 3Fe = 3Fe = \frac{102,4}{\sqrt{\pi}} = \alpha = 16,3$$

$$U_s(k+1) = + \frac{3\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha^2 + 3\alpha} U_s(k) - \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 3} U_s(k-1) + \frac{U}{\alpha^2 + 3\alpha}$$

$$U_s(k+1) = 1,84 U_s(k) - 0,844 U_s(k-1) + 0,0032 U$$

2 - Le spectre doit être affiché sur l'intervalle $[0, \frac{F_e}{2}]$ car $[0; 1,024 \text{ Hz}]$