

Mines 2 MP des 5:

Mesure et caractérisation du champ de pesanteur.

Mesure de la variation temporelle de g :

1- On observe 3 durées:

$\tau_1 = 0,5 \text{ jour}$
 $\tau_2 = 4 \text{ jour}$ } 2 oscillations par jour.

les petites oscillations sont modulées sur une durée d'environ 15 jours: $\tau_3 = 15 \text{ jours}$.

Les 2 premières oscillations sont probablement liées à la rotation propre de la terre et la 3ème à la rotation de la lune autour de la terre.

2- * référentiel galiléen: référentiel dans lequel le principe d'inertie est vérifié: M pt matériel soumis à une force est soit au repos ou animé d'un mot de translation rectiligne uniforme.

* référentiel de Copernic: d_0 .

Origine = centre de masse du syst. solaire et 3 vecteurs de base pointant vers 3 étoiles fixes lointaines.

* référentiel géocentrique: R_g

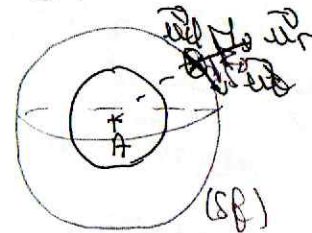
Origine: centre de la terre + 3 vecteurs de base pointant vers 3 étoiles lointaines fixes.

(1)

3- (R_g) est en mot de translation circulaire par rapport à (d_0) $\Rightarrow$ (R_g) n'étant pas en translation rectiligne uniforme dans (d_0) alors il n'est pas galiléen.

4- le flux de $\vec{g}$ sortant d'une surface fermée (S_f) est égal au produit de $-4\pi G$ par la masse contenue à l'intérieur de (S_f)

$$\oint_{S_f} \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi G M_{int}$$



La distribution de masse étant à symétrie sphérique, les plans ($N; \vec{u}_r, \vec{u}_\theta$) et ($N; \vec{u}_r, \vec{u}_\phi$) sont plans de symétrie de la distribution de masse.

$$\vec{g}(M) = g(r, \theta, \phi) \vec{u}_r$$

De plus la distribution étant invariante par rotation autour de $A \Rightarrow \vec{g}(M) = g(r) \vec{u}_r$

Th. de Gauss appliqué à une sphère S_f de centre A et de rayon $r > r_A$.

$$\oint_S \vec{g}(M) \cdot d\vec{S} = g(r) 4\pi r^2 = -4\pi G m_A$$

$$g(r) = -G \frac{m_A}{r^2}$$

$$\boxed{\vec{g}(M) = -G \frac{m_A \vec{AM}}{||AM||^3}}$$

5 - M lié à la terre $\Rightarrow T_H = 1 \text{ jour}$ (4)

T_H = période de rotation de la lune autour de la terre : $T_H \approx 28 \text{ jours}$

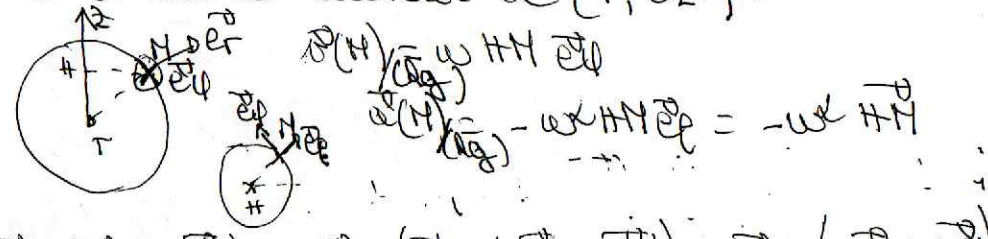
T_S = période de rotation de la terre autour du soleil : $T_S \approx 365 \text{ jours}$

ω = vitesse de rotation de la terre autour de l'axe des pôles.

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$

6 - Soit M un point fixe à la surface de la terre.

Dans (dg), M est animé d'un mouvement de rotation à la vitesse $\vec{\omega}$ autour de $(T, \vec{e}_z)$.



$$\text{or } \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (\vec{r}_H + \vec{r}_M)) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M)$$

$$\text{car } \vec{\omega} \wedge \vec{r}_H = \vec{0}$$

$$\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M) = (\underbrace{\vec{\omega} \cdot \vec{r}_M}_{=0}) \vec{\omega} - \omega^2 \vec{r}_M = -\omega^2 \vec{r}_M$$

$$\underline{\underline{\vec{a}(M) = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M)}}$$

de plus dans (dg) (non galiléen), M est soumis :

$\rightarrow$ à l'interaction gravitationnelle de la terre et de l'astre : $m \vec{g}_T(M) + m \vec{g}_A(M)$

$\rightarrow$ à la réaction $\vec{R}$

$\rightarrow$ la force d'inertie d'entraînement $\vec{f}_{ie} = -m \vec{a}_T(d_0)$ car (dg) est en translation par rapport à $(d_0) \Rightarrow \vec{a}_e(M) = \vec{a}_T(d_0)$

Pour déterminer $\vec{a}_T(d_0)$, on applique le principe fondamental de la dynamique à la terre dans (d_0) -

$$m_T \vec{a}_T(d_0) = m_T \vec{g}_A(T) \quad \left| \begin{array}{l} \text{Dans } (d_0) \text{ galiléen} \\ T \text{ soumise à l'action de l'astre (ou de plusieurs)} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{a}_T(d_0) = \vec{g}_A(T)}}$$

D'où, en écrivant le PFD à M dans (dg), on obtient :

$$m \cdot \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M) = m \vec{g}_T(M) + m \vec{g}_A(M) + \vec{R} - m \vec{g}_A(T)$$

D'où on obtient :

$$\vec{R} + m (\vec{g}_T(M) + \vec{g}_A(M) - \vec{g}_A(T) - \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M)) = \vec{0}$$

D'où :

$$\vec{g} = \vec{g}_T(M) + \vec{g}_0 + \vec{r}_1$$

avec $\vec{g}_0 = -\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}_M)$

$$\vec{r}_1 = \vec{g}_A(M) - \vec{g}_A(T)$$

7- $\vec{r}_1^0$ dépend de la position de M mais pas du temps pour un point M fixe à la surface de la terre.

Apporte une correction et entraîne un léger décalage angulaire entre la verticale locale et le vecteur $\vec{r}_1^0$.

$|\vec{r}_1^0|_{\max} = w R_T |\vec{r}_1^0|_{\max}$ à l'équateur, nulle aux pôles

$|\vec{r}_1^0|_{\max} = 0,03 \text{ m.s}^{-2}$.

8- Par définition

$$\delta g = g^0(\vec{e}_r) - \langle g^0(\vec{e}_r) \rangle$$

$\left(\frac{\partial \vec{r}_1^0}{\partial t}\right)$ ne varie pas pour un point M fixe

$$\text{d'où } \delta g = -\vec{r}_1^0 \cdot \vec{e}_r + \langle \vec{r}_1^0 \cdot \vec{e}_r \rangle$$

$$9 - \vec{r}_1^0 = \vec{r}_A^0(M) - \vec{r}_A^0(T)$$

$$\vec{r}_1^0 = -GMA \left[\frac{\vec{A}M^0}{AM^3} - \frac{\vec{A}T^0}{AT^3} \right]$$

$$\vec{A}M^0 = \vec{A}T^0 + \vec{T}M^0$$

$$AM^3 = (\|\vec{A}T^0 + \vec{T}M^0\|^2)^{3/2} = (d_A^2 + d_T^2 - 2d_T d_A \cos(\psi_A))^{3/2}$$

$$AM^3 = d_A^3 \left(1 - 2 \frac{d_T}{d_A} \cos(\psi_A) + \frac{d_T^2}{d_A^2} \right)^{3/2}$$

$$\frac{1}{AM^3} = \frac{1}{d_A^3} \left(1 + 3 \frac{d_T}{d_A} \cos(\psi_A) \right)$$

$$\vec{r}_1^0 = -GMA \left[\frac{\vec{A}T^0}{AM^3} + \frac{\vec{T}M^0}{AM^3} - \frac{\vec{A}T^0}{d_A^3} \right]$$

$$\vec{r}_1^0 = -GMA \left[\frac{\vec{A}T^0}{d_A^3} \left(1 + 3 \frac{d_T}{d_A} \cos(\psi_A) \right) + \frac{\vec{T}M^0}{d_A^3} \left(1 + 3 \frac{d_T}{d_A} \cos(\psi_A) \right) - \frac{\vec{A}T^0}{d_A^3} \right] \quad (6)$$

$$\vec{r}_1^0 = -\frac{GMA}{d_A^3} \left[\frac{3d_T}{d_A} \cos(\psi_A) \vec{A}T^0 + \vec{T}M^0 \right]$$

$\|\vec{T}M^0\| \ll \|\vec{A}T^0\|$ le terme $\|\vec{T}M^0\| \frac{1}{d_A} \cos(\psi_A)$ négligeable devant $\|\vec{A}T^0\| \frac{1}{d_A} \cos(\psi_A)$

$$\text{D'où } \vec{r}_1^0 \approx -\frac{GMA}{d_A^3} (\vec{T}M^0 + N \vec{A}T^0)$$

avec $N = -\frac{3d_T}{d_A} \cos(\psi_A)$

la autre variable de $\vec{r}_1^0$ est $-\frac{GMA}{d_A^3} N \vec{A}T^0$ qui contribue aux variations de g^0 .

$$-\vec{r}_1^0 \cdot \vec{e}_r = -\frac{3GMA d_T}{d_A^3} \cos(\psi_A) \left(\frac{\vec{A}T^0 \cdot \vec{e}_r}{d_A \cos(\psi_A)} \right) + \frac{GMA d_T}{d_A^3}$$

$$\langle -\vec{r}_1^0 \cdot \vec{e}_r \rangle = -\frac{3GMA d_T}{d_A^3} \left\langle \cos^2(\psi_A) \right\rangle + \frac{GMA d_T}{d_A^3}$$

$\frac{1}{2}$

$$\delta g_A = -\frac{3GMA d_T}{d_A^3} \left(\cos^2(\psi_A) - \frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{\delta g_A = \frac{3GMA d_T}{2d_A^3} \cos(2\psi_A)}$$

10- Si $\vec{A}T^0$ et $\vec{T}M^0$ colinéaires de même sens $\psi_A = 0$

$$\delta g_A = \frac{3GMA d_T}{2d_A^3}$$

AN:

$$\sigma_{gH} = 9,6 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2} = 960 \text{ nm.s}^{-2}$$

$$\sigma_{gS} = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2} = 380 \text{ nm.s}^{-2}$$

$$K = \frac{|\sigma_{gH}|}{|\sigma_{gS}|} = 2,5$$

les 2 autres ont des effets qui ont le même ordre de grandeur et entraînent de faibles variations de g .

les ordres de grandeur sont cohérents avec la figure 1.