DM SCIENCES PHYSIQUES N°7
A rendre pour le vendredi 19 décembre

Problème 1 :

Nous considérerons que le référentiel géocentrique est galiléen et nous appellerons O le centre de la Terre.

A- La pesanteur sur Terre

Q1- Définir le référentiel géocentrique et le référentiel terrestre. Décrire le mouvement duréférentiel terrestre par rapport au référentiel géocentrique.

Q2- On considère maintenant le référentiel géocentrique galiléen. Le poids d'un objet M de masse m situé à la surface de la Terre est défini dans le référentiel terrestre comme la somme de la force gravitationnelle et de la force d'inertie d'entraînement.
Donner l'expression de ces deux forces en introduisant notamment Ω la vitesse de rotation propre de la Terre, R_T le rayon de la Terre, G la constante de gravitation, M_T la masse de la Terre, m celle de l'objet étudié et λ la latitude du point considéré (voir figure 1).

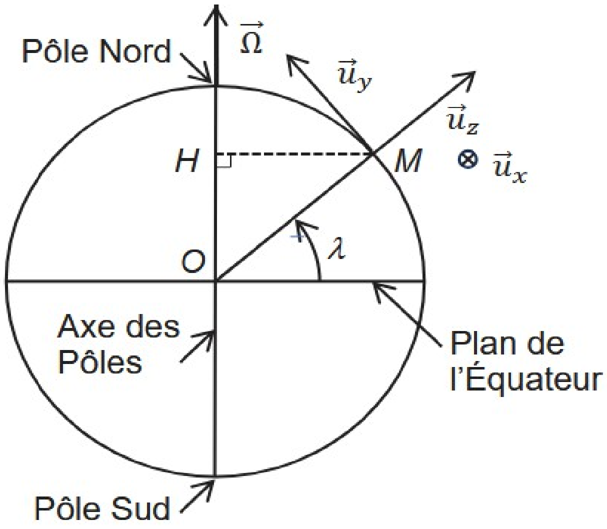

Figure 1 - Vue en coupe de la Terre

Q3- À la latitude de Paris ($\lambda = + 49°$), calculer la valeur numérique des deux forces pour une personne pesant m = 75 kg.
Commenter.

Q4- Proposer une méthode simple utilisant la mesure de l'élongation d'un ressort de raideur k connue pour mesurer la masse d'un objet sur Terre. Faire un schéma explicatif et établir la formule permettant de déterminer la masse de l'objet à partir de l'élongation du ressort.

B- La pesanteur dans la Station Spatiale Internationale (ISS)

Sur le site internet de la Cité de l'Espace (www.cite-espace.com), on lit « Totalisant actuellement un peu plus de 400 tonnes orbitant à environ 400 km d'altitude à la vitesse de 28 000 km/h, l'ISS est la plus grande structure jamais assemblée dans l'espace et elle héberge des laboratoires pour y mener des expériences scientifiques impossibles à réaliser sur Terre. »

Q5- Déterminer l'expression de la vitesse d'un satellite comme l'ISS, de centre d'inertie S et de masse

M_S tournant autour de la Terre à l'altitude h. On assimilera le satellite à un point matériel en orbite circulaire.
Vérifier la vitesse annoncée pour l'ISS dans cet article de la Cité de l'Espace.
Etablir et calculer la période de révolution de l'ISS autour de la Terre .

On va maintenant étudier un spationaute, assimilé à un point matériel M de masse m, dans le référentiel lié à la station spatiale internationale (ISS).
Le mouvement du référentiel lié à l'ISS est en rotation uniforme dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. En effet, la grande coupole de verre, d'où les spationautes prennent des photos de la Terre, est toujours dirigée vers la Terre.

Q6- Dans le référentiel de l'ISS, le spationaute de masse m = 75 kg, toujours assimilé à son centre de gravité M, « flotte » sans bouger ni toucher les parois. Il est donc soumis uniquement à la force gravitationnelle et à la force d'inertie d'entraînement.
Donner l'expression de ces forces en faisant intervenir notamment les points O (centre de la Terre) et M, et en fonction de G, M_T, m et de r = OM.
Calculer la somme de ces deux forces dans le cas où le spationaute est situé au centre de gravité S de la station spatiale et justifier que le spationaute est en impesanteur (ou apesanteur) dans la station spatiale.

C- Se peser dans la station spatiale
Comme les spationautes ont une activité physique beaucoup plus faible que sur Terre à cause de l'impesanteur, ils ont tendance à perdre de la masse musculaire, et même de la masse osseuse. Il est donc important de les peser régulièrement pour faire un suivi de cette perte de masse.

Q7- Expliquer pourquoi la méthode proposée à la question Q4 ne peut pas convenir pour peser un spationaute dans l'ISS.

Q8. La solution qui a été retenue pour peser les spationautes en impesanteur est d'utiliser les oscillations d'un ressort.
Le spationaute M de masse m_2 s'accroche à un dispositif appelé BMMD (voir figure 2.a) de masse mobile m_1 = 12,43 kg. Ce dispositif inclut aussi un ressort de raideur k, et on peut le modéliser comme sur la figure 2b, où m désigne la masse du dispositif et du spationaute. On négligera les frottements et on suppose M situé en S .
Déterminer la relation entre la période propre et la masse m.

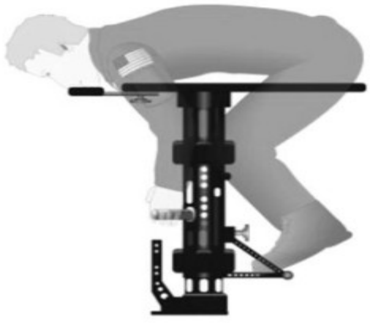

Figure 2.a
Spationaute sur le BMMD (Body Mass Measurement Device)

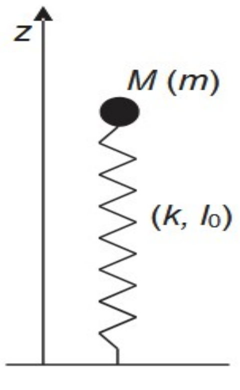

Figure 2.b
Modélisation

Q9- Si la période d'oscillation pour le dispositif à vide vaut T_1 = 0,82 s et celle avec le spationaute qui s'y accroche vaut T = 2,15 s, déterminer la formule littérale, puis la valeur numérique de la masse m_2 du spationaute qui se pèse.

Données :
Constante de gravitation : G = 6,67.10 $^{-11}$ m ^{3}.kg $^{-1}$.s $^{-2}$
Rayon de la Terre : R_T = 6,4.10 ^{6} m
Masse de la Terre : M $_T$ = 6,0.10 ^{24} kg
Vitesse de rotation propre de la Terre : Ω = 7,3.10 $^{-5}$ rad.s $^{-1}$

Problème 2 :

Pendule de Foucault

Le pendule de Foucault est un instrument historique qui a contribué à la mise en évidence de la rotation de la Terre sur elle-même. On le modélise par un fil de longueur $l=67\,m$ de masse négligeable, au bout duquel est accrochée une masse *m* = 36 kg.
La Terre est supposée en mouvement de rotation uniforme à la vitesse de rotation angulaire . On néglige toutes les forces de frottement dans cette partie.
Soit $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ une base fixe du référentiel géocentrique considéré galiléen (cf. figure 1). La position de la masse *m* est donnée par ses coordonnées dans le repère (*Oxyz*) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ fixe dans le référentiel terrestre. Cette base est dite *locale*. On note α l'angle entre le pendule et l'axe vertical dirigé par le vecteur $\vec{e}_z$ (cf. figure 1(b)). On note $(\vec{e}_r, \vec{e}_\alpha)$ la base mobile suivant le mouvement de la masse dans le référentiel terrestre.

I- Mouvement du pendule sans effet de la force d'inertie de Coriolis
Dans un premier temps, on néglige la force d'inertie de Coriolis.

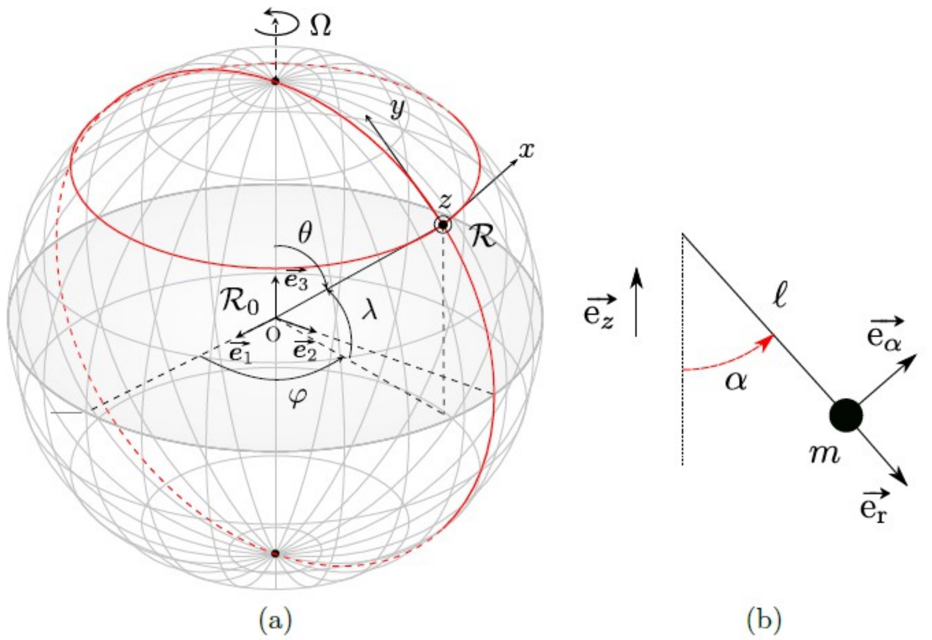

FIGURE 1 – (a) Définitions des repères liés aux référentiels géocentrique et terrestre. (b) Définition de l'angle α et de la base mobile.

1- Dans toute la suite on négligera la force d'inertie d'entraînement, et on considérera que le poids est parallèle à l'axe *Oz*. Justifier ces approximations par une analyse en ordres de grandeur.
2- Écrire l'équation vectorielle du mouvement de la masse *m*, puis la projeter dans la base mobile $(\vec{e}_r, \vec{e}_\alpha)$ définie sur la Fig. 1(b) (on supposera son mouvement plan).
3- Dans quelle limite le pendule simple peut-il être approximé par un oscillateur harmonique ?
On se placera dans cette limite par la suite. Exprimer sa pulsation propre ω_0 . Déterminer la période d'oscillation du pendule et l'estimer numériquement pour le pendule de Foucault.
4- Justifier que dans l'approximation précédente le mouvement de la masse est horizontal au premier

ordre en α .

II- Effet de la force d'inertie de Coriolis

On s'intéresse maintenant à la modification du mouvement engendrée par la présence de la force d'inertie de Coriolis. Paris est située à une latitude $\lambda=49°$ comme définie sur la figure 1(a). On considérera que le mouvement de la masse est plan dans le repère local et on négligera vitesse et accélération selon l'axe *Oz*. On admettra que l'effet des forces autres que la force de Coriolis se met sous la forme $\vec{F}=-m\omega_0{}^2 x\vec{e}_x-m\omega_0{}^2 y\vec{e}_y$.

5- Comparer numériquement les pulsations Ω et ω_0 .

6- Décomposer le vecteur $\vec{e}_3$ dans la base locale et en déduire que les équations du mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} \ddot{x}+\omega_0^2\,x=2\tilde{\Omega}\,\dot{y} \\ \ddot{y}+\omega_0^2\,y=-2\tilde{\Omega}\,\dot{x}. \end{cases}$$

Exprimer la constante $\tilde{\Omega}$.

7- Pour résoudre ce système, on pose la variable complexe $\underline{u}=x+iy$. Déterminer l'équation vérifiée par $\underline{u}$ .Résoudre cette équation et donner l'expression de $\underline{u}(t)$ en fonction de deux inconnues $\underline{A}$ et $\underline{B}$.

8- On prend $x(0)=x_0 et\ y(0)=0$ et une vitesse initiale nulle. Déterminer l'expression de $\underline{u}$

9- En utilisant le résultat de la question 5, simplifier l'expression de $\underline{u}(t)$. Interpréter l'expression obtenue.

10- Déterminer l'expression de l'angle Ψ duquel a tourné le plan d'oscillation du pendule en 24 h à Paris dans le référentiel terrestre. L'estimer numériquement en degrés. Y a-t-il des points sur le globe où le plan d'oscillation du pendule reviendrait à sa position initiale après 24 h ?

11- Justifier brièvement les valeurs inhabituelles choisies par Foucault pour la masse *m* et la longueur l

12- Sur la figure 2, on voit le professeur Tournesol utiliser son pendule pour se repérer et se diriger sur Terre. Cela vous semble-t-il possible ? Justifier votre réponse.

FIGURE 2 – Le professeur Tournesol et son pendule.

Données :

Rayon de la Terre $R_T=6{,}4.10^3\,km$

Masse de la Terre $M_T=6{,}0.10^{24}\,kg$

Constante de gravitation universelle $G=6{,}67.10^{-11}\,m^3.kg^{-1}.s^{-2}$