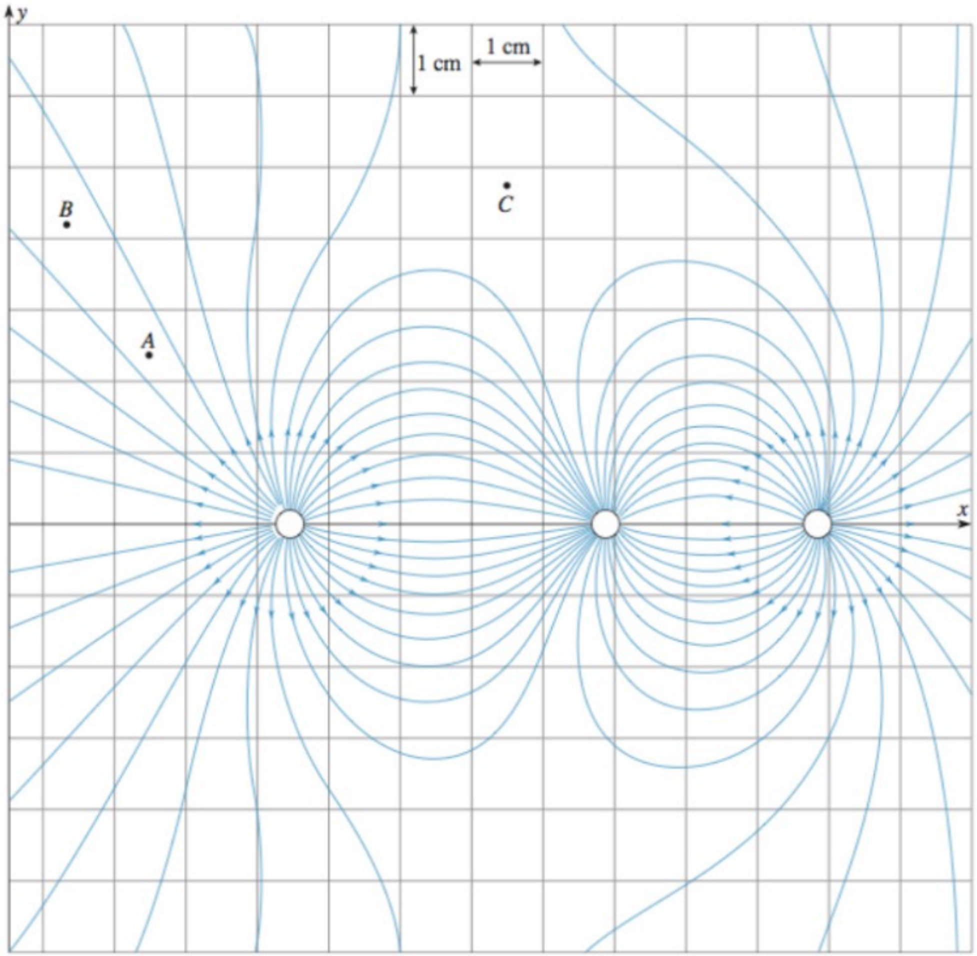
SPE MP 2025-2026

EXERCICES ELECTROSTATIQUE .

Exercice 1 : lignes de champ .



On considère la carte de lignes de champ donnée ci-dessus, produite par trois fils uniformément chargés.

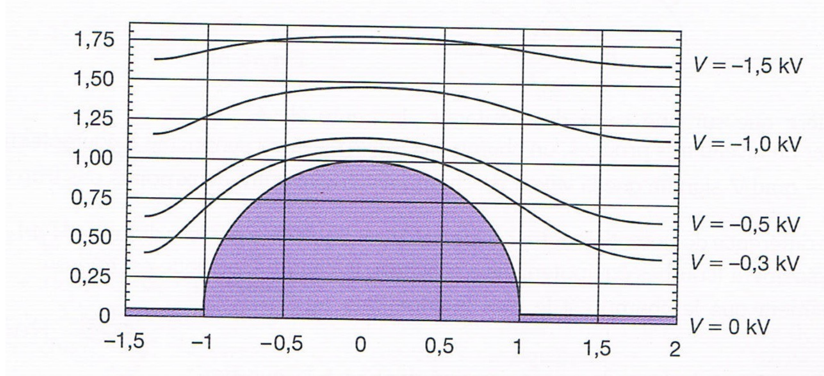
1- Quels sont les plans de symétrie de la distribution ?

2- Quel est le signe de la densité linéique de charge de chacun d'entre eux ?

3- La norme du champ électrique en A est de 100 $V \cdot m^{-1}$. Calculer une valeur approchée du champ en B.

Exercice 2: électrisation du sol .

Lors d'un orage peut se développer au niveau du sol une zone chargée . On a tracé ci-dessous les équipotentielles au niveau d'une aspérité , les graduations sont en unités arbitraires . Le volume de l'aspérité est supposé équipotentiel .



1- Représenter l'allure de quelques lignes de champ .

2- Quel est le signe de la charge portée par l'aspérité , vous justifierez la réponse à l'aide du théorème de Gauss .

3-Dans quelles régions le champ est-il le plus intense .

4- Sur le diagramme , on admet que loin de l'aspérité de champ est de $5\,kV.m^{-1}$, évaluer la valeur du champ électrique au sommet de l'aspérité .

5- La valeur du champ électrique maximal dans l'air (champ disruptif) est de $30\,kV.cm^{-1}$. Commenter .

Exercice 3: distributions sphériques .

A- On considère des particules chargées réparties uniformément avec une densité volumique de charges ρ_0 constante entre deux sphères de même centre O et de rayons R_1 et R_2 ($R_2 > R_1$) .

1- Calculer le champ électrique en un point M à la distance r de O .

2- Déterminer la différence de potentiel entre les deux sphères .

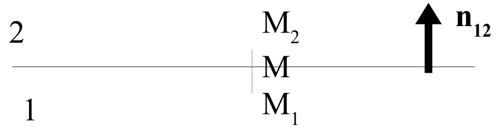
En coordonnées sphériques :

$$\vec{grad}\, U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

$$\text{div}\ \vec{a} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 a_r)}{\partial r} + \frac{1}{(r\sin\theta)}\frac{\partial(\sin\theta\, a_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial a_\varphi}{\partial\varphi}$$

B- Une sphère de centre O et de rayon R porte une charge volumique ρ répartie uniformément dans le volume qu'elle délimite sauf dans une cavité sphérique de centre O1 creusée dans la sphère . Cette cavité est vide de charge .
Calculer le champ à l'intérieur de la cavité et souligner sa particularité .

Exercice 4:
Données : relations de passage du champ électromagnétique de part et d'autre d'une surface chargée



$\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1) = \frac{\sigma(M)}{\epsilon_0}\vec{n_{12}}$ M_1 et M_2 étant deux points infiniment voisins de M respectivement situés dans les milieu 1 et 2 et σ (M) la densité surfacique de charge au point M .

On considère le demi-espace x > 0 comportant $n_1(x) = n_0 \exp(\frac{-qV(x)}{k_B T})$ ions de charge q> 0 par unité de volume et $n_2(x) = n_0 \exp(\frac{qV(x)}{k_B T})$ ions de charge q < 0 par unité de volume.
Le demi-espace est occupé par un conducteur massif équipotentiel $V(x<0) = V_0$.
1- Déterminer une équation différentielle du second ordre vérifiée par V(x > 0) .
2- On suppose $\frac{qV(x)}{k_B T} \ll 1$. Donner la forme de V(x) en posant $D^2 = \frac{k_B T \epsilon_0}{2q^2 n_0}$.
3- Déterminer la densité surfacique de charge du plan x = 0 (la relation de passage est donnée ci-dessus) .

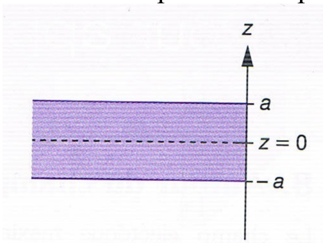
Exercice 5:potentiel de Yukawa
Le physicien japonais Hideki Yukawa (Prix Nobel 1949) a postulé une forme de potentiel pour traduire les interactions entre particules dans le noyau atomique. On étudie ici ce potentiel comme s'il s'agissait d'un potentiel électrostatique.
Une distribution de charge à symétrie sphérique crée, à une distance r, un potentiel électrostatique de la forme $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}\exp(\frac{-r}{a})$ Q et a étant des constantes positives.
1-Déterminer la charge q(r) contenue dans une sphère de centre O et de rayon r. 2- Déterminer q(r) dans les deux cas extrêmes : r tend vers zéro et r tend vers l'infini. En déduire qualitativement la nature de la distribution de charge et donner une interprétation de a.
3- Déterminer la charge contenue entre deux sphères de rayons r et r+dr , en déduire la densité volumique de charge ρ(r).
4- Retrouver la densité volumique de charge ρ(r) à l'aide d'une équation locale de l'électrostatique .

Exercice 6 :cylindre non uniformément chargé .
A l'intérieur d'un cylindre infini d'axe zz' de rayon R , se trouvent des particules chargées réparties avec une densité volumique de charge $\rho(r) = \rho_0[1 + (\frac{r}{R})^2]$.
Déterminer le champ électrique créé en tout point de l'espace par cette répartition de charges .

Exercice 7:
Une diode à vide est constituée de deux plaques métalliques planes parallèles (C) et (A), de même surface S et distantes de d, entre lesquelles a été fait le vide. La cathode (C) est maintenue au potentiel O. Elle émet des électrons de vitesse négligeable qui se dirigent vers l'anode (A) qui est portée au potentiel U> O. On admet pour simplifier que les trajectoires des électrons sont rectilignes perpendiculaires aux plaques. On se place en régime permanent.
On note V(x) le potentiel électrostatique et v(x) la vitesse des électrons entre les plaques à la distance x de (C).
Trouver l'expression de v(x) en fonction de V(x) et des caractéristiques d'un électron (masse m, charge -e).

Exercice 8:demi-espace non uniformément chargé
1-Réétablir l'expression du champ créé en tout de l'espace par un plan infini uniformément chargé en surface .
2- On considère une distribution de charges d'extension infinie selon les directions y et z telle que la densité volumique de charge soit nulle pour x < 0 et vaut $\rho(x) = \rho_0 e^{\frac{-x}{a}}$ pour x > 0 .
Déterminer le champ créé en tout point de l'espace par cette distribution de charges .

Exercice 9: étoile liée à un nuage de gaz .
Un nuage de gaz est modélisé par un milieu continu de masse volumique μo uniforme , compris entre les abscisses $z=\pm a$.
1- Déterminer la géométrie du champ gravitationnel .
2- Calculer le champ gravitationnel en tout point de l'espace .



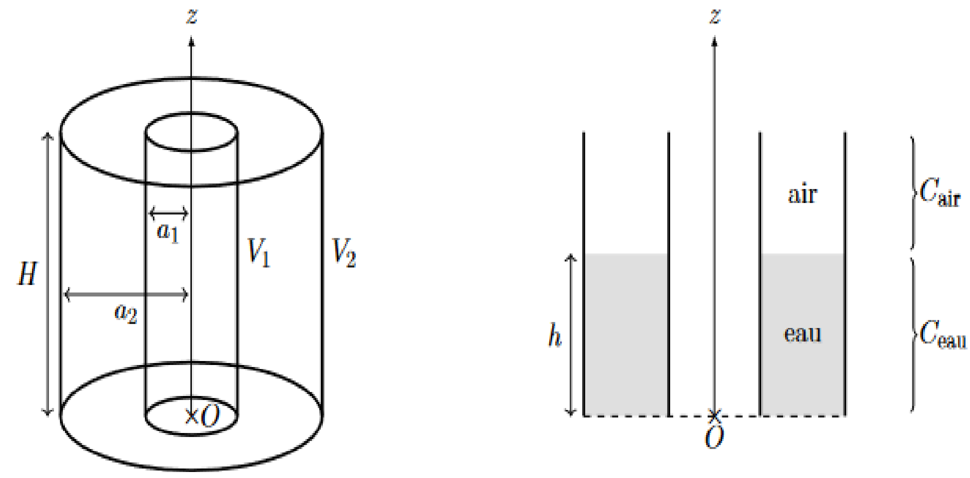
Exercice 10 : pluviomètre
La mesure des précipitations sur un territoire est importante pour prévoir l'évolution du débit de ses cours d'eau, et gérer de manière optimale les ressources en eau. Le volume de précipitations est généralement mesuré à l'aide d'un réseau de pluviomètres répartis sur le territoire, qui déterminent localement la hauteur d'eau tombée au sol par unité de surface pendant un intervalle de temps donné.
Parmi les différents types de pluviomètre qui existent, nous allons étudier dans cette partie le fonctionnement d'un pluviomètre capacitif, qui est basé sur la mesure d'une capacité électrique.

Le pluviomètre capacitif est modélisé par un condensateur constitué de deux armatures cylindriques
coaxiales d'axe (Oz) et de hauteur H, comme représenté sur la figure en fin d'énoncé :
→ l'armature intérieure de rayon a_1 est portée au potentiel V_1 et possède une charge $Q > 0$ répartie sur sa surface ;
→ l'armature extérieure de rayon a_2 est portée au potentiel V_2 (avec $V_2 < V_1$) et possède une charge - Q répartie sur sa surface.
On néglige les effets de bords dans cette étude, ce qui revient à considérer que la hauteur des armatures
est infinie lors de la détermination du champ électrique. On considère le système de coordonnées cylindriques du repère $(O\,;\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$
Dans un premier temps, on étudie le pluviomètre en l'absence d'eau (Figure à gauche). L'espace entre les deux armatures est alors rempli d'air, que l'on assimile au vide.

1- Justifer, de façon rigoureuse, que le champ électrique entre les deux armatures s'écrit sous la forme : $\vec{E}(M)=E(r)\vec{u}_r$.
2- À l'aide du théorème de Gauss, déterminer l'expression de E(r) entre les deux armatures en fonction
des données de l'énoncé.
3- Exprimer la capacité C_0 du condensateur en fonction de V_1 , V_2 et Q.
4- En déduire l'expression de C_0 en fonction de a_1 , a_2 , H et de la permittivité diélectrique du vide ε_0 .
5- Retrouver les résultats précédents à partir de la résolution de l'équation de Laplace dans l'espace inter-armature .

On étudie maintenant le pluviomètre en présence d'eau (Figure à droite). Celui-ci étant posé verticalement sur le sol, il s'est remplit progressivement d'eau lorsque de la pluie est tombée dans l'espace entre ses deux armatures cylindriques, et on note h la hauteur d'eau qu'il contient à la fin d'une averse. L'eau étant un milieu diélectrique qui est caractérisé par sa permittivité diélectrique ε, et on peut montrer que le théorème de Gauss reste valable dans un tel milieu à condition de remplacer ε_0 par ε .

6- Justifier que la capacité du condensateur en présence d'eau peut s'exprimer comme la somme : $C = C_{eau} + C_{air}$ avec C_{eau} la capacité de la partie du condensateur contenant de l'eau, et C_{air} la capacité de la partie du condensateur contenant de l'air.
7- En déduire que la capacité du condensateur peut s'exprimer sous la forme :
$C(h) = C_0(A\,h + B)$ avec A et B des constantes que l'on exprimera en fonction de ε, ε_0 et H.



Pluviomètre capacitif en l'absence d'eau (à gauche), et sa vue de coupe en présence d'eau (à droite).

$$\vec{grad}\,U=\frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta+\frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$$

$$\Delta U = \frac{1}{r}\frac{\partial (r\frac{\partial U}{\partial r})}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

<u>Exercice 11 :</u>moment dipolaire et molécules .

1- Le moment dipolaire de HF vaut 1,98 D. Sachant que la distance H—F dans la molécule est de 91,8 pm, calculer les charges partielles portées par chaque atome.

$1D = 0{,}33 . 10^{-29}\, C.m$

2- Dans l'échelle de Pauling , les électronégativités du soufre et de l'hydrogène sont respectivement égales à 2,58 et 2,20 . Sachant que la molécule de sulfure d'hydrogène est coudée avec un angle autour de l'atome de soufre de 92° , la molécule est-elle polaire ? Si oui représenter le vecteur moment dipolaire sur un dessin .

<u>Exercice 12:</u>distribution quadripolaire .

Soit O un point de l'espace où l'on place une charge 2q . Deux points A et B symétriques par rapport à O et distants de 2a portent la charge -q . On repère un point M de l'espace grâce à ses coordonnées sphériques d'axe $\vec{OB}$, r et θ , définies par r = OM et $\theta = (\vec{OB}, \vec{OM})$.

1- Déterminer le potentiel V(M) créé par cette distribution en un point M très éloigné de O (r>>a).

2- Calculer les composantes radiale et orthoradiale du champ électrique en M .

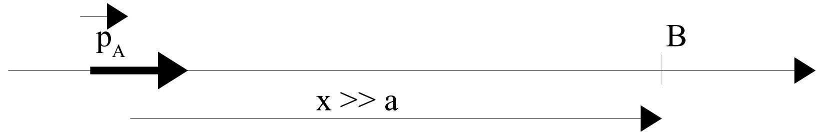
3- Déterminer les équations des équipotentielles et des lignes de champ .

<u>Exercice 13 :</u>forces de Van Der Waals

Si l'on place une molécule dépourvue de moment dipolaire permanent dans un champ $\vec{E}_{ext}$, la molécule acquiert un moment dipolaire induit $\vec{p}_{ind} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}_{ext}$ (expression valable si le champ extérieur n'est pas trop intense) α est appelé polarisabilité de la molécule .

Une molécule A a un moment dipolaire permanent $\vec{p}_A = p_A \vec{u}_x$. Sur l'axe (Ax) du dipôle $\vec{p}_A$ est placée une molécule B dépourvue de moment dipolaire permanent et de polarisabilité α .

1- a- On modélise la molécule A par un dipôle électrostatique composé de deux charges -q et +q . Ces deux charges sont distantes de a . Donner l'expression du champ créé à grande distance de la molécule A .



b- En déduire l'expression du moment dipolaire induit $\vec{p}_B$ de la molécule B .

2- a- Déterminer l'expression de la force $\vec{F}$ exercée par la molécule A sur la molécule B .

b- Montrer qu'il s'agit d'une force attractive qui varie en x^{-7} où x = AB .

c- Montrer que cette force dérive d'une énergie potentielle .

On appelle ce type de forces « les forces de Van Der Waals « .

Données : résultante des actions mécaniques exercées sur un dipôle de moment $\vec{p}$ plongé dans un champ extérieur $\vec{E}_{ext}$:

$$\vec{R} = (\vec{p} . \vec{grad})(\vec{E}_{ext})$$

<u>Exercice 14 :</u> dipôle dans un condensateur .

Un condensateur plan est constitué de deux plans uniformément chargés , l'un de charge surfacique -σ < 0 et d'abscisse x = -a < 0 , l'autre de charge σ et d'abscisse a sur un axe Ox perpendiculaire aux deux plans .

1- Déterminer le champ électrique entre les armatures du condensateur supposé idéal .

Un dipôle électrostatique $\vec{p}$ de module p est placé en O , l'angle qu'il fait avec $\vec{e}_x$ est noté α .

2- Déterminer son énergie potentielle Ep en fonction de α , p , σ et εo .

3- Discutez les positions d'équilibre de ce dipôle .

4- Modélisons ce dipôle par deux charges ponctuelles , N de charges -q < 0 placée en x = b et P de charge q placée en x = -b . Elles sont de même masse m .

a- Pourquoi le dipôle ne quitte-t-il pas sa position ?

b- Etudier les petites oscillations du dipôle autour de sa position d'équilibre stable . Donner la période de ses oscillations .