

Simulateur de vol

① $a = \text{cte}$ donc $v = a \cdot t + v_0$ (ici $v_0 = 0 \text{ m/s}$)
 $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + x_0$ (on choisit $x_0 = 0 \text{ m}$)

À l'instant du décollage:

$$v_d = a \cdot t_d$$

$$x_d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_d^2$$

On a donc : $x_d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v_d}{a}\right)^2$

d'où $a = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_d^2}{x_d} \approx 32 \text{ m/s}^2$

② J'isole le pilote, noté p , soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- avion $\rightarrow p$
- $p_s \rightarrow p$

On a donc :

$$\{ \text{avion} \rightarrow p \} + \{ p_s \rightarrow p \} = \{ D_{p/o} \}$$

$$\text{donc } \{ \text{avion} \rightarrow p \} = \{ D_{p/o} \} - \{ p_s \rightarrow p \}$$

Avec :

$$\begin{cases} \{ p_s \rightarrow p \} = \begin{cases} \vec{R}_{p_s \rightarrow p} = -m \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{M}_{G, p_s \rightarrow p} = \vec{0} \end{cases} \end{cases}$$

$$\cdot \vec{R}_{d p/o} = m \cdot a \cdot \vec{n}_0$$

$$\cdot \vec{S}_{G, p/o} = \vec{0} \quad (\text{solide en translation / à 0 et écriture au centre d'inertie } G).$$

On a donc :

$$\begin{cases} \{ \text{avion} \rightarrow p \} = \begin{cases} \vec{R}_{\text{avion} \rightarrow p} = m \cdot a \cdot \vec{n}_0 + m \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{M}_{G, \text{avion} \rightarrow p} = \vec{0} \end{cases} \end{cases}$$

On voit maintenant que, dans le simulateur, le siège exerce

sur le pilote une action mécanique telle que:

$$\underbrace{\{\text{siège} \rightarrow p\}}_{\text{DANS LE SIMULATEUR.}} = \underbrace{\{\text{avion} \rightarrow p\}}_{\text{DANS L'AVION RÉEL.}}$$

DANS LE SIMULATEUR.

DANS L'AVION RÉEL.

$$\textcircled{3} \quad \vec{J}_{IE3/0} = \vec{J}_{IE3/2} + \vec{J}_{IE2/1} + \vec{J}_{IE1/0}$$

$$\bullet \vec{J}_{IE3/2} = \vec{0}$$

$$\bullet \vec{J}_{IE2/1} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{J}_{IE1/0} &= \cancel{\vec{J}_{OE1/0}} + \vec{I}_O \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \\ &= R \cdot \vec{y}_1 \wedge (\dot{\psi} \cdot \vec{z}_0) \\ &= R \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{n}_1 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \underline{\vec{J}_{IE3/0} = R \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{n}_1}$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{a}_{IE3/0} = \frac{d}{dt} (\vec{J}_{IE3/0})_0 = \frac{d}{dt} (R \cdot \dot{\psi} \cdot \vec{n}_1)_0$$

$$\text{Et } \frac{d}{dt} (\vec{n}_1)_0 = \frac{d}{dt} (\cancel{\vec{n}_1})_1 + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{n}_1 = \dot{\psi} \cdot \vec{z}_1 \wedge \vec{n}_1 = \dot{\psi} \cdot \vec{y}_1$$

$$\text{On a donc } \underline{\vec{a}_{IE3/0} = R \cdot \ddot{\psi} \cdot \vec{n}_1 + R \dot{\psi}^2 \cdot \vec{y}_1}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{On doit calculer } \vec{G} = \vec{g} - \vec{a}_{IE3/0}$$

REMARQUE: isoler le pilote, dans le simulateur, permet d'écrire:

$$\vec{R}_{\text{siège} \rightarrow p} + \vec{R}_{ps \rightarrow p} = \vec{R}_{d p/0}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \vec{R}_{\text{siège} \rightarrow p} &= \vec{R}_{d p/0} - \vec{R}_{ps \rightarrow p} \\ &= m \cdot \vec{a}_{G \in p/0} - m \cdot \vec{g} \\ &= -m \cdot (\vec{g} - \vec{a}_{G \in 3/0}) \\ &= -m \cdot \vec{G} \quad (\text{ici } I \text{ est considéré comme} \\ &\quad \text{étant le centre d'inertie}) \end{aligned}$$

Calculons donc :

$$\vec{G} = g \cdot \vec{z}_{01} - R \cdot \ddot{\psi} \cdot \vec{x}_{12} - R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \vec{y}_1$$

$$\text{Avec } \vec{z}_{01} = \cos \vartheta \cdot \vec{z}_2 + \sin \vartheta \cdot \vec{y}_{23}$$

$$\text{et } \vec{z}_2 = \cos \varphi \cdot \vec{z}_3 - \sin \varphi \cdot \vec{x}_3$$

$$\text{Donc } \vec{z}_{01} = \cos \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \vec{z}_3 - \cos \vartheta \cdot \sin \varphi \cdot \vec{x}_3 + \sin \vartheta \cdot \vec{y}_3$$

$$\vec{x}_{12} = \cos \varphi \cdot \vec{x}_3 + \sin \varphi \cdot \vec{z}_3$$

$$\vec{y}_1 = \cos \vartheta \cdot \vec{y}_{23} - \sin \vartheta \cdot \vec{z}_2$$

$$\text{Donc } \vec{y}_1 = \cos \vartheta \cdot \vec{y}_{23} - \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \vec{z}_3 + \sin \vartheta \cdot \sin \varphi \cdot \vec{x}_3$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} \vec{G} &= -\left(g \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi + R \cdot \ddot{\psi} \cdot \cos \varphi + R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi\right) \cdot \vec{x}_3 \\ &\quad + \left(g \cdot \sin \vartheta - R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \cos \vartheta\right) \cdot \vec{y}_3 \\ &\quad + \left(g \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi - R \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin \varphi + R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi\right) \cdot \vec{z}_3 \\ &= G_x \cdot \vec{x}_3 + G_y \cdot \vec{y}_3 + G_z \cdot \vec{z}_3 \end{aligned}$$

⑥ On veut $G_y = 0$ donc $g \cdot \sin \vartheta = R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \cos \vartheta$

Il faut donc $\tan \vartheta = \frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}$

donc $\vartheta = \arctan\left(\frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}\right)$

⑦ On se fixe dans une configuration $\dot{\psi} = \text{cte}$ et $\vartheta = \text{cte}$.

On a :

$$\cos \vartheta = \cos\left(\arctan\left(\frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}}$$

$$\sin \theta = \sin \left(\arctan \left(\frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g} \right) \right) = \frac{\frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}}$$

On a donc :

$$G_x = - \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}} \cdot g - R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}} \cdot \frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}$$

$$= - \frac{\sin \varphi \cdot g}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}} \cdot \left(1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2} \right)$$

$$G_x = - g \cdot \sin \varphi \cdot \sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}$$

$$G_z = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}} \cdot g + R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}} \cdot \frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}$$

$$G_z = g \cdot \cos \varphi \cdot \sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}}$$

⑧ Si $\dot{\psi} \rightarrow +\infty$: $\sqrt{1 + \frac{R^2 \cdot \dot{\psi}^4}{g^2}} \simeq \frac{R \cdot \dot{\psi}^2}{g}$

• Si $\varphi = 0$: $G_x = 0$, on a donc :

$$G_z = R \cdot \dot{\psi}^2 \quad \vec{R}_{\text{siège} \rightarrow p} = - m \cdot R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \vec{z}_3$$

Dans cette configuration, le pilote a les fesses plaquées sur le siège. On retrouverait cette sensation lors du décollage d'une fusée par exemple :



• Si $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on a $G_x = - R \cdot \dot{\psi}^2$ donc $\vec{R}_{\text{siège} \rightarrow p} = + m \cdot R \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \vec{x}_3$
 $G_z = 0$

Ici le pilote a le dos plaqué au siège. On retrouve cette sensation lors d'une accélération en voiture (ou lors du catapultage sur le porte-avions).

⑨ J'isole $\{1, 2, 3\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \xrightarrow{\text{piv}} 1$
- $0 \xrightarrow{\text{rot}} 1$
- $p_2 \rightarrow 1$
- $p_2 \rightarrow 2$
- $p_3 \rightarrow 3$

J'écris le th. des moments en 0 et en projection sur $\vec{z}_0$:

$$\vec{M}_{0,0 \xrightarrow{\text{piv}} 1} \cdot \vec{z}_0 + \vec{M}_{0,0 \xrightarrow{\text{rot}} 1} \cdot \vec{z}_0 + \vec{M}_{0,p_2 \rightarrow 1} \cdot \vec{z}_0 + \vec{M}_{0,p_2 \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_0 + \vec{M}_{0,p_3 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}_{0,\{1,2,3\}/0} \cdot \vec{z}_0$$

Avec : $\vec{M}_{0,0 \xrightarrow{\text{piv}} 1} \cdot \vec{z}_0 = 0$

• $\vec{M}_{0,0 \xrightarrow{\text{rot}} 1} \cdot \vec{z}_0 = 0$

• $\vec{M}_{0,p_2 \rightarrow 1} \cdot \vec{z}_0 = \vec{M}_{G_1, p_2 \rightarrow 1} \cdot \vec{z}_0 + (\vec{OG}_1 \wedge (m_1 \cdot g \cdot \vec{z}_0)) \cdot \vec{z}_0 = 0$ s'annule

et de même $\vec{M}_{0,p_2 \rightarrow 2} \cdot \vec{z}_0 = \vec{M}_{0,p_2 \rightarrow 3} \cdot \vec{z}_0 = 0$

• $\vec{\delta}_{0,\{1,2,3\}/0} \cdot \vec{z}_0 = \underbrace{\vec{\delta}_{0,1/0} \cdot \vec{z}_0}_{= J_1 \cdot \ddot{\psi}} + \underbrace{\vec{\delta}_{0,2/0} \cdot \vec{z}_0}_{= 0} + \vec{\delta}_{0,3/0} \cdot \vec{z}_0$

$\vec{\delta}_{0,3/0} \cdot \vec{z}_0 = \vec{\delta}_{I,3/0} \cdot \vec{z}_0 + (\vec{OI} \wedge \vec{R}_{3/0}) \cdot \vec{z}_0$

■ $\vec{\delta}_{I,3/0} \cdot \vec{z}_0 = \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}_{I,3/0}) \cdot \vec{z}_0 + (m \cdot \underbrace{\vec{J}_{I/0} \wedge \vec{J}_{I \in 3/0}}_{= \vec{0} \text{ car } \hat{u} \text{ fixe}}) \cdot \vec{z}_0 = \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}_{I,3/0} \cdot \vec{z}_0)$

■ $\vec{\sigma}_{I,3/0} \cdot \vec{z}_0 = (I(I,3) \cdot \vec{\Omega}_{3/0}) \cdot \vec{z}_0 + (m \cdot \cancel{\vec{II}} \wedge \vec{J}_{I \in 3/0}) \cdot \vec{z}_0$
 $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\psi} \cdot \vec{z}_{01}$
 $= \vec{0} \text{ car } \dot{\psi} = 0$

$$= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_1 \cdot \vec{z}_0$$

$$\text{Or } \dot{\Psi} \cdot \vec{z}_1 = \dot{\Psi} \cdot \cos \theta \cdot \vec{z}_2 + \dot{\Psi} \cdot \sin \theta \cdot \vec{y}_2$$

$$\text{Donc } \vec{T}_{I,36} \cdot \vec{z} = \left[\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\Psi} \cdot \sin \theta \\ \dot{\Psi} \cdot \cos \theta \end{bmatrix}_2 \right] \cdot \vec{z}_{01}$$

$$= (B \cdot \dot{\Psi} \cdot \sin \theta \cdot \vec{y}_2 + A \cdot \dot{\Psi} \cdot \cos \theta \cdot \vec{z}_2) \cdot (\cos \theta \cdot \vec{z}_2 + \sin \theta \cdot \vec{y}_2)$$

$$= (B \cdot \sin^2 \theta + A \cdot \cos^2 \theta) \cdot \dot{\Psi} \quad \text{avec } \theta = \omega t$$

$$\text{On a donc } \vec{S}_{0,\{1,2,3\}/0} \cdot \vec{z} = (J_1 + A \cdot \cos^2 \theta + B \cdot \sin^2 \theta) \cdot \ddot{\Psi}$$

$$\text{D'où : } \underline{C_{01} = (J_1 + A \cdot \cos^2 \theta + B \cdot \sin^2 \theta) \cdot \ddot{\Psi}}$$