

DS SCIENCES PHYSIQUES N°3

CHIMIE :**Exercice 1 :** rosée du matin

Chacun de nous a déjà pu observer par un matin d'automne un peu frais, ces gouttelettes d'eau de condensation sur une toile d'araignée .



1- Esquisser le diagramme de phase de l'eau dans le plan (pression en fonction de la température) en y faisant apparaître :

- Les domaines des différentes phases séparés par les courbes d'équilibre
- Le point triple
- Le point critique
- Le point d'équilibre liquide-vapeur à la pression de 1 bar avec les valeurs numériques

2- Rappeler l'expression du potentiel chimique pour :

- un gaz parfait à la température T et à la pression P , $\mu_G(T, P)$
- une phase condensée pure (pcp) à la température T et à la pression P , $\mu_L(T, P)$

L'état de référence sera l'état standard à T .

3- Que peut-on dire des potentiels chimiques précédents lorsqu'il y a équilibre liquide vapeur?

En déduire l'expression de la différence des potentiels chimiques standards de l'eau liquide et de l'eau vapeur à la température T en fonction de T et de la pression de vapeur saturante à la température T notée $P_{sat}(T)$.

On donne quelques valeurs supplémentaires de $P_{sat}(T)$:

T (en °C)	100	80	30	10	0
P_{sat} (kPa)	100	47	4,3	1,2	0,62

4- On dispose d'un mélange eau-liquide/eau-vapeur à $T = 10^\circ\text{C}$ et à la pression $P = 3,6$ kPa. Ce mélange peut-il être en équilibre ? (justifier)

Prévoir l'évolution du système.

La constante des gaz parfaits a pour valeur numérique $R=8,31 \text{ J.mol}^{-1} .K^{-1}$

5- Expliquer maintenant, pourquoi des gouttes de rosée peuvent se déposer, durant la nuit, sur les toiles d'araignée. Représenter, directement sur votre diagramme de la question 1- , la trajectoire de ce processus.

Exercice 2 : cinétique

I- Elimination de l'acide lactique dans le sang .

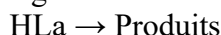
Après un effort intense, la concentration d'acide lactique $C_3H_6O_3$ (noté HLa) dans le sang, qui a beaucoup augmenté pendant l'effort, diminue progressivement pendant la phase de récupération.

Lors d'une récupération dite « active », quand le sportif poursuit un effort modéré, la diminution est plus rapide.

Dans certaines conditions, on a pu obtenir ce tableau de concentrations en acide lactique au cours du temps :

t (en min)	0	8	16
[Hla] en mmol.L ⁻¹	3	1,1	0,4

On veut déterminer l'ordre de la réaction de dégradation de l'acide lactique :



1- En supposant que la réaction est d'ordre 1, déterminer l'expression de l'évolution de [HLa] en fonction du temps. En utilisant les valeurs à $t = 0$ et $t = 8,0$ min du tableau ci-dessus, déterminer la concentration [HLa] à $t = 16,0$ min, dans le cas où la réaction est d'ordre 1.

Les mesures sont-elles compatibles avec une réaction d'ordre 1 ?

Dans d'autres conditions, l'évolution de la concentration d'acide lactique HLa suit une loi différente qui n'admet pas d'ordre.

On considère que la concentration (notée C) d'acide lactique vérifie l'équation différentielle suivante :

$\frac{dC}{dt} = -\alpha C(t) - \beta C^2(t) + \gamma$ Les coefficients α, β et γ α , dépendent de l'activité physique pendant la phase de récupération et sont supposés connus et enregistrés dans le script.

On veut résoudre numériquement cette équation différentielle en utilisant la méthode d'Euler explicite.

On utilisera les variables C_0 (concentration initiale), α (α), β (β) et γ (γ) qu'on supposera précédemment définies

2- On découpe l'intervalle de temps de durée Dt , sur lequel on veut résoudre l'équation, en N intervalles de longueur p .

Écrire le script Python permettant de définir p connaissant Dt et N , puis la liste de type list L_t contenant la première date où les concentrations seront calculées ainsi que la liste L_c contenant le premier élément de la liste des concentrations à calculer .

3- Si on note C_i la concentration d'acide lactique à l'instant de date t_i , déterminer l'expression de C_{i+1} en fonction de C_i , $p = t_{i+1} - t_i$, et des coefficients α, β et γ .

4- Écrire un script Python utilisant la méthode d'Euler explicite et permettant de remplir la liste L_c dont les éléments sont les concentrations C_i aux différentes dates des éléments de la liste L_t que l'on remplira également .

II- Décomposition des ions hypochlorite

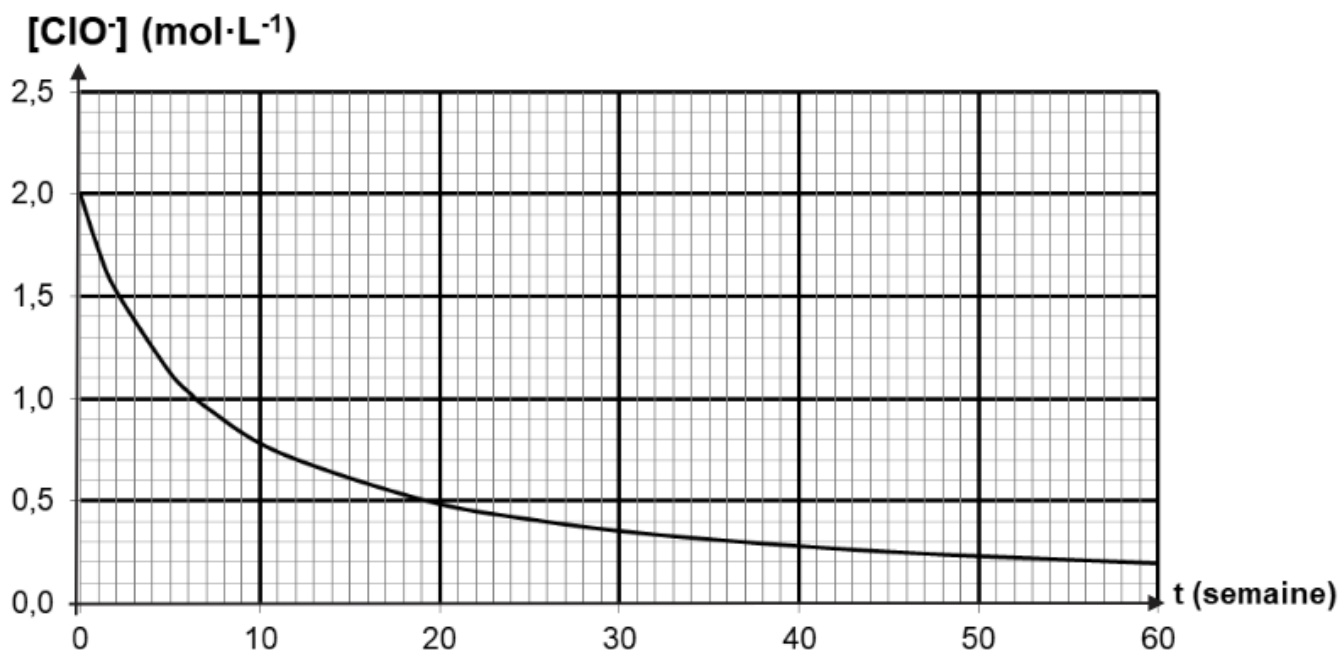
Le traitement de l'eau des piscines peut être fait grâce aux ions hypochlorite $\text{ClO}^-_{(\text{aq})}$.

Comme avec le traitement à l'oxygène actif, le principe actif n'est pas rémanent car ClO^- peut se décomposer d'après la réaction d'équation : $\text{ClO}^-_{(\text{aq})} = \text{Cl}^-_{(\text{aq})} + \frac{1}{2} \text{O}_{2(\text{g})}$.

Il faut sans cesse surveiller le taux de $\text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ et l'ajuster si nécessaire en utilisant, par exemple, des solutions d'eau de Javel.

La décomposition de l'ion hypochlorite est lente, de sorte que la concentration de l'ion hypochlorite dans les solutions commerciales d'eau de Javel diminue lentement au cours du temps.

La courbe de la figure ci-dessous représente l'évolution de la concentration en ion hypochlorite $[\text{ClO}^-]$ pour une solution de concentration initiale $[\text{ClO}^-]_0 = 2,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ maintenue à la température $\theta_1 = 30^\circ \text{C}$. L'unité utilisée pour l'axe des abscisses est la semaine.



- 1- Donner l'expression de la vitesse v de la réaction de décomposition de l'ion hypochlorite.
- 2- En expliquant votre démarche, calculer à l'aide du graphique (en moles par litre par semaine) la valeur de cette vitesse juste après la date $t = 0$ en gardant l'unité de temps en semaine.
- 3- Préciser la relation entre la vitesse v et la concentration en ion hypochlorite dans le cas d'une réaction d'ordre 2.
- 4- En indiquant clairement votre démarche (grandeurs calculées, courbes représentées ...), montrer que la courbe précédente est en accord avec l'hypothèse d'une réaction de décomposition de l'ion hypochlorite d'ordre 2. Déterminer la constante de vitesse k de la réaction (on gardera l'unité de temps en semaine).
- 5- Rappeler la loi d'Arrhénius. Formuler un conseil à donner aux utilisateurs quant aux conditions de stockage des solutions de traitement de l'eau, telles que celles à l'oxygène actif ou aux ions hypochlorite afin d'allonger leur durée de conservation.

PHYSIQUE : étude optique de l'œil

L'œil est l'organe de la vision. Il capte la lumière et transforme celle-ci en signaux électriques transmis au cerveau via le nerf optique. La cornée est la membrane transparente par laquelle la lumière entre dans l'œil. Ce dernier est de forme approximativement sphérique avec un diamètre typique d'environ 25 mm. Il est maintenu dans la cavité orbitaire par un ensemble de muscles qui assure aussi son mouvement. La figure 1 donne une représentation simplifiée de l'œil.

La forme de la cornée permet la focalisation de la lumière sur la rétine, partie interne photosensible de l'œil. La mise au point s'effectue à l'aide du cristallin qui a la forme d'une lentille biconvexe. Sous l'action des muscles ciliaires, la courbure du cristallin est modifiée, si besoin, de façon à pouvoir former une image nette sur la rétine. Ce processus est appelé accommodation.

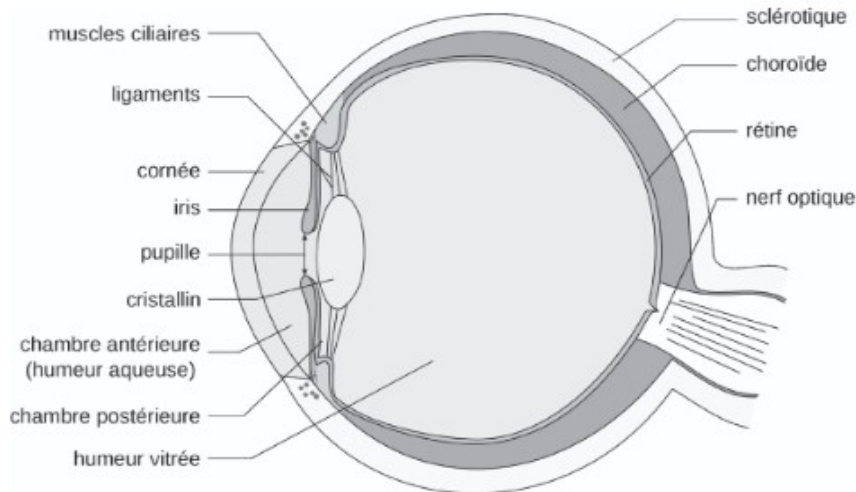


FIGURE 1 – Représentation simplifiée de l'œil [1]

1- La constitution de l'œil présente des analogies avec celle d'un appareil photographique. Regrouper dans un tableau trois éléments de l'œil et de l'appareil photographique pouvant être mis en correspondance.

2- En assimilant l'œil emmétrope (c'est-à-dire l'œil sans défaut) au repos à un ensemble {lentille mince - écran} distants de 17 mm, donner la valeur correspondante de la vergence de l'œil.

3- Comment la forme du cristallin est-elle modifiée lors de l'accommodation ? Comment appelle-t-on le point le plus proche que l'œil peut voir en accommodant ? Ce point est typiquement situé à 25 cm devant l'œil emmétrope. Trouver la valeur de la vergence de l'œil dans ce cas de figure.

La myopie est un défaut de la vision caractérisé par une perception floue d'objets éloignés. L'image de ces derniers se forme en avant de la rétine lorsque l'œil est au repos.

4- Un œil myope possède un punctum remotum situé à 2,0 m. Quelle est la vergence de la lentille correctrice à utiliser (on considère la correction faite par un verre de lunette situé à environ 1 cm de l'œil) ? Faire un schéma (sans respecter les échelles) montrant la marche de rayons lumineux incidents sur l'ensemble {lentille correctrice - œil}. On représentera l'œil par un ensemble {lentille mince - écran}.

Les cônes sont les cellules photoréceptrices permettant la perception de la couleur. Ils sont concentrés dans la zone centrale de la rétine avec une densité typique de $\sigma = 2,0 \cdot 10^5$ cellules / mm². On modélise toujours l'œil par un ensemble {lentille mince - écran} distants de 17 mm. Le pouvoir séparateur de l'œil est caractérisé par l'angle qui doit séparer deux points à l'infini pour qu'ils soient distingués.

5- Donner une estimation, en radians, du pouvoir séparateur de l'œil en supposant que celui-ci est lié à la distance entre deux cônes voisins.

PHYSIQUE DIFFUSION THERMIQUE (Niv1) type CCINP - E3A :

Problème 1: isolation thermique

I- Étude d'une paroi plane

On considère une paroi plane (figure 1) d'épaisseur e_0 et de surface S_0 . On néglige les effets de bord selon y et z. La température ne dépend que de x. La température sur la première face, située en $x=0$ est T_1 , celle de la seconde face, située en $x=e_0$ est T_2 .

On note c_p la capacité thermique massique du matériau constitutif de la paroi, ρ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique.

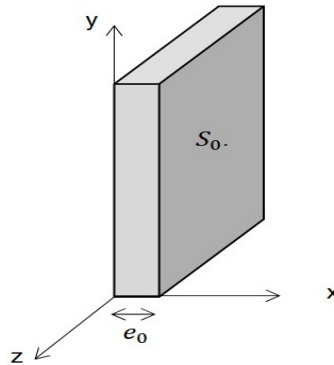


Figure 1 - Paroi plane

Q1- Rappeler la loi de Fourier. Préciser les notations et les unités des grandeurs physiques qui interviennent.

Q2- On suppose qu'il n'y a pas de source de chaleur interne. Établir pour l'étude de cette paroi, l'équation de la diffusion thermique en coordonnées cartésiennes.

Q3- Déterminer en régime stationnaire le profil de température $T(x)$ de cette paroi en fonction de x, e_0, T_1 et de T_2 .

Q4- Donner en régime stationnaire l'expression du flux thermique Φ traversant cette paroi orientée dans le sens des $x > 0$, en fonction de e_0, S_0, λ, T_1 et de T_2 . En déduire l'expression de la résistance thermique R_{th} de cette paroi, en fonction de e_0, λ et de S_0 .

II- - Étude d'une fenêtre double vitrage

Une fenêtre double vitrage (figure 2) de surface S_f est constituée de deux parois vitrées de même épaisseur e séparées d'une couche d'argon statique également d'épaisseur e . En plus des phénomènes de diffusion thermique dans le verre et dans l'argon, il faut tenir compte d'échanges conducto-convectifs au niveau des interfaces air extérieur - verre et verre - air intérieur. Ces échanges sont décrits par la loi de Newton, on note h est le coefficient d'échange (ou coefficient conducto-convectif).

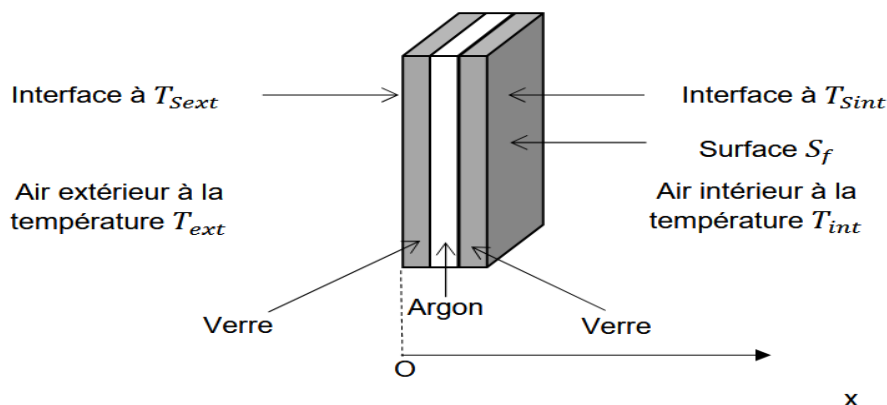


Figure 2 - Fenêtre double vitrage de surface S_f

Soient T_{ext} et $T_{inté}$ respectivement les températures de l'air extérieur et de l'air intérieur de la pièce d'habitation équipée de cette fenêtre. Le coefficient d'échange conducto-convectif à l'interface air extérieur – verre est noté h_e , celui à l'interface verre – air intérieur est noté h_i . Les conductivités thermiques du verre et de l'argon sont notées respectivement λ_v et λ_{Ar} , avec $\lambda_{Ar} \ll \lambda_v$. Soient T_{Sext} et T_{Sint} respectivement les températures en surface des verres aux interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur. Les parois vitrées occupent les zones $0 \leq x \leq e$ et $2e \leq x \leq 3e$. L'argon occupe la zone $e \leq x \leq 2e$.

Q5- Proposer, en régime stationnaire, un schéma électrique équivalent qui décrit les transferts thermiques associés à cette fenêtre. Précisez les expressions littérales des résistances thermiques qui interviennent en fonction des données de l'énoncé. Vous ferez apparaître sur votre schéma les différentes températures

$T_{Sext}, T_{ext}, T_{inté}$ et T_{Sint} .

Q6- On repère les différentes interfaces par leurs abscisses x . L'interface air extérieur - verre se situe en $x=0$. On suppose $T_{ext} < T_{inté}$. Précisez, en justifiant qualitativement, parmi les profils de température proposés sur la figure 3 celui qui correspond à cette fenêtre.

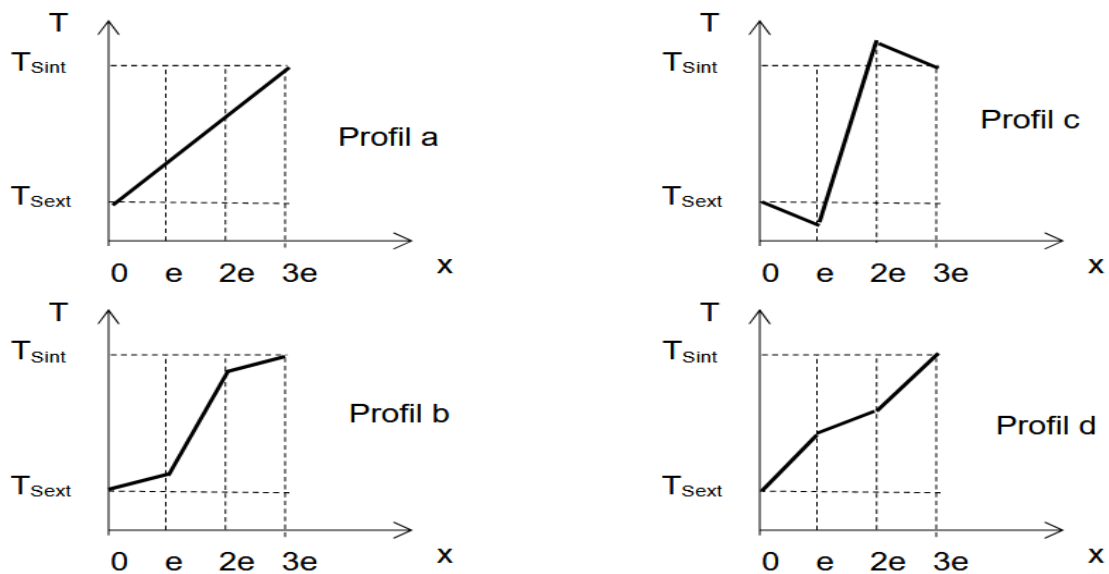


Figure 3 - Profils de température

III - Étude d'une pièce d'habitation

On considère dans cette sous-partie une pièce d'habitation de température supposée uniforme.

L'étude de la pièce est limitée à un mur comportant une fenêtre et à un plafond de surface $S_p = 10 \text{ m}^2$.

Ils sont tous les trois en contact avec le milieu extérieur de température constante $T_{ext} = 274 \text{ K}$.

Les pertes thermiques par le sol et les cloisons intérieures sont négligées. On note R_1 la résistance thermique de la pièce, c'est-à-dire de l'ensemble {mur, fenêtre, plafond}. R_1 tient compte de la totalité des phénomènes convectifs et diffusifs.

On chauffe la pièce, initialement à la température T_{ext} , avec un radiateur de puissance $P = 500 \text{ W}$.

La température finale atteinte se stabilise à $T_{fint} = 294 \text{ K}$.

Q7- Donner la valeur numérique de R_1 , résistance thermique de la pièce d'habitation.

Q8- On note $T(t)$ la température de la pièce supposée uniforme à un instant t et C la capacité thermique de la pièce. Cette capacité englobe celle du mobilier, celle de l'air contenu dans la pièce et celle des portions de murs intérieurs, aussi appelés doublages, qui se situent avant l'isolant. Etablir dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation différentielle vérifiée par la température

$T(t)$. En déduire l'expression de la température $T(t)$ en fonction de T_{ext}, T_{fin}, R_1 et de C .

Q9- Le plafond a une épaisseur $e_p = 5 \text{ cm}$ et une conductivité thermique $\lambda_p = 0,1 \text{ SI}$. Donner la valeur numérique de la résistance thermique du plafond notée R_{pl} . Exprimer littéralement la résistance thermique de l'ensemble mur-fenêtre, notée R_{mf} , en fonction de R_1 et de R_{pl} . Donner la valeur numérique de R_{mf} . Les déperditions thermiques sont-elles plus importantes par le plafond ou par l'ensemble mur-fenêtre (justifier) ?

Q10- On ajoute alors au plafond une couche d'isolant thermique d'épaisseur e_{iso} et de conductivité thermique λ_{iso} . Exprimer littéralement la nouvelle résistance thermique de l'ensemble plafond-isolant, notée R'_{pl} , en fonction de $R_{pl}, e_{iso}, \lambda_{iso}$ et de S_P . Soit R_2 la nouvelle résistance thermique totale de la pièce. On admettra que $R_2 = 0,12 \text{ K.W}^{-1}$. D'après ce modèle, par quel coefficient a-t-on divisé les pertes d'énergie thermique de la pièce en ajoutant cette couche d'isolant au plafond ?

Problème 2 :homéothermie des phoques

Les cétacés sont les seuls mammifères à vivre exclusivement dans la mer. Devoir respirer avec des poumons et maintenir leur température interne constante a nécessité une adaptation qui en fait des animaux exceptionnels. L'étude scientifique de ces espèces, dont certaines sont en voie de disparition, est menée par de nombreuses équipes de recherche en collaboration avec les associations de défense des espèces animales.

On se place en coordonnées cylindriques (figure 1) pour étudier une **situation physique stationnaire**, unidimensionnelle à symétrie cylindrique, telle que la température en un point $M(r, \theta, z)$ ne dépend que de r .

Le gradient de la température $T(r)$ est égal à $\vec{grad}(T) = \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$.

On note $\vec{j}_d(M) = j_d(r) \vec{e}_r$ le vecteur densité de courant thermique au point M .

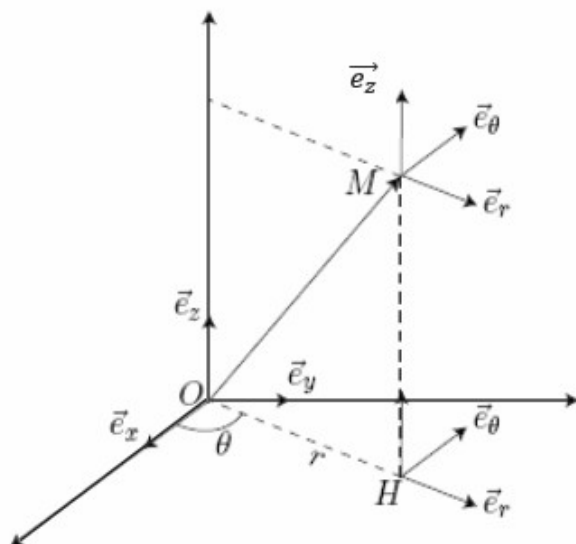


Figure 1 – Coordonnées cylindriques

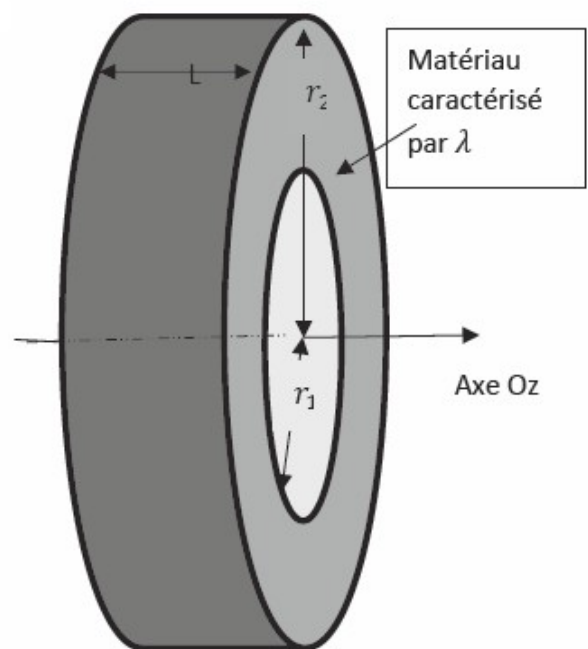


Figure 2 – Conducteur thermique

On considère un cylindre conducteur thermique creux de longueur L , occupant l'espace $r_1 < r < r_2$ constitué d'un matériau de conductivité λ (figure 2) dans lequel il n'y a aucune source thermique dans le matériau.

1- En effectuant un bilan énergétique pour le volume de matériau compris entre les cylindres de rayons r et $r+dr$ montrer que $\frac{d(r j_a(r))}{dr} = 0$.

2- En déduire la loi $T(r)$ en notant T_1 et T_2 les températures des cylindres de rayons r_1 et r_2

3- Exprimer la puissance thermique ϕ qui traverse le cylindre de rayon r et de longueur L , dans le sens des r croissants.

4- Définir et donner l'expression de la résistance thermique du cylindre.

5- Prenons l'exemple d'un phoque marin de taille moyenne de masse $M = 150$ kg, vivant dans un océan à la température $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$. On le modélise (figure 3) par un cylindre de longueur $L = 1,6$ m, de rayon $r = 25$ cm, qui ne perd de l'énergie que par sa surface latérale, considérée comme "partiellement isolée" de l'eau froide par une épaisseur $e = 50$ mm de graisse de coefficient caractéristique $\lambda = 7,0 \cdot 10^{-2}$ SI. Sa température d'existence est égale à $\theta_{eq} = 36,5^\circ\text{C}$ supposée uniforme. Il pêche 4,0 kg de poisson pour sa consommation journalière. Cette nourriture lui fournit une énergie de 4 600 kJ par kg de poisson consommé.

Évaluer l'énergie thermique perdue par le phoque en une journée et la comparer à l'énergie apportée par sa nourriture.

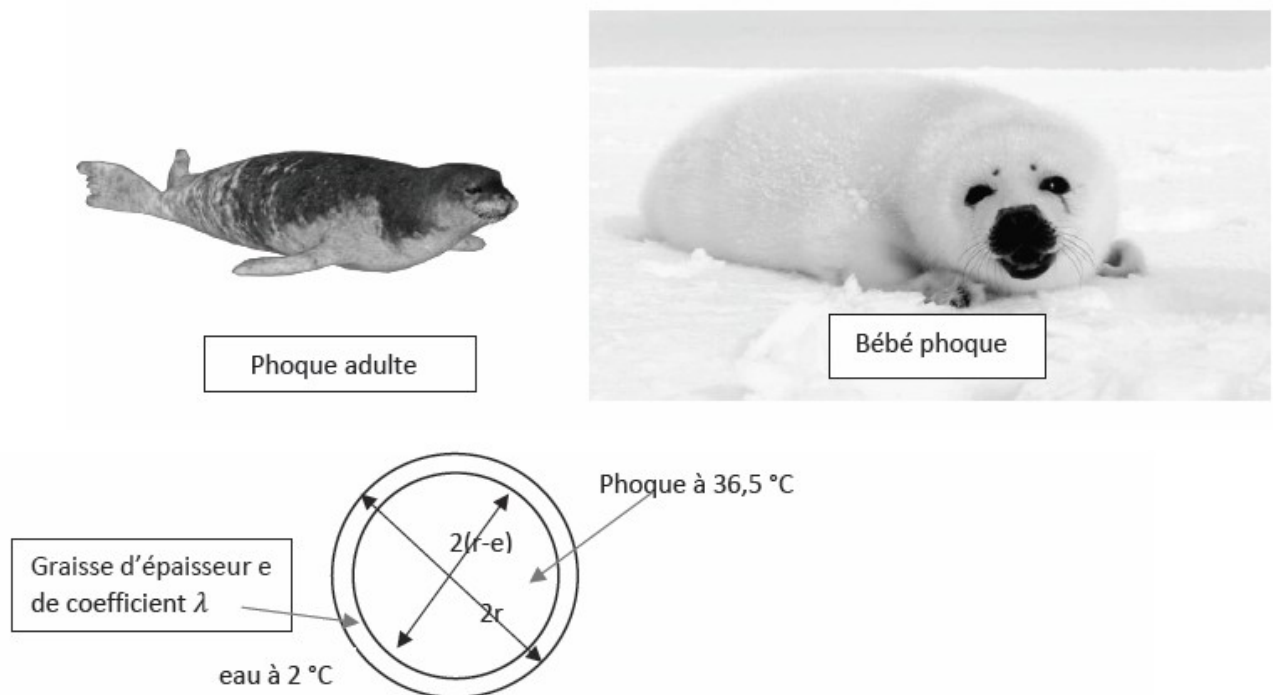


Figure 3 – Modélisation

6- Un bébé phoque a toutes ses dimensions divisées par 2,5 par rapport au phoque adulte, y compris l'épaisseur e' de graisse. Justifier pourquoi sa masse vaut $m = 9,6$ kg.

Ses besoins métaboliques (hors compensation des pertes thermiques) nécessitent une consommation de $5,0 \cdot 10^{-1}$ kg de poisson par jour.

Son corps est entouré d'un duvet d'épaisseur $e'' = 10$ mm et de coefficient $\lambda'' = 1,0 \cdot 10^{-2}$ SI. Évaluer la consommation de poisson journalière nécessaire à ce bébé phoque. Combien aurait-il dû consommer en plus par jour s'il n'avait pas eu de duvet protecteur ?

PHYSIQUE DIFFUSION THERMIQUE (Niv2) type Centrale – Mines :

L'anémométrie à fil chaud

L'anémométrie à fil chaud est une technique permettant de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide. Elle est basée sur l'influence de la vitesse d'écoulement du fluide sur le transfert thermique conducto-convectif d'un solide conducteur plongé dans ce fluide.

Le système le plus couramment utilisé est un petit fil cylindrique, d'un diamètre typique d_w de l'ordre de quelques micromètres, parcouru par un courant et donc chauffé par effet Joule.

Ce petit fil est fixé à des broches d'alimentation par l'intermédiaire d'une gaine d'adaptation qui permet notamment l'alimentation du fil et de fixer la longueur active du fil, notée L_w qui est ici de l'ordre de quelques millimètres.

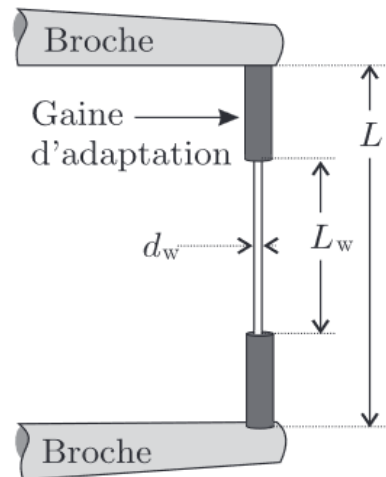


FIGURE 1 – Anémomètre

Quelques valeurs numériques concernant certaines caractéristiques physiques du fil chaud sont rassemblées dans le tableau ci-dessous .

Matériau	Résistivité à 20°C : ρ_{20} [$\mu\Omega \cdot \text{cm}$]	Conductivité thermique : λ_w [$\text{W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	Masse volumique : μ_w [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] $\times 10^4$	Capacité thermique massique : c_w [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
Tungstène	5,5	1,9	1,93	0,14
Platine	9,8	0,72	2,15	0,13
Platine-iridium	32	0,17	2,16	0,13

Les applications numériques seront réalisées avec au plus 2 chiffres significatifs.

I- Étude énergétique de l'anémomètre

I.A Bilan d'énergie dans le fil chaud

Le fil conducteur (en tungstène par exemple) est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I . Il est plongé dans un fluide en écoulement. On utilisera les notations suivantes :

→ Caractéristiques du fil (que l'on repère avec l'indice « w » pour wire en anglais) : masse volumique μ_w , capacité thermique massique c_w , température T_w , résistivité (inverse de la conductivité) électrique ρ_w , conductivité thermique λ_w , longueur L_w et diamètre d_w .

→ Caractéristiques du fluide (généralement de l'air que l'on repère lorsqu'il a ambiguïté avec l'indice « f » pour fluide) et de l'écoulement : masse volumique μ_f , viscosité η , température T_f , pression p_f , vitesse de l'écoulement \vec{V} . Ces caractéristiques sont supposées constantes pendant la mesure.

Si l'on note h le coefficient de transfert thermique conducto-convectif, la puissance thermique surfacique cédée par le fil au fluide à travers la surface S est donnée par la loi de Newton :

$$\frac{\delta \dot{Q}_f}{dS} = h(T_w - T_f) \quad (1)$$

On notera (Ox) l'axe du fil, ses extrémités étant situées en $x = \frac{-L_w}{2}$ et $x = \frac{+L_w}{2}$

1- Rappeler la loi d'Ohm locale. Définir les grandeurs intervenant dans cette loi et donner leurs unités usuelles. Établir l'expression de la résistance électrique totale, notée R_w , du fil en fonction de

$$\rho_w, L_w \text{ et } d_w.$$

En déduire la puissance P_j dissipée par effet Joule dans le fil en fonction de $\rho_w, L_w \text{ et } d_w$ et I , puis la

$$\text{puissance volumique dissipée par effet Joule : } P_v = \frac{dP_j}{d\tau}.$$

2- Rappeler la loi de Fourier de la conduction thermique. Définir les grandeurs intervenant dans cette loi. On dit souvent qu'il s'agit d'une loi phénoménologique. Que cela signifie-t-il ? La température est supposée homogène sur chaque section du fil d'abscisse x . Que peut-on en déduire ?

Établir l'équation de diffusion thermique dans le cas d'un fil à la température $T(x,t)$ où seuls les transferts thermiques par conduction ont lieu.

On suppose la vitesse \vec{V} de l'écoulement uniforme et indépendant du temps. En plus des transferts thermiques par conduction, on prend en compte les transferts thermiques par conducto-convection et ceux provenant de l'effet Joule.

3- Dans la loi de Newton (1), la grandeur h dépend de la vitesse \vec{V} de l'écoulement. Quelle est son unité ? Expliquer qualitativement comment varie h en fonction de $V = \|\vec{V}\|$. Expliquer alors comment évolue T_w quand V augmente.

4- En effectuant un bilan énergétique sur un élément de volume de fil compris entre les abscisses x et $x+dx$, établir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température $T_w(x,t)$.

Que devient cette équation en régime permanent ?

On se place en régime permanent dans tout le reste de la partie I.

La résistivité du fil dépend en fait de la température T_w de ce dernier. Expérimentalement, on mesure que si le fil est en contact avec un fluide à la température T_f , sa résistivité ρ_w vérifie la relation :

$$\rho_w(x) = \rho_f [1 + \alpha(T_w(x) - T_f)] \quad (2)$$

où ρ_f est sa résistivité à la température du fluide et $\alpha = 10^{-3} K^{-1}$ est un coefficient expérimental supposé constant. On note enfin $T_1(x) = T_w(x) - T_f$.

5- Mettre l'équation obtenue à la question 4 sous la forme : $\frac{d^2 T_1(x)}{dx^2} + K_1 T_1(x) + K_2 = 0 \quad (3)$

Exprimer les constantes K_1 et K_2 en fonction de l'intensité I et des caractéristiques du fil, du fluide et de l'écoulement. On montrera, en particulier, que $\alpha K_2 = K_1 + \frac{4h}{(\lambda_w d_w)}$.

Dans la plupart des anémomètres à fil chaud, K_1 est négatif. Déterminer la condition correspondante sur le coefficient conducto-convectif h .

On se place dans ce cas dans toute la suite et on pose : $l_c = \frac{1}{\sqrt{|K_1|}}$.

On considère que le contact thermique assuré par les gaines d'adaptation entre les extrémités du fil et les broches de l'anémomètre (voir figure 1) se fait sans résistance thermique (contact parfait). Les broches et les gaines sont à la température T_f du fluide.

6- Rappeler la définition d'une résistance thermique ainsi que son unité. Quelle est la conséquence d'un contact sans résistance thermique ?

Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (3).

En tenant compte des conditions aux limites dans le problème et de sa symétrie, montrer que $T_1(x)$

s'exprime assez simplement à partir de la fonction cosinus hyperbolique. En déduire l'expression du profil de température $T_w(x)$ dans le fil de la sonde en fonction de x, l_c, K_2, T_f et L_w .

7- Déterminer la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil à l'ensemble des deux gaines d'adaptation en fonction de l_c, K_2, L_w, λ_w et d_w .

8- Montrer que la moyenne spatiale $\langle T_w \rangle$ de la température du fil s'écrit selon la relation

$$\langle T_w \rangle = T_f + K_2 l_c^2 \left[1 - \Lambda \tanh\left(\frac{L_w}{2l_c}\right) \right] \text{ dans laquelle on précisera l'expression du paramètre } \Lambda.$$

La figure 2 représente la distribution de température dans le fil chaud pour différentes valeurs du rapport

$$k = \frac{L_w}{2l_c}. \text{ La fonction tracée est } f(y) = \frac{T_w - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f} \text{ avec } y = \frac{x}{L_w}.$$

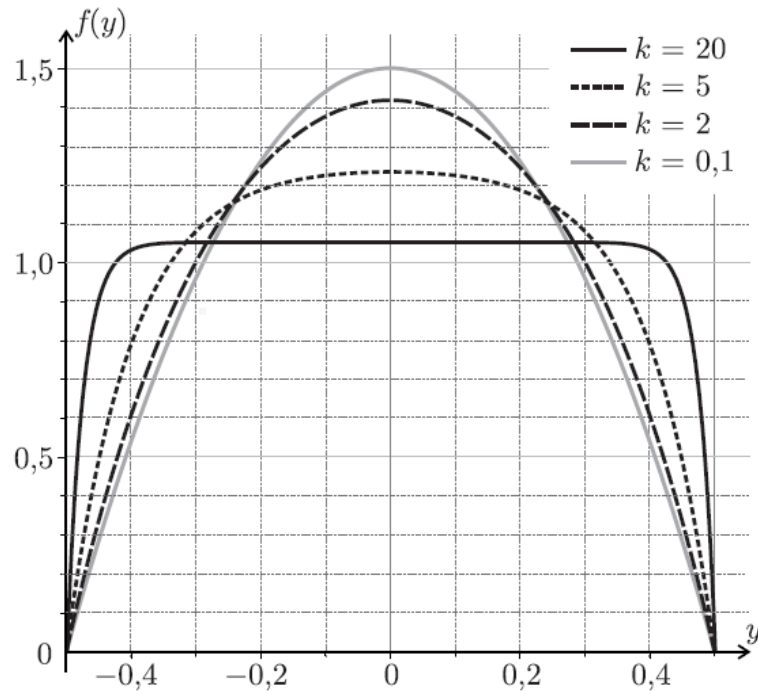


FIGURE 2 – Représentation graphique de la fonction $f(y)$ pour quatre valeurs du paramètre k .

9- Pour un fil de tungstène de diamètre $d_w = 5\mu\text{m}$, de longueur $L_w = 1,2\text{mm}$ et fonctionnant dans un régime de température T_w tel que $l_c = 30d_w$ évaluer, en faisant les approximations pertinentes, la valeur

numérique du coefficient $\xi = \frac{T_{w,max} - T_f}{\langle T_w \rangle - T_f}$ où $T_{w,max}$ est la température maximale atteinte dans le fil.

En exploitant la figure 2, commenter la valeur trouvée.

I.B Puissance thermique cédée au fluide

10- Commenter les courbes de la figure 2. Quelle approximation peut-on faire quant à la température T_w dans le cas d'un fil long (on précisera ce que « long » signifie ici) ?

La résistivité ρ_w du fil est toujours supposée dépendre de la température du fluide avec lequel il est en contact selon la relation (2).

11- Calculer la résistance $R_{w,\infty}$ d'un fil supposé long en fonction de sa résistance R_f à la température T_f , de α et des températures $\langle T_w \rangle$ et T_f .

Toujours dans le cadre d'un fil long, on fait l'hypothèse que la puissance thermique \dot{Q}_g cédée par le fil aux deux gaines d'adaptation est négligeable devant la puissance \dot{Q}_j dissipée par effet Joule

le long du fil ou celle, notée \dot{Q}_f , correspondant aux échanges thermiques conducto-convectifs reçus par le fluide à l'interface entre le fil et le fluide.

12- Déterminer, en régime permanent, l'expression de \dot{Q}_j en fonction de la différence $\langle T_w \rangle - T_f$, h et des caractéristiques du fil.

Pour un fluide de viscosité η et de masse volumique μ_f , qui s'écoule à la vitesse V autour d'un

obstacle fixe de taille caractéristique d_w , on définit le nombre de Reynolds $\Re_e = \frac{\mu_f V d_w}{\eta}$. Il compare deux modes de transport au sein du fluide.

13- Sachant que la viscosité η s'exprime en $\text{Pa} \cdot \text{s}$ déterminer la dimension de \Re_e .

On définit par ailleurs le nombre de Nusselt, $N_u = \frac{h d_w}{\lambda_f}$.

14- Déterminer la dimension de N_u et proposer une interprétation physique de cette quantité.

Comment varie N_u lorsque la vitesse V du fluide s'écoulant autour du fil augmente ?

On admet que le nombre de Nusselt vérifie la loi de King $N_u = A + B \sqrt{\Re_e}$ où A et B sont des constantes connues qui ne dépendent que de la nature du fluide en écoulement.

15- En exploitant l'expression de $\langle T_w \rangle$ obtenue à la question 8 et les résultats de la question 5, montrer

que dans le cas d'un fil long on peut écrire $l_c = \frac{d_w}{2} \theta^v$ avec $\theta = \frac{1}{N_u} \frac{\lambda_w}{\lambda_f} \frac{R_{w,\infty}}{R_f}$ (4)

On précisera la valeur numérique de l'exposant v .

16- On considère de nouveau un fil de longueur L_w quelconque. Établir l'expression de la puissance thermique \dot{Q}_f associée au transfert conducto-convectif du fil vers le fluide.

On suppose que la relation (4) reste valable en ordre de grandeur pour un fil de longueur quelconque et que, de plus, le coefficient θ qu'elle fait intervenir est de l'ordre de l'unité pour toutes les mesures effectuées.

17- En étudiant le rapport $\frac{\dot{Q}_f}{\dot{Q}_g}$ et sachant que dans le contexte d'étude $N_u = 10 \text{ SI}$, justifier a

posteriori que l'on puisse simplifier le problème en ne considérant pas les pertes dans les gaines d'adaptation sous l'hypothèse d'un fil long.

En utilisant le résultat de la question 12 et en supposant que l'on puisse appliquer la loi de King, montrer que, pour un fil long, la mesure de la vitesse V du fluide se ramène à une mesure de résistance. On déterminera l'expression de V en fonction notamment de $R_{w,\infty}$, R_f et I .

II Anémométrie à deux fils :

On étudie à présent une autre technique qui utilise deux fils parallèles séparés par une distance ϵ comme représenté sur la figure 3 ci-dessous.

Cette technique est plus précise que la précédente car elle permet de faire deux mesures : la première n'utilise que le premier fil ; la seconde étudie la réponse induite par le premier dans le second.

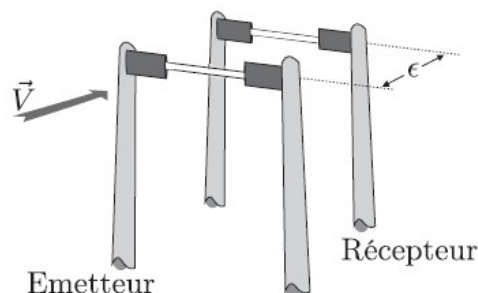


FIGURE 3 – Disposition des 2 fils.

→ Le premier fil (l'émetteur, repéré par un indice e), froid initialement (c'est-à-dire à la température du fluide environnant T_f), est traversé par une impulsion électrique d'intensité $I = 1\text{ A}$ et d'une durée τ de quelques μs , appelée « phase de chauffe », à l'issue de laquelle le fil s'est donc échauffé.

On fait ensuite passer dans l'émetteur un faible courant $I_0 = 1\text{ mA}$, dont on négligera l'influence thermique, et on mesure la tension à ses bornes en fonction du temps. On obtient ainsi l'évolution de la résistance électrique $R_e(t)$ en fonction du temps et donc celle de sa température $T_e(t)$.

→ Un second fil (le récepteur, repéré par un indice r) est placé parallèlement au premier, en aval dans l'écoulement du fluide (ici de l'air), à une distance $\epsilon = 0,5\text{ mm}$ du premier. Sous l'action de l'écoulement, une traînée d'air chaud (zone échauffée du fluide par l'impulsion thermique de l'émetteur) va atteindre le récepteur.

L'acuité et la durée de cette traînée d'air chaud vue par le second fil vont dépendre notamment de la norme V de la vitesse de l'air.

Hormis leur température et donc leur résistance, les caractéristiques de ces deux fils sont supposées identiques à celles du fil utilisé dans la partie I.

On se concentre tout d'abord sur le fil émetteur de l'impulsion thermique afin d'étudier la première possibilité de mesure de la vitesse de l'écoulement. On néglige la conduction thermique dans le fil et entre le fil et les broches. On suppose donc, conformément à ce qui a été fait précédemment, que la température du fil est homogène et ne dépend que du temps, tout comme sa résistance toujours obtenue dans le cadre du modèle de résistivité résumé par la relation (2).

Pendant la phase de chauffe, l'impulsion étant très brève, on négligera les pertes d'énergie dues à la convection de l'air autour du fil lors de cette phase. L'origine des temps $t = 0$ correspond au début de l'impulsion électrique.

18- Montrer que, pendant la phase de chauffe, la température $T_e(t)$ vérifie une équation différentielle

qui peut se mettre sous la forme $\frac{d(T_e - T_f)}{dt} - \frac{T_e - T_f}{\tau_1} = \frac{R_f I^2}{C}$ où l'on exprimera la durée

caractéristique τ_1 de montée en température et le paramètre C en fonction des paramètres du problème.

Que représente C ?

19- Résoudre cette équation en exprimant finalement $T_e(t)$ en fonction de t, T_f, α et τ_1 .

En déduire, en fonction de τ, τ_1 et α l'expression de l'amplitude de l'impulsion thermique

$\Delta T_{e, \max} = T_{e, \max} - T_f$ obtenue dans le fil émetteur après qu'il a été parcouru par l'impulsion de courant.

20- Une fois l'impulsion terminée, i. e. pour $t > \tau$, le fil émetteur ne reçoit plus de courant qui le chauffe, il se refroidit par convection au contact thermique de l'air en mouvement.

Déterminer la température de l'émetteur $T_e(t)$ durant cette phase dite de relaxation en fonction de $t, \tau, T_f, \Delta T_{e, \max}$ ainsi que d'une nouvelle durée τ_2 caractéristique de cette phase de relaxation dépendant notamment de N_u .

Sur la figure 4 ci-dessous le graphe de gauche indique l'allure de $T_e(t)$ mesurée lors des phases de chauffe et de relaxation au contact de deux écoulements de vitesse différente.

Sur cette même figure 4, le graphe de droite montre de façon plus quantitative en échelle semi-logarithmique, des relevés expérimentaux de la phase de relaxation pour différentes valeurs de la norme de la vitesse de l'écoulement.

21- Pendant la phase de chauffe, on constate sur la partie gauche de la figure 4 que les deux courbes sont confondues. Quelle hypothèse émise plus haut ce résultat permet-il de confirmer ?

22- Expliquer qualitativement comment l'analyse des courbes de la figure 4 permet une première mesure de la norme de la vitesse de l'écoulement du fluide.

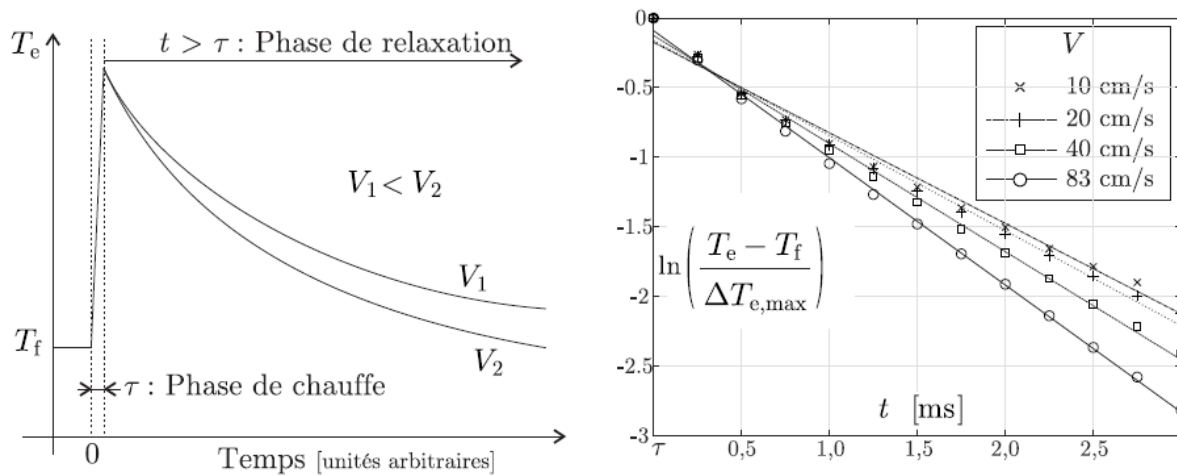


FIGURE 4 – Mesures au niveau de l'émetteur. Sur la figure de droite on a représenté les mesures et leurs différentes régressions linéaires.

L'air réchauffé par l'émetteur va être transportée par convection jusqu'au second fil, le récepteur. En alimentant ce dernier par un très faible courant $I_0 = 1\text{mA}$, dont on peut toujours négliger l'influence thermique, on peut mesurer sa résistance et en déduire sa température. Certains résultats expérimentaux sont rassemblés dans la figure 5 sur la page suivante .

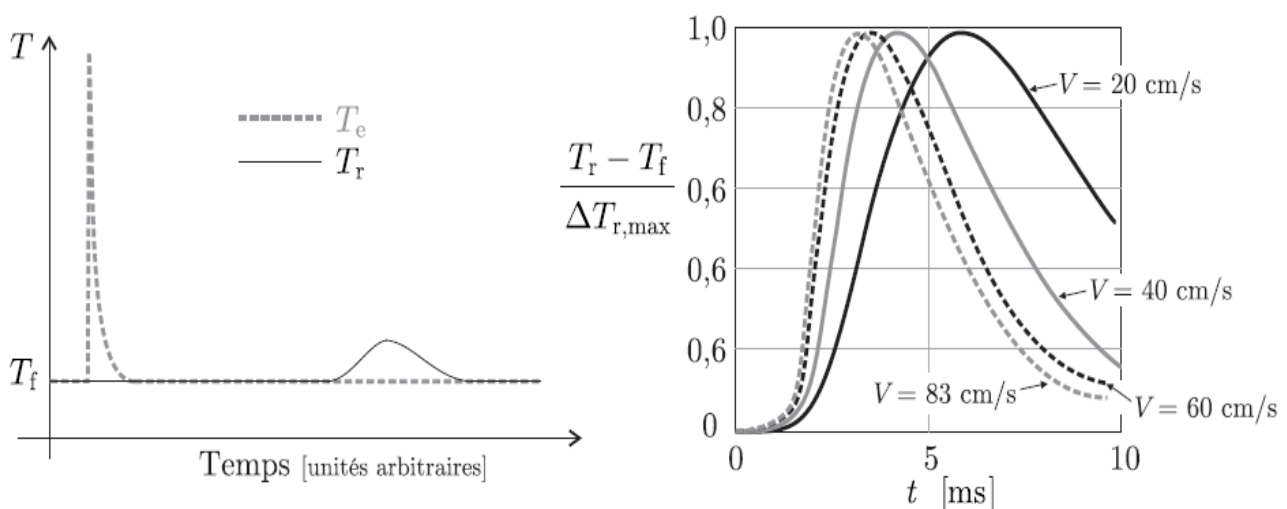


FIGURE 5 – Analyse des températures.

Sur la partie gauche de la figure 5, on a représenté avec les mêmes échelles de temps et d'amplitude l'allure typique des pics de températures relevés dans chacun des deux fils.

De façon plus quantitative, on a représenté sur la partie droite de cette même figure, le résultat des

mesures de l'évolution de la fonction normalisée $\frac{(T_r(t) - T_f)}{\Delta T_{r,max}}$ pour différentes valeurs de la norme de la vitesse de l'écoulement.

23- Commenter les deux courbes de la partie gauche de la figure 5. Proposer des explications qualitatives pour les différents phénomènes que l'on peut observer.

24- Expliquer qualitativement comment l'analyse des courbes de la figure 5 permet une seconde mesure de la norme de la vitesse de l'écoulement du fluide.