

Moments de champs magnétiques.

La balance de Cotton:

1 - A vide : le système est soumis :

- à un poids = force appliquée au CT
- à la liaison avec parfaite.

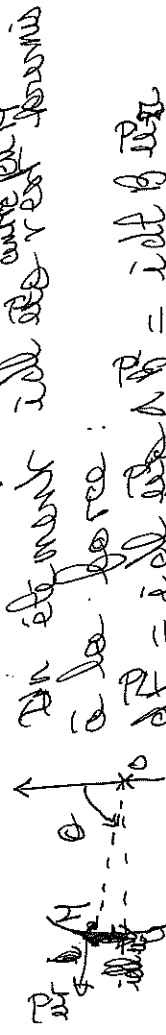
TMC propre au CT donne :

$$(\vec{O} \vec{E} \wedge \vec{m}_{\vec{g}}) \cdot \vec{r}_2 + \vec{r}_{\text{poids}} = 0$$

$$\vec{O} \vec{E} \wedge \vec{m}_{\vec{g}} \perp \vec{r}_2$$

Or $\vec{m}_{\vec{g}}$ selon $\vec{r}_2 \Rightarrow \vec{O} \vec{E}$ ne peut pas avoir de composante selon $\vec{r}_2$
 $\vec{O} \vec{E}$ colinéaire à $\vec{r}_2$

2 - Si on considère une partie en axe de coupe :



On extrait donc, pour les parties en axe de coupe, un moment en O des actions mécaniques de la face nul.

3 - $\vec{r}_0(\vec{F}_{\text{mag}})$ = moment en O des actions mécaniques de la face 1' excentré par la partie H_4 .

$$\vec{F}_{\text{mag}} = i \vec{H}_4 \wedge \vec{B} = -i l \vec{r}_0 \wedge \vec{B}$$

$\vec{F}_{\text{mag}} = i l \vec{B}$ force appliquée en C

$$\vec{r}_0(\vec{F}_{\text{mag}}) = \vec{O} \vec{C} \wedge \vec{F}_{\text{mag}} = i l d l \vec{B} \wedge \vec{r}_2$$

$$\vec{r}_0(\vec{m}_{\vec{g}}) = \vec{O} \vec{B} \wedge \vec{m}_{\vec{g}} = \vec{O} \vec{B} \wedge \vec{m}_{\vec{g}}$$

$$\vec{r}_0(\vec{m}_{\vec{g}}) = -d m_{\vec{g}} \vec{r}_2$$

Si on applique le TTC propre au CT sur la balance la force celle-ci est à l'équilibre, on a :

$$i l d l \vec{B} - d m_{\vec{g}} = 0$$

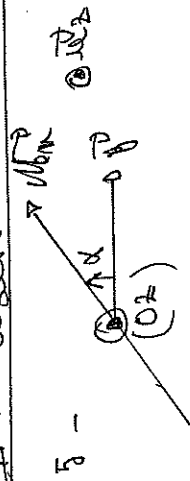
$$B = \frac{d m_{\vec{g}}}{i l d l}$$

$$4 - B_{\text{min}} = 8 m \frac{d m_{\vec{g}}}{i l d l}$$

$$AN : B_{\text{min}} = 4,8 \cdot 10^{-4} T$$

Ainsi 10 fois plus élevée que le champ magnétique terrestre et environ 1000 fois plus faible que celle créée par des aimants permanents.

3) Utilisation d'une poutre:



Si on applique le TLC (OZ) à l'aiguille émanante, le moment de son poids et de la liaison pivot, par rapport à (OZ), étant nuls, on obtient:

$$J \frac{d\alpha}{dt} = (J_{cm} \wedge \vec{P}) \cdot \vec{u}_z = -J_{cm} g \sin \alpha$$

$$\left[\frac{d\alpha}{dt} + \frac{J_{cm} g}{J} \sin \alpha = 0 \right]$$

A l'eq. $\frac{d\alpha}{dt} = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 0$

Les positions d'eq ont $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$
 $\Rightarrow \alpha = 0$: si on écarte l'aiguille d'un angle α petit / et $\alpha = 0$, $J_{cm} \wedge \vec{P}$ selon $-\vec{u}_z \Rightarrow$ l'aiguille revient dans position $\alpha = 0 \Rightarrow$ équilibre stable.

$\Rightarrow \alpha = \pi$:



Si on écarte le dièdre d'un petit angle α par rapport à la position $\alpha = \pi$, $J_{cm} \wedge \vec{P}$ est selon $+\vec{u}_z \Rightarrow$ le dièdre tend à s'écarte de la position $\alpha = \pi \Rightarrow$ équilibre instable.

4) Pour $\alpha \ll 1$ l'équation différentielle devient:

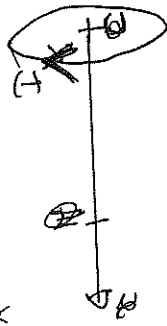
$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + k \alpha = 0$$

$$\alpha(t) = A \cos(\sqrt{k} t) + B \sin(\sqrt{k} t)$$

$$\alpha(t=0) = 0 \Rightarrow B = 0$$

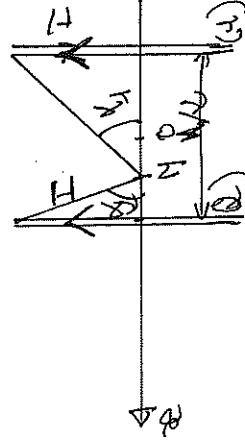
$$\alpha(t=0) = \alpha_0 \quad \alpha(t) = \alpha_0 \cos(\sqrt{k} t)$$

$\Leftarrow$ On considère une spine circulaire:



Tout spin circulaire (OZ) est spin d'anti-symétrie de la distribution.

$P(\alpha) t$ est l'intensité des spins d'axe $\vec{P}(\alpha) \vec{u}_z$ si $\forall t(OZ)$.



*

D'après le th. de superposition.

$$\vec{P} = \vec{P}_1(\alpha) + \vec{P}_2(\alpha)$$

$$\vec{P} = \frac{P_0 R I}{J k} \sin(\alpha) \vec{u}_z + \frac{P_0 R I}{J k} \sin(\alpha) \vec{u}_z$$

$$\vec{P} = \frac{P_0 R I}{J k} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{k} + \left(\frac{1}{J} + \frac{1}{k} \right)} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{k} + \left(\frac{1}{J} + \frac{1}{k} \right)} \right) \right]$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2A} \left[\left(1 + \left(\frac{z}{R} + \frac{R}{z}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(1 + \left(\frac{R}{z} - \frac{z}{R}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \right] \hat{z}$$

$$z - \left(1 + \left(\frac{z}{R} + \frac{R}{z}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{R}{\sqrt{5}} \left[1 - \frac{5}{8} \frac{R^2}{z^2} + \frac{35}{128} \frac{R^4}{z^4} - \frac{144}{125} \left(\frac{R}{z}\right)^6 \right]$$

$$\left(1 + \left(\frac{R}{z} - \frac{z}{R}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{R}{\sqrt{5}} \left[1 + \frac{5}{8} \frac{R^2}{z^2} - \frac{35}{128} \left(\frac{R}{z}\right)^4 + \frac{144}{125} \left(\frac{R}{z}\right)^6 \right]$$

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0 N I}{2A} \times \frac{R}{\sqrt{5}} \left(1 - \frac{144}{125} \left(\frac{R}{z}\right)^4 \right) \vec{z}$$

$$\vec{B} \approx \vec{B}(0) \left(1 - \frac{144}{125} \left(\frac{R}{z}\right)^4 \right) \vec{z} = B(z) \vec{z}$$

On cherche $x_{\max}$ t.q. $B(0) - \frac{B(x_{\max})}{B(0)} = 0,01$

$$\Rightarrow \frac{144}{125} \left(\frac{x_{\max}}{R}\right)^4 = 0,01$$

$$x_{\max} = R \left(\frac{0,01 \times 125}{144} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$x_{\max} = \pm 0,36 \text{ m} \pm 5,4 \text{ cm}$$

$$B(0) = \frac{\mu_0 N I R}{5\sqrt{5} A}$$

AN: $B(0) = \frac{\mu_0 \cdot 10^{-7} \times 50 \times 4 \times 8}{5\sqrt{5} \times 15 \cdot 10^{-2}}$

$$B(0) = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ T}$$

$$3 - T = \frac{2\pi}{10^8} \Rightarrow K = \frac{4\pi d}{b T d}$$

$$K = 3,4 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$$

III. Variation d'une bande à effet Hall:

$$3 - \vec{F} = -ne\vec{v} \quad \text{avec } \vec{F} = \frac{I_0}{ac} \vec{z}$$

$$\vec{v} = -\frac{\vec{F}}{ne} = -\frac{I_0}{neac} \vec{z}$$

AN: $\|\vec{v}\| = \frac{I_0}{neac}$

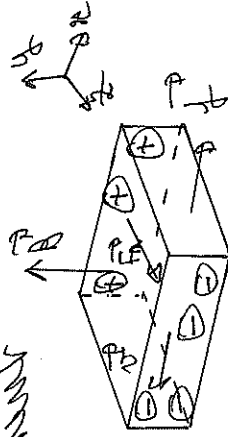
$$\|\vec{v}\| = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{8,3 \cdot 10^{18} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 3 \cdot 10^{-3} \times 0,1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\|\vec{v}\| = \frac{10}{3,3 \times 1,6 \times 0,3} \cdot 10^4 = 9,1 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$10 - \vec{F}_R = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_R = -e\vec{v} \wedge \vec{B} \quad \vec{v}_y = -ev\vec{z} \quad \vec{B} < 0$$

la force magnétique étant selon $\vec{z}$.
la force de charge négativement et la
positive



11 - $\vec{F}_R = R\vec{v}$
On applique le PFD à un électron
dans le référentiel lié à la poutre
 $m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{F}_R - e\vec{v} \wedge \vec{B} - eE\vec{z} - \frac{m_e \vec{v}}{\tau}$

Si $\vec{v}$ est selon $\vec{z}$ en régime permanent
on a $-e\vec{F}_R - e\vec{v} \wedge \vec{B} = 0$
d'où le courant permanent.

(7)

D'où $\vec{E}_R = -\vec{B} \wedge \vec{v}$

$$\boxed{\vec{E}_R = -v \vec{B} \vec{e}_z = \frac{I_0 B}{\pi e a c} \vec{e}_z}$$

$$u_R = V_4 - V_L = \int_{-a}^a \vec{E}_R \cdot d\vec{l}$$

$$u_R = V_4 - V_L = \int_{-a}^a \frac{I_0 B}{\pi e a c} \vec{e}_z \cdot (+dz \vec{e}_z)$$

$$\boxed{u_R = V_4 - V_L = -\frac{I_0 B}{\pi e a c} a = -\frac{I_0 B}{\pi e c}}$$

$u_R = \gamma \phi$

$$\boxed{\gamma = -\frac{I_0 B}{\pi e c}}$$

A.N: $\gamma = -\frac{10 \cdot 10^{-3}}{3,2 \cdot 10^{-18} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8}$

$$\gamma = -\frac{10 \cdot 10^{-3}}{3,2 \times 1,6 \times 10^{-10}}$$

$$\gamma = -95 \text{ V.T}^{-1}$$

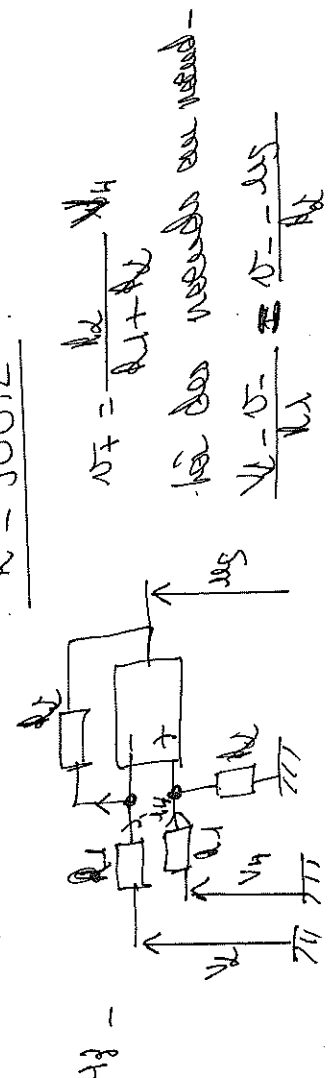
$$u - I_0 = I_A - I_C$$

$$I_0 = \frac{u}{R} - I_C$$

$$I = \frac{u}{I_0 + I_C R}$$

A.N: $R = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10^{-9}}$

$$R = 500 \Omega$$



(8)

$$v = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2}$$

l'élé étant idéal et linéaire: $v_2 = v_1$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_4 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_L + \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_S$$

$$\boxed{u_S = \frac{R_2}{R_1} (V_4 - V_L) = \frac{R_2}{R_1} u_R}$$

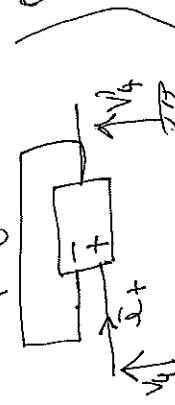
la tension de Hall sera amplifiée si $R_2 > R_1$

$$u_4 - u_{R4} = \frac{V_4}{R_4}$$

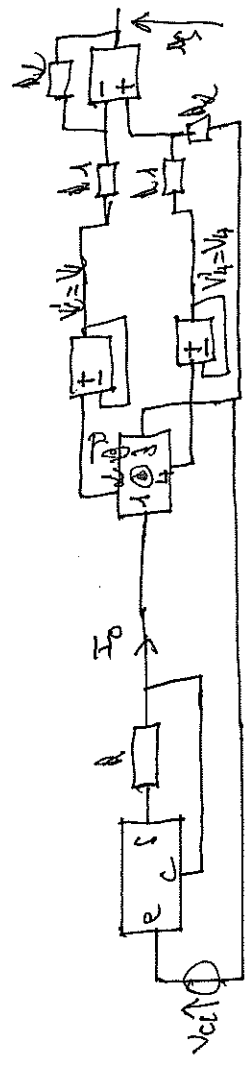
$$V_4 = (R_1 + R_2) i_4 \Rightarrow u_{R4} = R_1 + R_2$$

les tensions sont inférieures à des e⁻ sortent de la puce par les faces d'oh4 $\Rightarrow$ il y a donc un courant selon u_2 .

Pour poser le problème, on peut évaluer un nombre moyen entre les faces d'oh4 de l'amplificateur.



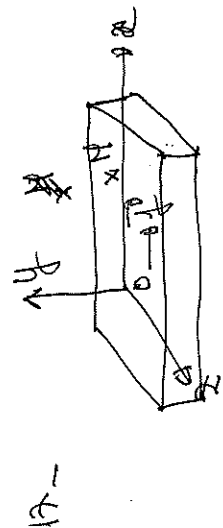
On a $V_4 = V_5$ car $V_- = V_+$
 $V_+ = V_4$
 et $V_- = V_5$



16 - $u_s = \frac{R_0}{R_1} u_0 = - \frac{R_0}{R_1} \frac{I_0}{n e c} = - \frac{R_0}{R_1} \gamma \phi$

$b = - \frac{R_0}{R_1} \frac{u_0}{\gamma}$

AN: $b = \frac{100}{1000} \times \frac{20 \cdot 10^{-3}}{95} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{95} = 2,1 \cdot 10^{-5} T$



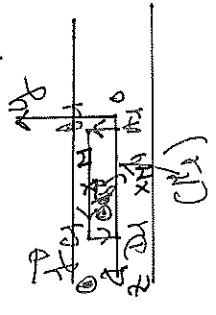
$\vec{p} = \frac{I_0}{ac} \vec{ae}$

Plan $(M; I_{xx}, I_{yy})$ est plan de symétrie de la distribution de charges $\Rightarrow \vec{p}(M) \perp \vec{ae}$
 Le plan $\Rightarrow \vec{p}(M) = b(x, y, z) \vec{ae}$
 De plus la distribution étant invariante par translation selon z et $\vec{p}(M) = b(y) \vec{ae}$

Le plan (xOz) est plan de symétrie de la distribution, si $M \in (xOz)$, $\vec{p}(M) \perp \vec{ae}(xOz)$ or comme $\vec{p}$ selon $\vec{ae} \Rightarrow b(y) = 0$

1 - $\text{eq locale: } -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$
 $\vec{p}(y) = \left| \frac{0}{2y} \wedge \frac{0}{0} \right|_{b(y)} = \left| \frac{0}{0} \right|_0 = p_0 \frac{y}{0}$
 $\frac{d(b(y))}{dy} = p_0 \frac{I_0}{ac}$
 $b(y) = p_0 \frac{I_0}{ac} y$ avec $b(0) = 0$

2 - Th. de Ampère:



$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}} + \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}} + \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}} + \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}}$

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}} = b(y) \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}} = p_0 \frac{I_0}{ac} y \int_{b(y)}^{\vec{p} \cdot d\vec{l}}$

$-\frac{1}{2} y \leq \frac{1}{2}$, $\vec{p} = p_0 \frac{I_0}{ac} y \vec{ae}$ ($\vec{p}(M) = -\vec{p}(M)$)

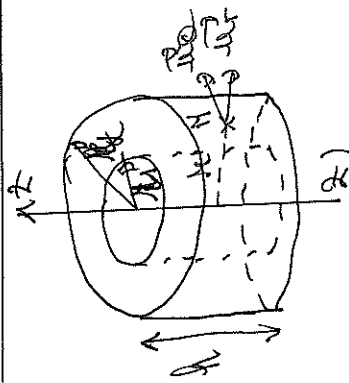
$b_{max} = p_0 \frac{I_0}{2a}$

$b_{max} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 10 \cdot 10^{-3}}{2 \times 5 \cdot 10^{-3}} = \frac{20\pi}{5} \cdot 10^{-7}$

$b_{max} = 2 \cdot 10^{-6} T$

selon la prévision négligée, le champ b créé par I_0 peut ne pas être à négliger.

IV. Utilisation d'une magnéto-résistance:



- Si on considère le conducteur infiniment long dans la direction z , il y a invariance due à la symétrie par translation selon (z, z) et par rotation autour de (z, z) donc d'après le principe de l'unicité $\Rightarrow V(x) = V(r)$

Le conducteur étant neutre $\rho(x) = 0$.

$$\Delta V = 0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right)$$

$$D'où \quad r \frac{dV}{dr} = A$$

$$V(r) = A \ln r + B$$

Conditions aux limites:

$$V_1 = V(r_1) = A \ln r_1 + B$$

$$V_2 = V(r_2) = A \ln r_2 + B$$

$$A = \frac{V(r_2) - V(r_1)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad B = V_1 - A \ln r_1$$

$$V(r) = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \ln \left(\frac{r}{r_1} \right)$$

$$E^P = - \text{grad } V = - \frac{dV}{dr} \vec{u}_r$$

$$E^P = \frac{V_1 - V_2}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \frac{1}{r} \vec{u}_r$$

13 - 2ème loi de Ohm appliquée à un échantillon $\Rightarrow$

$$M \Rightarrow \frac{dV}{dr} = - E^P = - E^P \vec{u}_r = - E^P \vec{u}_r$$

En régime permanent, $\frac{dV}{dt} = 0$

$$E \left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) + \vec{v} \wedge \vec{B} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{v} = v_r \vec{u}_r + v_\theta \vec{u}_\theta + v_z \vec{u}_z$$

$$\vec{v} \wedge \vec{B} = -v_\theta B \vec{u}_r + v_z B \vec{u}_\theta$$

En projetant les relations 1 selon $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z$ on obtient:

$$E E_{\theta\theta} + v_\theta B + \vec{v} \wedge \vec{v} = 0 \quad (2)$$

$$-E v_\theta B + \vec{v} \wedge \vec{v} = 0 \quad (3)$$

$$dV_z = 0 \quad (4)$$

$$(b) \Rightarrow v_\theta = \frac{E B}{\rho} v_r$$

$$(c) \Rightarrow E E + \left(1 + \frac{E B^2}{\rho} \right) v_r = 0$$

$$v_r = \frac{-E}{1 + \frac{E B^2}{\rho}}$$

$$v_\theta = \frac{-E B}{1 + \frac{E B^2}{\rho}}$$

$$v_z = 0$$

13

$$P = -me \vec{v} = \int_r \vec{W}_r + \int_r \vec{W}_\theta$$

$$\begin{aligned} j_r &= \frac{mde^2}{\hbar d + e^2 \hbar d} E \\ j_\theta &= \frac{mde^2 \hbar}{\hbar d + e^2 \hbar d} E \end{aligned}$$

10 - l'intensité transmise au système de rayons μ , de hauteur h vaut:

$$I = \parallel_{\text{ray}} P \cdot dS_{\text{ray}} = j_r d\pi r h$$

$$I = \frac{2\pi m d r e^2}{\hbar d + e^2 \hbar d} \times \frac{V_1 - V_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$$V_1 - V_2 = R I$$

$$R = \frac{\hbar d + e^2 \hbar d}{2\pi m d r e^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\text{Si } \theta = 0, \quad R = R_0 = \frac{\hbar}{2\pi m r e^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$E = \frac{\hbar - \hbar_0}{\hbar_0}$$

$$E = \frac{e^2 \hbar d}{\hbar d}$$

Ans: $R_0 = \frac{1,8 \cdot 10^{-19}}{2\pi \times 1,1 \cdot 10^4 \times 10^{-3} \times (1,6 \cdot 10^{-19})} \ln(9)$

$R_0 = 1,1 \Omega$ $E = 7,9 \cdot 10^{-11}$ V $\text{difficile à calculer}$