

DM SCIENCES PHYSIQUES N°12

PRINCIPE D'UN CINEMOMETRE RADAR

La plupart des dispositifs de mesure des vitesses v des véhicules sont basés sur l'effet Doppler : une onde électromagnétique est émise en direction du véhicule à contrôler. Le décalage de fréquence entre l'onde incidente et l'onde réfléchie est proportionnel à $\frac{v}{c}$ (où c est la célérité de la lumière dans le vide) et, même si cet écart est faible, un dispositif électronique approprié permet de le mesurer.

A- Transmission et réflexion d'une onde

Dans l'air, qui sera assimilé au vide, un émetteur E fixe dans le référentiel lié au sol émet une onde électromagnétique qui se propage en direction du véhicule dont on souhaite mesurer la vitesse v (figure 4). À la surface S d'abscisse z_S du véhicule (on supposera une surface plane et un véhicule métallique) le phénomène de réflexion engendre une onde transmise dans le métal et une onde réfléchie, qui sera ultérieurement mesurée par le récepteur R .

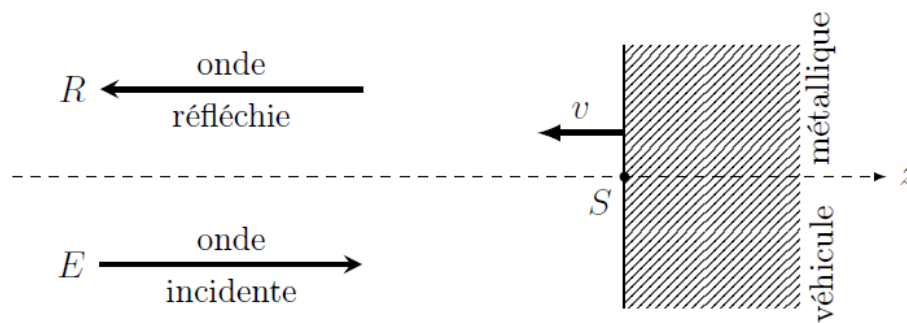


FIGURE 4 – Onde électromagnétique dirigée vers un véhicule en mouvement

Les représentations complexes de l'onde incidente (dans le vide $z < z_S$) et l'onde transmise (dans le métal $z > z_S$) seront respectivement cherchées sous les formes :

$$\vec{E}_{inc} = E_0 \exp[i(\omega t - kz)] \vec{e}_x \quad \vec{E}_tr = \bar{T} E_0 \exp[i(\omega t - \bar{k} z)] \vec{e}_x \quad (1)$$

où l'émetteur fixe les valeurs (supposées réelles positives) de E_0 et ω

1- Dans le vide, établir l'équation de propagation puis la relation de dispersion pour le champ $\vec{E}_{inc}$. En déduire la relation liant la longueur d'onde dans le vide λ_0 et la fréquence f de l'onde.

Le métal étudié est de l'acier caractérisé par une densité volumique de charge nulle $\rho = 0$, le lien entre le champ électrique et la densité volumique de courant est donné par la relation $\gamma_0 \vec{E} = \vec{j} + \tau \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$ où $\gamma_0 \approx 1,4 \cdot 10^7 SI$ et $\tau = 1,0 \cdot 10^{-14} s$.

2- Préciser la dimension de la grandeur γ_0 (on utilisera les notations L, M, T et I pour les dimensions des longueur, masse, durée et intensité de courant) et la signification physique de τ . Établir la relation de dispersion donnant $\bar{k}^2$ en fonction de $\omega, c, \mu_0, \gamma_0, \tau$ et ω .

3- On s'intéresse à la seule solution $\bar{k}$ de partie réelle positive ; elle s'écrit $\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda} - \frac{i}{\delta}$ où $\lambda > 0$

et $\delta > 0$. Quelles sont les interprétations de ces deux grandeurs?

4- A quelles conditions (que l'on traduira par des inégalités faisant intervenir $\omega, c, \mu_0, \gamma_0, \tau$ et ω) correspondent les 3 régimes de fréquences que l'on peut lire sur la figure 5 .

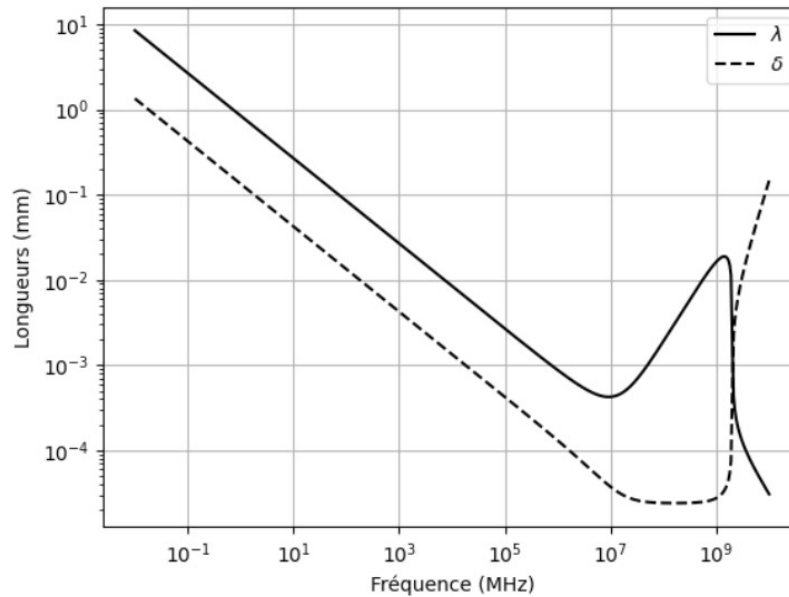


FIGURE 5 – Longueurs caractéristiques pour une onde dans un métal en échelle log-log

5- Ici et dans toute la suite on se limitera au domaine radar ($f \approx 25 \text{ GHz}$). Justifier par le calcul la forme limite des deux courbes ; préciser leur décalage. On notera ici $d = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}}$.

Peut-on dire que le matériau étudié est un métal parfait ? Est-il opaque ou transparent aux ondes radar ? Justifier, quantitativement, la réponse à ces deux questions.

B- Réflexion métallique

On adopte maintenant une description simplifiée de la réflexion des ondes électromagnétiques sur la surface du véhicule : on admet l'absence totale d'onde transmise (ce qui, dans les expressions (1), correspond à $\bar{T} = 0$). On rappelle que dans cette situation la surface $z = z_s$ du métal porte éventuellement des charges $\sigma(t)$ et des courants $\vec{j}_s(t)$ surfaciques, donnés par les relations de passage entre des milieux I et II :

$$\vec{E}_{II} - \vec{E}_I = \frac{\sigma}{\epsilon_0} n_{I \rightarrow II} \quad \vec{B}_{II} - \vec{B}_I = \mu_0 \vec{j}_s \wedge n_{I \rightarrow II}$$

On se place d'abord dans le cas où le véhicule est immobile en $z_s = 0$ m. En plus de l'onde incidente décrite par l'expression (1), une onde réfléchie de même polarisation et de même fréquence se propage dans le vide en sens inverse.

6- Montrer l'absence de charge surfacique sur le métal et expliciter complètement le champ électrique de l'onde réfléchie.

On considère maintenant que le véhicule est en $z_s = 0$ m à $t = 0$ s et se dirige à vitesse v vers l'émetteur de l'onde étudiée. Le plan de réflexion est donc $z_s = -vt$ et on cherche une onde réfléchie de la forme

$$\vec{E}_{ref} = E'_0 \exp[i(\omega' t + k' z)] \vec{e}_x.$$

7- Quelles relations lient ω et k d'une part, ω' et k' d'autre part ?

Exprimer E'_0 en fonction de E_0 puis ω' en fonction de ω, v et c .

8- Montrer l'existence de courants surfaciques sur la face $z_s = -vt$ du véhicule et préciser à quelle

pulsation ω_i ils oscillent.

C- Effet Doppler et mesure de vitesse

Compte tenu de la condition évidente $|v| \ll c$ les pulsations ω de l'onde incidente et ω' de l'onde réfléchie sont assez proches ; toutefois leur écart relatif $\Delta = \frac{|\omega' - \omega|}{\omega}$ peut être mesuré par un dispositif électronique adapté, disposé au niveau de l'émetteur fixe en $z = -l$, qui permet finalement de mesurer la vitesse du véhicule.

Un dispositif possible de mesure de Δ est ainsi constitué : un circuit multiplieur réalise en temps réel le produit d'un signal s proportionnel au champ électrique émis au point $z = -l$ et d'un signal s' proportionnel au champ électrique réfléchi reçu au même point. La sortie du multiplieur est reliée à un filtre de fréquence de coupure f_c ; enfin, un analyseur de spectre mesure la fréquence fondamentale f_i du signal ainsi filtré (figure 6).

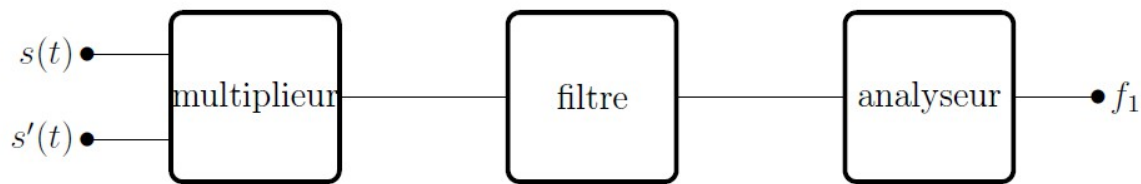


FIGURE 6 – Circuit de mesure de vitesse

9- Exprimer au premier ordre en $\frac{v}{c}$ et proposer une application numérique raisonnable ; commenter.

Montrer que la fréquence f_i est pratiquement proportionnelle à la vitesse v à mesurer, sous réserve d'un choix pertinent de la nature du filtre et de f_c , que l'on proposera.

Données numériques

Formule d'analyse vectorielle $\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{V} - \Delta \vec{V}$.

Relation trigonométrique $\cos \theta \cos \theta' = \frac{1}{2} [\cos(\theta + \theta') + \cos(\theta - \theta')]$.

Constantes physiques :

Charge élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante d'AVOGADRO	$\mathcal{N}_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de FARADAY	$\mathcal{F} = e\mathcal{N}_A = 9,6 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante molaire des gaz parfaits	$R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de NERNST à 25°C	$\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10 = 0,059 \simeq 0,06 \text{ V}$
Permittivité électrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

Quelques potentiels rédox standard à 25°C :

Couple oxydant/réducteur	Pb ²⁺ / Pb	H ₂ O / H ₂	O ₂ / H ₂ O	PbO ₂ / Pb ²⁺
Potentiel standard E° (V)	-0,13	0	1,23	1,69

L'acide sulfurique H₂SO₄ (masse molaire $\mathcal{M} = 98 \text{ g/mol}$; masse volumique de l'acide sulfurique liquide pur $\rho = 1,8 \text{ kg/L}$) est un diacide :

Couple acide/base	H ₂ SO ₄ / HSO ₄ ⁻	HSO ₄ ⁻ / SO ₄ ²⁻
Constante d'acidité K_A°	$pK_{a1} = -3,0$	$pK_{a2} = 1,9$