

**OCM MECANIQUE.**

Dans certaines parties les vecteurs sont indiqués en caractères gras .

I-

Le satellite SMOS est en mouvement circulaire autour de la Terre (masse  $M_T \approx 6 \times 10^{24}$  kg, rayon  $R_T \approx 6400$  km) à une altitude  $h$  d'environ 700 km .

1-

Quelles sont les affirmations fausses ?

- A) Le moment cinétique du satellite se conserve.
- B) Le satellite est soumis à un champ de force centrale.
- C) Le mouvement du satellite s'effectue dans un plan.
- D) Le mouvement du satellite s'effectue obligatoirement dans le plan équatorial.

2-

Exprimer puis calculer la période de révolution  $T$  de SMOS. On donne la valeur approximative de la constante de Newton  $G \approx 7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$  .

A)  $T = \left[ \frac{4\pi^2}{GM_T} (R_T + h)^3 \right]^{1/2}$   
 B)  $T \approx 60 \text{ s}$

C)  $T = \left[ \frac{4\pi^2}{GM_T} (R_T + h)^2 \right]^{1/3}$   
 D)  $T \approx 6000 \text{ s}$

3-

Exprimer la vitesse de satellisation  $v_s$  (vitesse sur une orbite circulaire) de SMOS.

A)  $v_s = \frac{GM_T}{R_T + h}$       B)  $v_s = \left( \frac{GM_T}{R_T + h} \right)^{1/2}$       C)  $v_s = \frac{GM_T}{h}$       D)  $v_s = \left( \frac{GM_T}{h} \right)^{1/2}$

4-

Calculer  $v_s$  puis déterminer la vitesse de libération  $v_l$  de SMOS ?

A)  $v_s \approx 7 \text{ kms}^{-1}$       B)  $v_s \approx 7000 \text{ km h}^{-1}$       C)  $v_l = 2 v_s$       D)  $v_l = \sqrt{2} v_s$

5-

Quelle serait l'altitude  $h$  de SMOS si son orbite était géostationnaire ?

A)  $h \approx 3600 \text{ km}$       B)  $h \approx 360000 \text{ km}$       C)  $h \approx 36000 \text{ km}$       D)  $h \approx 42000 \text{ km}$

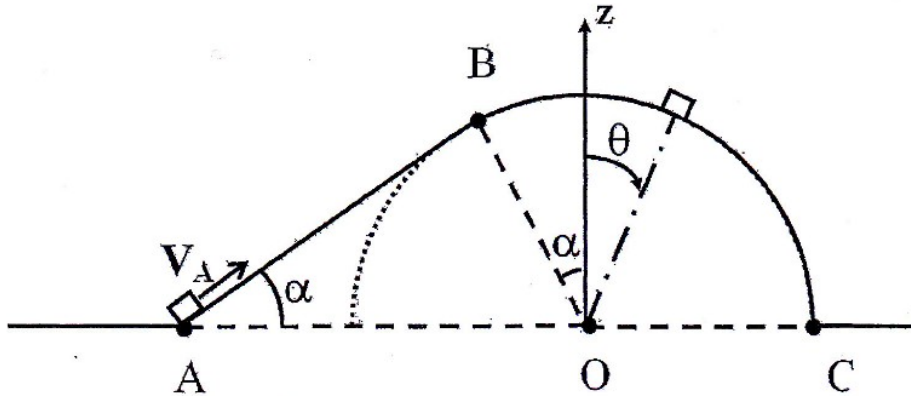
6-

Par quelles relations l'énergie mécanique  $\mathcal{E}_m$  de SMOS est-elle reliée à son énergie cinétique  $\mathcal{E}_k$  et à son énergie potentielle  $\mathcal{E}_p$  ?

A)  $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p$       C)  $\mathcal{E}_m = -\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p/2$   
 B)  $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p/2$       D) On ne peut rien dire *a priori*

## II-

1. Un palet M de masse  $m = 5,0$  kg, assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste composée d'une portion rectiligne AB et inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC, de rayon  $R = 2$  m et d'angle  $\widehat{BOC} = \pi/2 + \alpha$  (cf figure ci-dessous). Le palet initialement lancé depuis A avec la vitesse  $V_A$  glisse sans frottement sur la piste. On désigne par  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  l'intensité du champ de pesanteur.



Déterminer la vitesse  $V_B$  au point B en supposant que ce point est atteint.

A)  $V_B = (V_A^2 - 2gR \cos \alpha)^{1/2}$

C)  $V_B = V_A - \frac{gR \cos \alpha}{V_A}$

B)  $V_B = (V_A^2 + gR \sin \alpha)^{1/2}$

D)  $V_B = V_A - \frac{gR \tan \alpha}{V_A}$

2. Afin que B soit effectivement atteint par le palet, il est nécessaire que  $V_A > V_{A,l}$ . Evaluer  $V_{A,l}$ .

A)  $V_{A,l} \approx 0,1 \text{ m.s}^{-1}$

B)  $V_{A,l} \approx 1 \text{ m.s}^{-1}$

C)  $V_{A,l} \approx 6 \text{ m.s}^{-1}$

D)  $V_{A,l} \approx 30 \text{ m.s}^{-1}$

Pour les questions suivantes on suppose la condition précédente vérifiée.

3. Calculer la durée  $\tau$  de parcours de la portion AB.

A)  $\tau = \frac{V_A - (V_A^2 - 2gR \cos \alpha)^{1/2}}{g \sin \alpha}$

C)  $\tau = \frac{V_A - (2gR \sin \alpha)^{1/2}}{g \cos \alpha}$

B)  $\tau = \frac{(V_A^2 - 3gR \cos \alpha)^{1/2}}{g \sin \alpha}$

D)  $\tau = \frac{V_A + (V_A^2 + 2gR \sin \alpha)^{1/2}}{g \cos \alpha}$

4. Déterminer l'expression de la réaction normale  $R_N$  du support sur M lors de la phase du mouvement sur l'arc BC en fonction de  $\theta$  qui est l'angle entre OM et la verticale.

A)  $R_N = mg \cos \theta$

C)  $R_N = m(g \cos \theta - R \dot{\theta}^2)$

B)  $R_N = m(g \sin \theta + R \ddot{\theta})$

D)  $R_N = mg \sin \theta$

5. A quelle condition sur  $V_A$  n'y aura-t-il pas de décollage avant le sommet ?

A)  $V_A < (3 R g \cos \alpha)^{1/2}$

B)  $V_A < (R g \tan \alpha)^{1/2}$

C)  $V_A < (3 R g)^{1/2}$

D)  $V_A < (2Rg \sin \alpha)^{1/2}$

III-On étudie l'indication donnée par un pèse personne lorsqu'un homme M de masse  $m = 80$  kg se tient sur ce pèse personne, dans un ascenseur en translation rectiligne entre deux étages.

1- L'indication du pèse personne par rapport à celle obtenue au repos :

a- est la même quel que soit le mouvement

b- est toujours différente lorsque l'ascenseur est en mouvement

c- dépend de la nature de la translation

d- est toujours supérieure

2- Lorsque l'ascenseur étant dans une phase de décélération constante avec une norme de l'accélération égale à

$|\gamma| = 3 \text{ m.s}^{-2}$  la masse indiquée par le pèse personne est de :

a- 56 kg

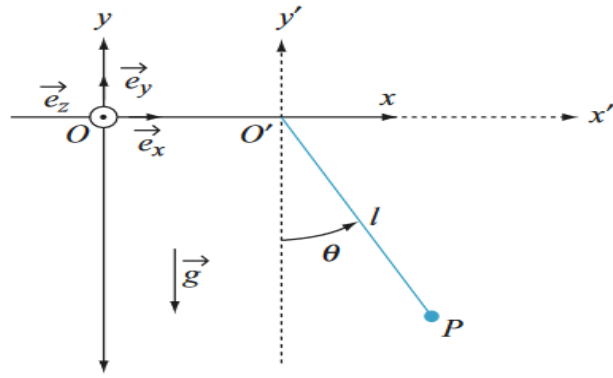
b- 80 kg

c- 104 kg

d- 62 kg

IV-

On désigne par  $\mathcal{R}'(O'x'y'z')$  un repère d'origine  $O'$  dont les axes orthogonaux  $O'x'$ ,  $O'y'$  et  $O'z'$  sont respectivement parallèles aux axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  d'un repère  $\mathcal{R}(Oxyz)$  que l'on supposera galiléen. Un pendule simple est constitué d'un point matériel  $P$  de masse  $m$ , suspendu à l'origine  $O'$  de  $\mathcal{R}'$  par un fil sans masse ni raideur et de longueur  $\ell$ . On note  $\theta$  l'angle que fait le fil, que l'on supposera constamment tendu, avec la verticale  $Oy$  de  $\mathcal{R}$  (cf figure ci-dessus). Dans un premier temps, l'origine  $O'$  de  $\mathcal{R}'$  reste confondue avec l'origine  $O$  de  $\mathcal{R}$ .



1-

Quelle doit être la longueur  $\ell$  du fil pour que la période des petits mouvements du pendule soit  $T_0 = 1$  s ? On prendra pour norme de l'accélération de la pesanteur  $\vec{g} = -g \cdot \vec{e}_y$  la valeur  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

- A**  $\ell = 1,141 \text{ m}$     **B**  $\ell = 0,714 \text{ m}$     **C**  $\ell = 1,312 \text{ m}$     **D**  $\ell = 0,248 \text{ m}$

2-

Le repère  $\mathcal{R}'$  est maintenant animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré d'accélération constante  $\vec{a} = a \cdot \vec{e}_x$ .

Calculer le moment  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ie})$  par rapport au point  $O'$  de la force d'inertie d'entraînement  $\vec{F}_{ie}$  qui s'applique au point  $P$  dans le référentiel  $\mathcal{R}'$ .

- A**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ie}) = -m\ell a \cos\theta \cdot \vec{e}_z$     **B**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ie}) = m\ell a (\cos\theta - \sin\theta) \cdot \vec{e}_z$   
**C**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ie}) = m\ell a (\cos\theta + \sin\theta) \cdot \vec{e}_x$     **D**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ie}) = -m\ell a \sin\theta \cdot \vec{e}_y$

3-

Calculer le moment  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ic})$  par rapport au point  $O'$  de la force d'inertie de Coriolis  $\vec{F}_{ic}$  qui s'applique au point  $P$  dans le référentiel  $\mathcal{R}'$ .

- A**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ic}) = -m\ell^2 a \cdot \vec{e}_z$     **B**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ic}) = m\ell^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot \vec{e}_x$   
**C**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ic}) = -m\ell \cos\theta \frac{d\theta}{dt} \cdot \vec{e}_z$     **D**  $\vec{M}_{O'}(\vec{F}_{ic}) = \vec{0}$

4-

Déduire du théorème du moment cinétique appliqué en  $O'$  dans  $\mathcal{R}'$  au point matériel  $P$  l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle  $\theta$ .

- A**  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{\ell} \cos\theta + \frac{a}{\ell} \sin\theta$     **B**  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{a}{\ell} \cos\theta + \frac{g}{\ell} \sin\theta$   
**C**  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{a}{\ell} \sin\theta + \frac{g}{\ell} \cos\theta$     **D**  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\ell} \sin\theta - \frac{a}{\ell} \cos\theta$

5-

Déterminer la valeur  $\theta_0$  de l'angle  $\theta$  correspondant à la position d'équilibre du pendule.

- A**  $\theta_0 = -\arctan \frac{a}{g}$     **B**  $\theta_0 = \arctan \frac{a}{g}$   
**C**  $\theta_0 = \arctan \frac{g}{a}$     **D**  $\theta_0 = -\arctan \frac{g}{a}$

6-

Exprimer la période  $T$  des petits mouvements autour de la position d'équilibre  $\theta_0$  en fonction de  $\ell$ ,  $a$  et  $g$ .

**A**  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell a}{a^2 + g^2}}$

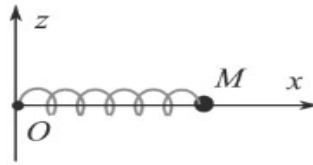
**B**  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{a^2 + g^2}}}$

**C**  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell g}{a^2 + g^2}}$

**D**  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{a + g}}$

V -

Un ressort ( $k, \ell_0$ ) est attaché à un point  $O$  fixe. Un point  $M$  de masse  $m$  est attaché à l'extrémité libre du ressort. L'axe  $Ox$  est en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$  constante autour d'un axe  $Oz$  vertical. On note  $R'$  le référentiel lié à  $Ox$  et  $Oy$  (troisième axe du trièdre direct).



1-

Les forces d'inertie d'entraînement  $\vec{f}_{ie}$  et de Coriolis  $\vec{f}_{ic}$  s'exerçant sur  $M$  dans  $R'$

a-  $\vec{f}_{ie} = -m\omega^2 x \vec{u}_x$

b-  $\vec{f}_{ie} = m\omega^2 x \vec{u}_x$

c-  $\vec{f}_{ic} = m\omega \dot{x} \vec{u}_y$

d-  $\vec{f}_{ic} = -2m\omega \dot{x} \vec{u}_y$

On suppose par la suite que  $\omega < \sqrt{\frac{k}{m}}$

2-

Déterminer la position d'équilibre de la masse  $M$  dans  $R'$ .

a.  $x'_e = \frac{k\ell_0}{k - m\omega^2}$      b.  $x'_e = \ell_0$

c.  $x'_e = \frac{-k\ell_0}{k + m\omega^2}$      d. Il n'y a pas de position d'équilibre.

3-

Établir l'équation du mouvement pour la masse précédente dans  $R'$  et l'expression de la pulsation  $\omega'_0$  des oscillations.

a.  $m\ddot{x} + kx = kx'_e$      b.  $m\ddot{x} + (k - m\omega^2)x = (k - m\omega^2)x'_e$

c.  $\omega'_0 = \sqrt{k/m}$      d.  $\omega'_0 = \sqrt{(k - m\omega^2)/m}$

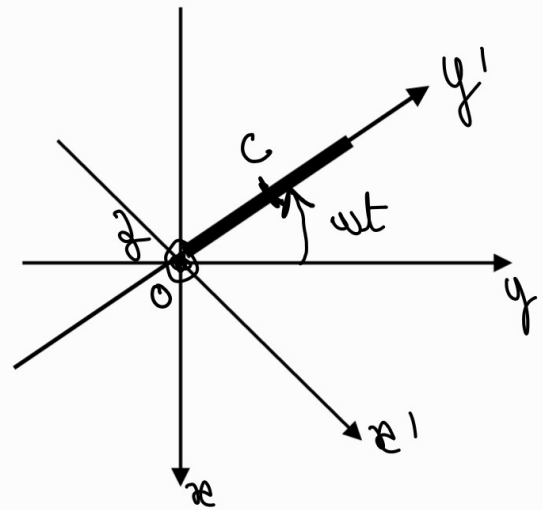
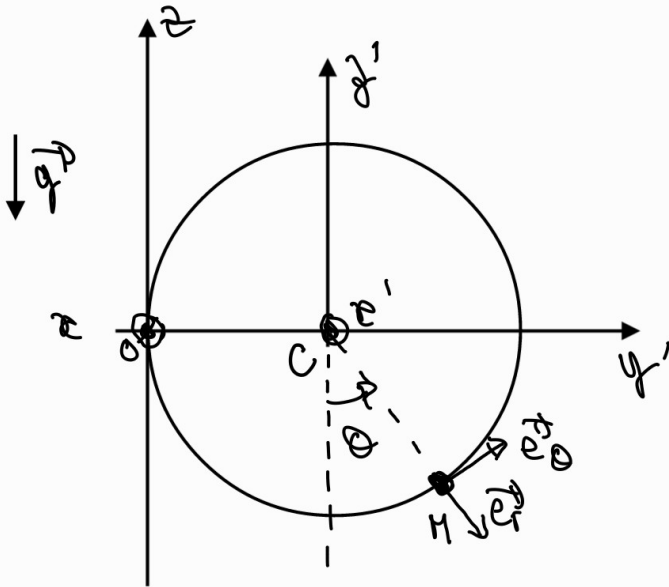
### VI- Cerceau en rotation

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  se déplace sans frottement sur une circonférence de centre  $C$  et de rayon  $a$ , contenue dans un plan vertical. Par rapport au référentiel terrestre noté  $R_T$ , supposé galiléen, ce cercle tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  constante autour de l'axe vertical ( $Oz$ ) tangent à la circonférence.

La position du point  $M$ , dans le référentiel  $(R') = (C, x', y', z)$  lié au cercle est repérée par l'angle  $\theta$  que fait  $\vec{CM}$  avec la verticale descendante.

On associe au point  $M$  le repère cylindrique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  et on appelle  $\vec{e}'_x$  et  $\vec{e}'_y$  les vecteurs unitaires des axes  $(Cx')$  et  $(Cy')$ .

L'étude des éléments cinématiques et dynamiques relatifs au point  $M$  est faite dans le référentiel  $(R')$ .



Cercle ou de dentures

1- La force d'inertie d'entraînement subie par le point M dans ( R') s'écrit :

- a-  $\vec{F}_{ie} = -m \omega^2 a (1 + \sin(\theta)) \vec{e}_{y'}$       b-  $\vec{F}_{ie} = m \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 a (1 + \sin(\theta)) \vec{e}_{y'}$   
 c-  $\vec{F}_{ie} = m \omega^2 a \sin(\theta) \vec{e}_{y'}$       d-  $\vec{F}_{ie} = m \omega^2 a (1 + \sin(\theta)) \vec{e}_{y'}$

2- L'équation du mouvement de M s'écrit :

- a-  $\frac{d^2\theta}{dt^2} - \omega^2 (1 + \sin(\theta)) \cos(\theta) + \frac{g}{a} \sin(\theta) = 0$       b-  $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 (1 + \sin(\theta)) \cos(\theta) + \frac{g}{a} \sin(\theta) = 0$   
 c-  $\frac{d^2\theta}{dt^2} - \omega^2 (1 + \sin(\theta)) \sin(\theta) + \frac{g}{a} \cos(\theta) = 0$       d-  $\frac{d^2\theta}{dt^2} - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 (1 + \sin(\theta)) \cos(\theta) + \frac{g}{a} \sin(\theta) = 0$

3- La réaction du cercle sur le point M s'écrit :

- a-  $\vec{R} = -m g \vec{e}_z$   
 b-  $\vec{R} = -2 m \omega a \frac{d\theta}{dt} \sin(\theta) \vec{e}_{x'} - [m a \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + m \omega^2 a (1 + \sin(\theta)) \sin(\theta) + m g \cos(\theta)] \vec{e}_r$   
 c-  $\vec{R} = -2 m \omega a \frac{d\theta}{dt} \cos(\theta) \vec{e}_{x'} - [m a \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + m \omega^2 a (1 + \sin(\theta)) \sin(\theta) + m g \cos(\theta)] \vec{e}_r$   
 d-  $\vec{R} = -2 m \omega a \frac{d\theta}{dt} \cos(\theta) \vec{e}_{x'} - [m \omega^2 a (1 + \sin(\theta)) \sin(\theta) + m g \cos(\theta)] \vec{e}_r$

4- L'énergie potentielle du point M s'écrit :

- a-  $E_p = \frac{-m \omega^2 a^2}{2} (1 + \sin(\theta))^2 + m g a \cos(\theta) + K$       b-  $E_p = \frac{-m \omega^2 a^2}{2} (\sin(\theta))^2 - m g a \cos(\theta) + K$   
 c-  $E_p = -2 m \omega a^2 \frac{d\theta}{dt} + m g a \cos(\theta) + K$       d-  $E_p = \frac{-m \omega^2 a^2}{2} (1 + \sin(\theta))^2 - m g a \cos(\theta) + K$

Où K est une constante .



6-

En supposant  $\omega_0 t \ll 1$  et sachant que  $\sin \epsilon \approx \epsilon - \epsilon^3/6$  si  $\epsilon \ll 1$ , exprimer  $x(t)$  :

A)  $x(t) \approx \frac{\Omega_T g \sin \lambda}{2} t^3$

C)  $x(t) \approx \frac{\Omega_T g \cos \lambda}{3} t^3$

B)  $x(t) \approx \frac{\Omega_T g \cos \lambda}{6} t^3$

D)  $x(t) \approx (\Omega_T g \cos \lambda) t^3$

7-

Pour  $\lambda = \pi/3$  rad,  $\Omega_T \approx 7,4 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $z_0 = 80 \text{ m}$  et  $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$ , évaluer la durée de chute  $\tau_c$  ainsi que la déviation  $x_d = x(\tau_c)$ .

A)  $\tau_c \approx 2 \text{ s}$

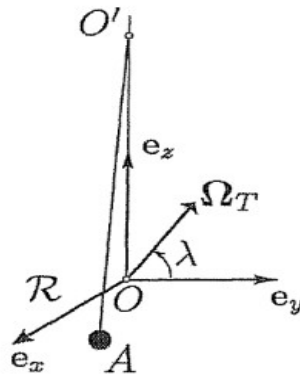
B)  $\tau_c \approx 4 \text{ s}$

C)  $x_d \approx 8 \text{ mm}$

D)  $x_d \approx 10 \text{ cm}$

### VIII-

On réalise un pendule simple à l'aide d'une masselotte  $A$  de masse  $m$  et d'un fil rectiligne inextensible de longueur  $L$  et de masse négligeable. On supposera le référentiel géocentrique galiléen et le référentiel du laboratoire  $\mathcal{R}$ , situé dans l'hémisphère nord, *non* galiléen en raison du mouvement de rotation uniforme de la Terre autour de son axe polaire à la vitesse angulaire  $\Omega_T$  par rapport au référentiel géocentrique. Le pendule est fixé en un point  $O'$  immobile dans  $\mathcal{R}$ . On néglige tout type de frottements. On désigne par  $\mathbf{g} = -g \mathbf{e}_z$  le champ de pesanteur à la surface de la Terre et  $g$  son intensité. On positionne  $A$  par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  dans le repère  $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  ayant comme origine  $O$ , la position qu'occupe  $A$  lorsque le pendule est immobile. Le plan  $(O, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  contient  $\Omega_T$  et l'on note  $\lambda$  la latitude du lieu de l'expérience (Fig. ci-après). Le pendule est initialement abandonné sans vitesse dans le plan  $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$  à l'abscisse  $x(0) = x_0$ .



1-

En projetant sur l'axe  $Oe_z$  la deuxième loi de Newton appliquée dans  $\mathcal{R}$  à la masselotte  $A$ , on obtient l'équation suivante :

$$m\ddot{z} = -mg + \left(1 - \frac{z}{L}\right)T + m\kappa_z \dot{x}$$

dans laquelle  $T$  désigne la norme de la tension du fil et  $\kappa_z$  est un coefficient fonction de  $\Omega_T = \|\Omega_T\|$  et de  $\lambda$ . Exprimer  $\kappa_z$ .

A)  $\kappa_z = \Omega_T \sin \lambda$

B)  $\kappa_z = \Omega_T \cos \lambda$

C)  $\kappa_z = 2\Omega_T \cos \lambda$

D)  $\kappa_z = -2\Omega_T \sin \lambda$

2-

On suppose désormais  $\kappa_z \dot{x} \ll g$ ,  $z \approx 0$ ,  $\dot{z} \approx 0$  et  $\ddot{z} \approx 0$ . La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe  $Oe_x$  donne dans ces conditions :

$$\ddot{x} + \kappa_x \dot{y} + \omega_0^2 x = 0$$

où  $\kappa_x$  est un coefficient fonction de  $\Omega_T$  et de  $\lambda$  et  $\omega_0$  un coefficient fonction de  $g$  et  $L$ . Exprimer  $\kappa_x$ .

A)  $\kappa_x = \Omega_T \sin \lambda$

B)  $\kappa_x = -2\Omega_T \cos \lambda$

C)  $\kappa_x = 2\Omega_T \cos \lambda$

D)  $\kappa_x = -2\Omega_T \sin \lambda$

3-

La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe  $Oe_y$  s'écrit :

$$\ddot{y} + \kappa_y \dot{x} + \omega_0^2 y = 0$$

où  $\kappa_y$  est un coefficient fonction de  $\kappa_x$ . Exprimer  $\kappa_y$  et  $\omega_0$ .

- A)  $\kappa_y = \kappa_x$                       B)  $\kappa_y = -\kappa_x$                       C)  $\omega_0 = \Omega_T$                       D)  $\omega_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$

4-

En introduisant l'unité imaginaire  $j$  et la fonction complexe  $\underline{X} = x + jy$ , les deux équations différentielles précédentes se réduisent à l'équation différentielle complexe suivante :

$$\ddot{\underline{X}} - j\kappa_x \dot{\underline{X}} + \omega_0^2 \underline{X} = 0$$

dont la solution est, au premier ordre en  $\Omega_T/\omega_0$  :

$$\underline{X}(t) = x_0 \left[ \cos(\omega_0 t) + j \frac{\Omega_T \sin \lambda}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right] \exp[-j(\Omega_T \sin \lambda)t]$$

Exprimer la période  $T$  du mouvement de rotation, autour de l'axe vertical, du plan des oscillations du pendule :

- A)  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$                       B)  $T = \frac{2\pi}{\Omega_T}$                       C)  $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \sin \lambda}$                       D)  $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \cos \lambda}$

5-

Le pendule de Foucault du Panthéon de Paris a une longueur de 67m et une masse de 28 kg. Évaluer l'ordre de grandeur de la période  $T_0$  des oscillations ( dans le plan d'oscillations ), en choisissant des valeurs appropriées de  $g$  et  $\lambda$ . On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

- A)  $T_0 \approx 1,6s$                       B)  $T_0 \approx 16s$                       C)  $T_0 \approx 2 \text{ min}$                       D)  $T_0 \approx 1h$

6-

Déterminer l'ordre de grandeur de la vitesse angulaire  $\omega_p$  de rotation du plan d'oscillation, en choisissant une valeur appropriée de  $\Omega_T$  et  $\lambda$ . On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

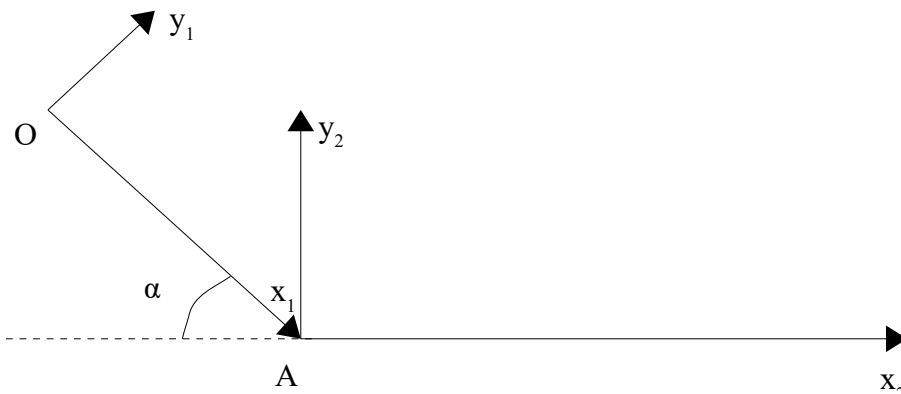
- A)  $\omega_p \approx 0,1^\circ/h$                       B)  $\omega_p \approx 1^\circ/h$                       C)  $\omega_p \approx 10^\circ/h$                       D)  $\omega_p \approx 100^\circ/h$

7-

Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :

- A) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation aux pôles en à peu près 24 h  
 B) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation à l'équateur en à peu près 24 h  
 C) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens horaire  
 D) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens anti-horaire

IX -



Un pavé de masse  $m$  est abandonné sans vitesse initiale au point  $O$ . On néglige les frottements fluides.

On appelle  $f_s$  et  $f_d$  les coefficients de frottements solide statique et dynamique entre le sol et le pavé ( identiques pour les parties inclinée et horizontale ).

On note  $\vec{R}_1 = T_1 \vec{u}_{x1} + N_1 \vec{u}_{y1}$  la réaction de la partie inclinée sur le palet et  $\vec{R}_2 = T_2 \vec{u}_{x2} + N_2 \vec{u}_{y2}$  la réaction de la partie horizontale sur le palet .

La longueur OA de la partie inclinée est noté  $L_1$  .

1- Pour que le palet se mette en mouvement il faut que :

- A-  $\alpha < \alpha_0 = \arctan(f_s)$                       B-  $\alpha > \alpha_0 = \arctan(f_d)$   
 C-  $\alpha > \alpha_0 = \arctan(f_s)$                       D-  $\alpha < \alpha_0 = \arctan(f_d)$

2- On suppose la condition de la question 1 vérifiée . On a alors :

- A-  $T_1 = f_d mg \cos(\alpha)$                       B-  $T_1 = -f_s mg \cos(\alpha)$   
 C-  $T_1 = -f_d mg \sin(\alpha)$                       D-  $T_1 = -f_d mg \cos(\alpha)$

3- La vitesse à l'extrémité de la partie inclinée vaut  $\vec{v}_1 = v_1 \vec{u}_{x1}$  avec :

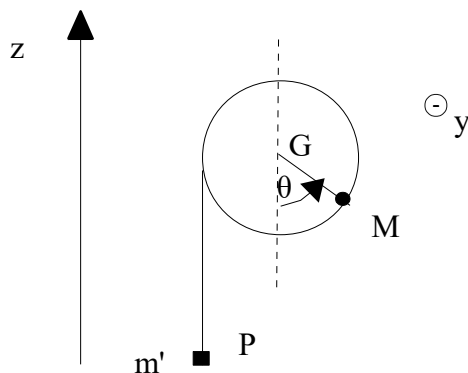
- A-  $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\sin \alpha - f_d \cos(\alpha))}$                       B-  $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\sin \alpha + f_d \cos(\alpha))}$   
 C-  $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\cos \alpha - f_d \sin(\alpha))}$                       D-  $v_1 = \sqrt{\frac{L_1 g}{2} (\sin \alpha - f_d \cos(\alpha))}$

4- On suppose qu'il y a continuité de la norme de la vitesse du pavé au point A lorsque le palet atteint la partie horizontale . La distance  $L_2$  parcourue par le palet sur la partie horizontale, depuis le point A vaut :

- A-  $L_2 = \frac{v_1^2}{2 f_d g}$                       B-  $L_2 = f_d g v_1$                       C-  $L_2 = \frac{v_1^2}{f_d g}$                       D-  $L_2 = \frac{v_1^2}{2 f_s g}$

X- Un disque D homogène, de rayon R , de masse  $m_D$  , de moment d'inertie J par rapport à ( Gy ), tourne autour de cet axe sans frottement . Une masse M de masse m liée à D est située sur la périphérie de D et un point P de masse  $m'$  est accroché à un fil inextensible et sans masse enroulé sur D .

La poulie est soumise à un couple de frottement fluide dont la norme est proportionnelle à la vitesse de rotation du disque , on appelle h (  $h > 0$  ) le coefficient de proportionnalité . Le système est étudié dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen . Le point est repéré par sa coordonnées verticale z .



1- Le moment cinétique par rapport à l'axe (  $\Delta$  ) = ( Gy ) du système global s'écrit :

- a-  $\sigma_{\Delta} = [J m_D + (m + m') R^2] \frac{d\theta}{dt}$                       b-  $\sigma_{\Delta} = [(m + m') R^2] \frac{d\theta}{dt}$   
 c-  $\sigma_{\Delta} = [J + (m + m') R^2] \frac{d\theta}{dt}$                       d-  $\sigma_{\Delta} = [J + (m + m') R^2] \frac{dz}{dt}$

2- On note  $\vec{T} = T \vec{u}_z$  la tension exercée par le fil sur le point P :

a-  $T = m g$

b-  $T = m' g$

c-  $T = m' g + m' R \frac{d^2 \theta}{dt^2}$

d-  $T = m' g - m' R \frac{d^2 \theta}{dt^2}$

3- La puissance du couple de frottement fluide exercé sur la poulie vaut :

a-  $P_{fl} = -h \frac{d\theta}{dt} \frac{dz}{dt}$

b-  $P_{fl} = -h \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

c-  $P_{fl} = h \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

d-  $P_{fl} = -h \frac{d^2 \theta}{dt^2}$

4- L'énergie cinétique du système global vaut :

a-  $E_c = \frac{1}{2} J m_D \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m R^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} m' \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$

b-  $E_c = \frac{1}{2} [J + (m + m') R^2] \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

c-  $E_c = \frac{1}{2} (m_D + m + m') R^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

d-  $E_c = \frac{1}{2} \left[\frac{J}{R^2} + (m + m')\right] \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

5- L'angle  $\theta$  vérifie l'équation :

a-  $[J + (m + m') R^2] \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -h \frac{d\theta}{dt} + R(m' - m \sin(\theta)) g$

b-  $\left[\frac{J}{R^2} + (m + m')\right] \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -h \frac{d\theta}{dt} + R(m' - m \sin(\theta)) g$

c-  $[J + (m + m') R^2] \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -h \frac{d\theta}{dt} + R(m' + m \sin(\theta)) g$

d-  $[J + (m + m') R^2] \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -h \frac{d\theta}{dt} + (m' - m \sin(\theta)) g$