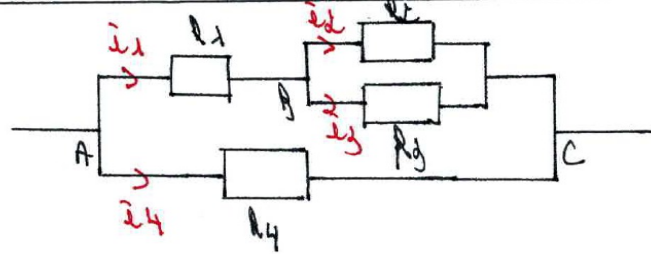


Ex1: associations de résistances



1 - R_2 et R_3 sont en parallèle et équivalents à la résistance $\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = R_5$

→ R_1 et R_5 sont en série et l'ensemble est en parallèle avec R_4 .

En appelant R_{eq} , la résistance équivalente cherchée on a :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + R_5}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_4} + \frac{R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3}$$

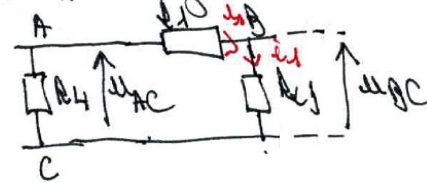
④

$$R_{eq} = \frac{R_4 [R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3]}{R_2 R_3 + (R_1 + R_4)(R_2 + R_3)} \quad \text{②}$$

On vérifie que R_{eq} est bien homogène à une résistance.

A.N: $R_{eq} = 15 R$

2 - On connaît u_{AC} , on peut redessiner le montage de la manière suivante



La même intensité traverse R_1 et R_5 , nous sommes dans les conditions d'application du diviseur de tension d'où :

$$u_{AC} = \frac{R_5}{R_1 + R_5} u_{AC}$$

$$u_{AC} = \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} u_{AC}$$

En multipliant numérateur et déno-
minateur par $R_2 + R_3$, on obtient:

$$u_{AC} = \frac{R_2 R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} u_{AC}$$

A.N: $u_{AC} = 8V$

3- $i_4 = \frac{V_A - V_C}{R_4} = \frac{u_{AC}}{R_4}$ A.N $i_4 = 1A$

$i_2 = \frac{V_A - V_C}{R_2} = \frac{u_{AC}}{R_2} = \frac{R_3}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} u_{AC}$

A.N $i_2 = 0,33A$

$i_3 = \frac{u_{AC}}{R_3}$

A.N $i_3 = 0,67A$

D'après la loi des nœuds en A.

$$i_1 = i_2 + i_3 = u_{AC} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$i_1 = 1A$

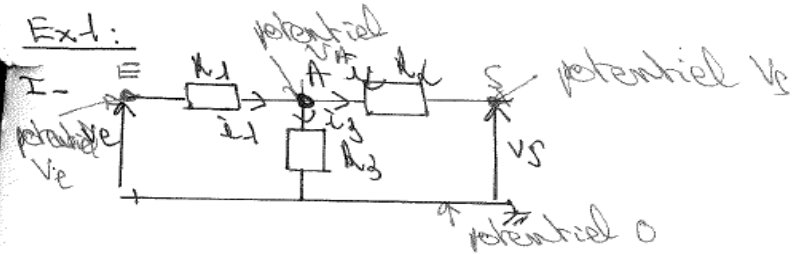
(i_1 vaut aussi $\frac{u_{AC} - u_{BC}}{R_1}$)

4- Par définition

$P_{S4} = R_4 i_4^2 = 30W$

④

Ex-1:



la ligne de masse est considérée au potentiel 0V.
 de ce fait le potentiel des points E s'identifie à la tension d'entrée c'est V_E .
 de même le potentiel des points S vaut V_S .

la loi des nœuds au point A donne:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

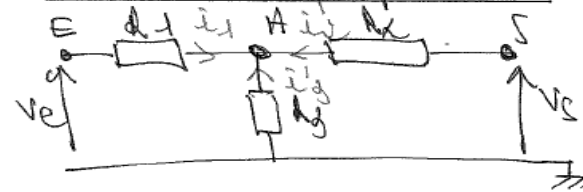
$$\frac{V_E - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_S}{R_2} + \frac{V_A - 0}{R_3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_E - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_S}{R_2} + \frac{V_A}{R_3}$$

①

Technique : pour déterminer l'expression de i_1 par exemple on suit la flèche de courant:
 $i_1 = \frac{\text{potentiel de départ} - \text{pot d'arrivée}}{R_1}$

Si on change des sens d'intensité par ex :



loi des nœuds :

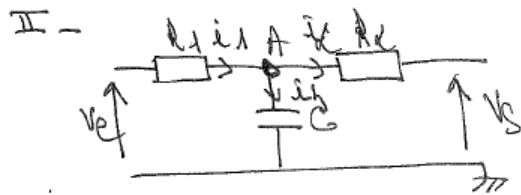
$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\frac{V_E - V_A}{R_1} + \frac{0 - V_A}{R_3} + \frac{V_S - V_A}{R_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_E - V_A}{R_1} - \frac{V_A}{R_3} + \frac{V_S - V_A}{R_2} = 0$$

On obtient bien sûr la même relation entre les potentiels.

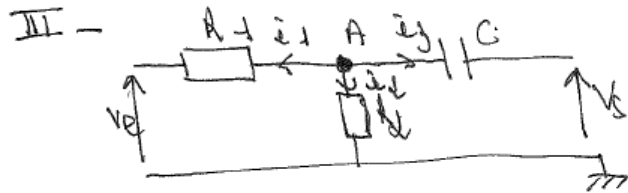
②



$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_s}{R_2} + C \frac{d(V_A - 0)}{dt}$$

$$\boxed{\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_s}{R_2} + C \frac{dV_A}{dt}}$$

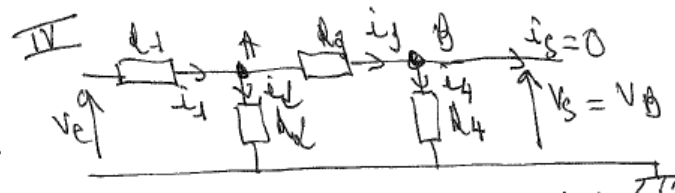


$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$\frac{V_A - V_e}{R_1} + \frac{V_A - 0}{R_2} + C \frac{d(V_A - V_s)}{dt} = 0$$

$$\boxed{\frac{V_A - V_e}{R_1} + \frac{V_A}{R_2} + C \frac{d(V_A - V_s)}{dt} = 0}$$

③



④

Lei das correntes em nó A:

$$i_1 = i_2 + i_3$$

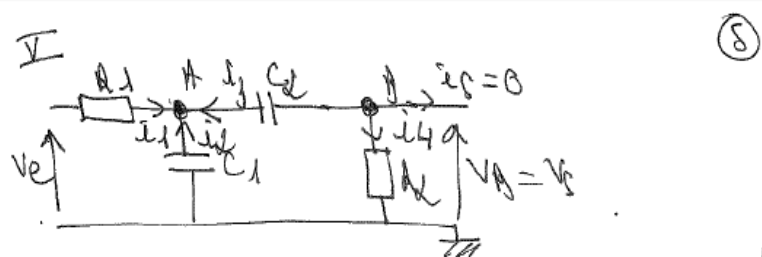
$$\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - 0}{R_2} + \frac{V_A - V_s}{R_3}$$

$$\boxed{\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A - V_s}{R_3}}$$

Lei das correntes em nó B:

$$\frac{V_A - V_s}{R_3} = \frac{V_s - 0}{R_4}$$

$$\boxed{\frac{V_A - V_s}{R_3} = \frac{V_s}{R_4}}$$



For node A: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

$$\frac{v_e - v_A}{R_1} + C_1 \frac{d(0 - v_A)}{dt} + C_2 \frac{d(v_B - v_A)}{dt} = 0$$

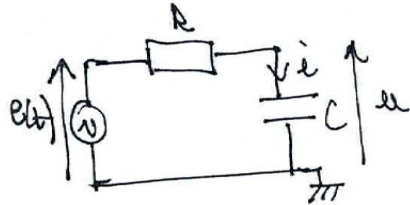
For node B:

$$i_3 + i_4 = 0$$

$$C_2 \frac{d(v_B - v_A)}{dt} + \frac{v_B}{R_2} = 0$$

Ex5 régime forcé.

$$e(t) = E_m \cos(\omega t)$$



$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$ en régime établi. avec I_m défini positif.

On travaille en notation complexe.

aux signaux réels $e(t)$ et $i(t)$ on associe les signaux complexes $\underline{e}(t)$ et $\underline{i}(t)$ tels que $e(t) = \text{Re}(\underline{e}(t))$

$$\text{et } i(t) = \text{Re}(\underline{i}(t))$$

$$\underline{e}(t) = E_m e^{j\omega t}$$

$$\underline{i}(t) = \underline{I}_m e^{j\omega t}$$

$$\text{avec } \underline{I}_m = I_m e^{j\varphi}$$

$$\underline{e} = R \underline{i} + \frac{j}{\omega C} \underline{i}$$

$$\underline{I}_m = \frac{E_m}{R + \frac{j}{\omega C}}$$

$$I_m = |\underline{I}_m| = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

(4)

$$\varphi = \arg(\underline{I}_m) = -\arg\left(R + \frac{j}{\omega C}\right)$$

$$\varphi' = \arg\left(R - \frac{j}{\omega C}\right) \quad \tan \varphi' = -\frac{1}{RC\omega}$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{RC\omega}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$$

$$\cos \varphi > 0$$

A.N: $I_m = 7,1 \text{ mA}$

$$\tan \varphi \geq 1 \quad \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ ou } \frac{5\pi}{4}$$

$$\text{or } \underline{I}_m = \frac{E_m (R + \frac{j}{\omega C})}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} > 0 \Rightarrow \cos \varphi > 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{3\pi}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} \quad \underline{i}(t) = 7,1 \cos(63.10^4 t + \frac{\pi}{4}) \text{ en mA}$$

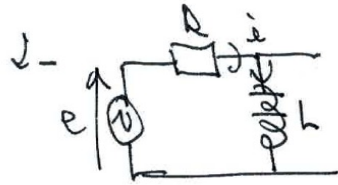
~~Représentation de Fresnel:~~

~~On prend, pour faciliter la représentation, la référence de phase sur $\underline{i}$~~

~~$$\varphi' = -\varphi < 0$$

$$\tan \varphi' = -\frac{1}{RC\omega}$$

$$E_m = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} I_m$$~~



$$\underline{e} = (R + j\omega L) \underline{i}$$

$$\underline{I_m} = \frac{E_m}{R + j\omega L}$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

$$\cos \varphi > 0$$

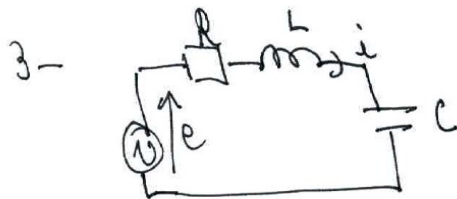
$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

A.N: $I_m = 8,7 \text{ mA}$

$$\tan \varphi = -0,57$$

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\underline{i}(t) = 8,7 \cos(68 \cdot 10^3 t - \frac{\pi}{6}) \text{ mA}$$



③

$$\underline{e} = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) \underline{i}$$

$$\underline{I_m} = \frac{E_m}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$\tan \varphi = -\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\cos \varphi > 0 \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

A.N: $I_m = 9,2 \text{ mA}$

$$\varphi = 0,4 \text{ rad}$$

$$\underline{i}(t) = 9,2 \cos(68 \cdot 10^3 t + 0,42) \text{ mA}$$

④

