

**DS SCIENCES PHYSIQUES N°1 .**

**La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée . Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte.**

**Un résultat numérique sans unité ne rapporte aucun point .**

**Les résultats doivent être encadrés .**

**Vos copies doivent être numérotées sous la forme 1/4 , 2/4 , 3/4 ....**

**En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie .**

**Ci dessous les critères et indicateurs permettant de juger le soin apporté à la copie .**

| <b>Critère</b>                                                              | <b>Indicateur</b>                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lisibilité de l'écriture. Ecrire sur les lignes .<br>Un calcul, une ligne . | L'écriture ne ralentit pas la lecture .                                                                                                                 |
| Respect de la langue                                                        | La copie comporte peu de fautes d'orthographe et de grammaire .                                                                                         |
| Clarté de l'expression                                                      | Les explications du candidat sont compréhensibles à la première lecture .                                                                               |
| Propreté de la copie                                                        | Les erreurs, les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées .<br>Les calculs sont aérés . |
| Identification des questions et pagination                                  | Les différentes parties du sujet, le numéro des questions sont bien identifiées .<br>La pagination est correctement effectuée .                         |
| Mise en évidence des résultats                                              | Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence ( encadrés ou soulignés )                                                         |

## Exercice ( thermodynamique ) :

### **Moteur diesel .**

Le Coradia Lint est le premier train à hydrogène au monde, propulsé par une pile à combustible. Il est basé sur le Coradia Lint 54, un modèle de locomotive diesel produit par Alstom. Ce type de machines thermiques, dédié aux voies non électrifiées, est très largement répandu sur les lignes régionales en Allemagne mais aussi en France.

#### ***Le moteur Diesel***

Le moteur des locomotives diesel fut inventé en 1892 par l'ingénieur allemand Rudolf Diesel. Les premières locomotives « Diesel-mécanique » où la puissance est transmise par l'intermédiaire d'une boîte de vitesse à pignons furent rapidement remplacées par des locomotives « Diesel-électrique » où le moteur diesel, en tournant, entraîne un alternateur. Ce dernier fournit de l'énergie à plusieurs moteurs électriques de traction.

On modélise le fonctionnement d'un moteur Diesel en considérant un système fermé, constitué de  $n$  moles de gaz parfait diatomique, décrivant le cycle réversible dont les caractéristiques sont décrites ci-dessous.

→ Admission  $A_0A$  : la soupape d'arrivée de l'air est ouverte, celles d'arrivée de gasoil et celle d'échappement des gaz sont fermées. La pression est  $P_{atm} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et la température

$T_{atm} = 300 \text{ K}$  au point A . Le volume passe de  $V_{min}$  à  $V_{max}$  de façon isobare.

→ Compression AB : les soupapes sont fermées. Le volume de l'air admis passe de  $V_{max}$  à  $V_{min}$  de manière adiabatique et réversible.

→ Injection et combustion BC : les soupapes sont fermées, sauf celle d'injection du gasoil. Une petite quantité de gasoil est injectée et la combustion se produit. Le volume augmente jusqu'à  $V_c$  . On modélise cette phase par une évolution isobare.

→ Détente CD : les soupapes sont toutes fermées. L'injection cesse en C et le mélange subit une détente adiabatique et réversible jusqu'à atteindre un volume  $V_{max}$  .

→ Refroidissement DA : la soupape d'échappement est ouverte. La pression diminue brutalement jusqu'à  $P_{atm}$  , le volume restant constant.

→ Ejection  $AA_0$  : la soupape d'échappement est ouverte, les autres fermées. Le volume passe de  $V_{max}$  à  $V_{min}$  de façon isobare.

**Q1-** Représenter le cycle Diesel  $A_0 - A - B - C - D - A - A_0$  dans le diagramme de Watt (  $P, V$  ).

**Q 2-** On définit le rapport volumétrique de compression  $x = \frac{V_{max}}{V_{min}}$  , ainsi que le rapport volumétrique

de détente  $y = \frac{V_{max}}{V_c}$  . Exprimer les pressions  $P_B$  et  $P_D$  en fonction de  $P_{atm}$  ,  $x$  ,  $y$  et du rapport

$\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$  , des capacités thermiques molaires à pression et à volume constant du gaz considéré.

**Q 3-** Définir le rendement thermodynamique, noté  $\eta_D$  , pour ce moteur et l'exprimer en fonction des températures  $T_A, T_B, T_C, T_D$  et du rapport  $\gamma$  .

**Q 4-** Exprimer  $\eta_D$  en fonction de  $x, y$  et  $\gamma$  puis faire l'application numérique en utilisant les données en fin de sujet. En réalité, le rendement observé est de l'ordre de 0,45. Commenter.

**Q 5-** Une locomotive à moteur Diesel roule à la vitesse constante  $v = 140 \text{ km.h}^{-1}$  . Le moteur tourne à la vitesse angulaire, elle aussi constante, de  $2000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  , un tour correspondant à un cycle du moteur. Calculer la puissance mécanique moyenne du moteur de la locomotive (en utilisant la valeur du rendement observé) ainsi que sa consommation en gasoil pour 100 km. On utilisera les données en fin de sujet.

### Données :

Volume maximal du gaz dans le cycle diesel  $V_{\max} = 57 \text{ L}$

Rapports des volumes dans le cycle diesel  $x = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 20$  ; et  $y = \frac{V_{\max}}{V_c} = 7$

Rapport des capacités thermiques  $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} = 1,4$

Rappel des expressions des capacités thermiques molaires à respectivement volume et pression constants :

$$C_{vm} = \frac{R}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

Constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1} . \text{mol}^{-1}$

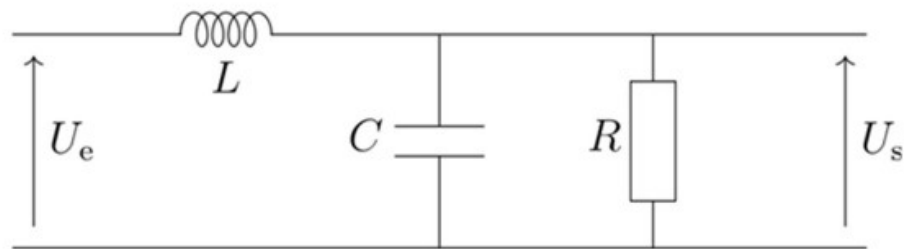
Enthalpie de combustion massique du gasoil :  $\Delta_{comb} h = 46,8 \text{ MJ.kg}^{-1}$

### Problème ( électronique ) :

#### **Partie A : détermination des caractéristiques d'un circuit d'ordre 2 .**

On considère le circuit électrique représenté sur la figure 3, où L est une bobine assimilable à une inductance pure, C un condensateur de capacité C et R un conducteur ohmique de résistance R.

$U_e$  est la tension d'entrée et  $U_s$  est la tension de sortie.



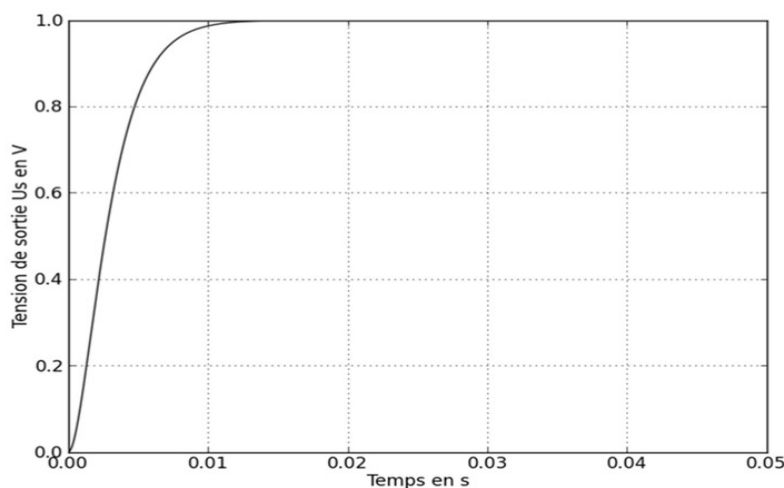
**Figure 3 - Circuit RLC**

1- Établir l'équation différentielle reliant les deux tensions  $U_s$  et  $U_e$  . La mettre sous la forme

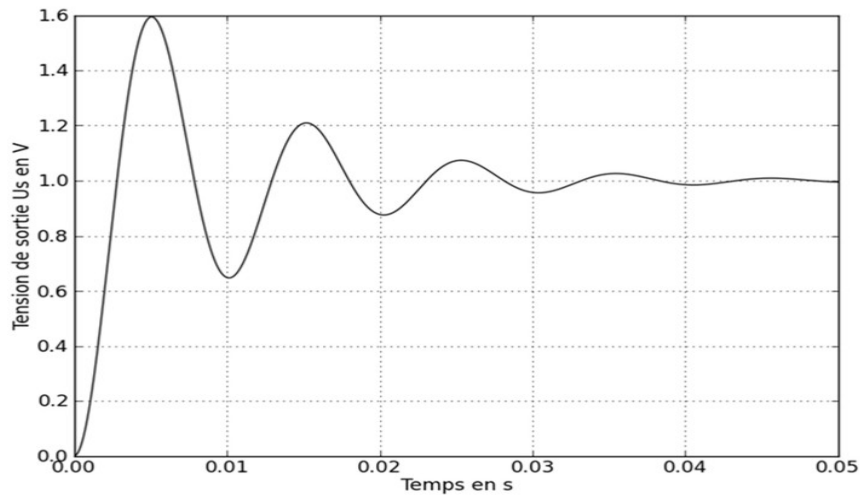
canonique suivante :  $\frac{d^2 U_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_s}{dt} + \omega_0^2 U_s = \omega_0^2 U_e$

en explicitant les expressions du facteur de qualité  $Q$  et de la pulsation propre  $\omega_0$  en fonction de R, L et de C .

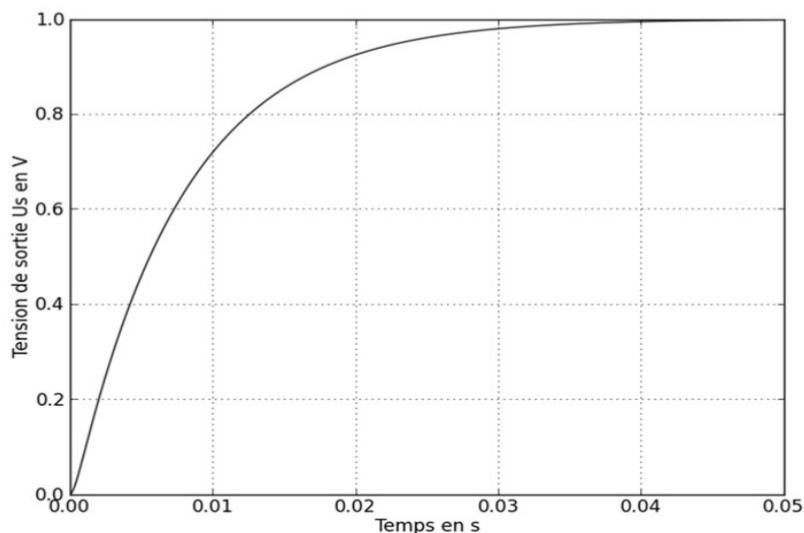
On donne sur les figures 4a, 4b et 4c les réponses à un échelon unitaire de tension de trois circuits identiques au circuit ci-dessus , ayant une même pulsation  $\omega_0$  mais avec trois facteurs de qualité différents :  $Q = 0,2$  ;  $Q = 0,5$  ;  $Q = 3$  .



**Figure 4a - Réponse indicielle a**



**Figure 4b - Réponse indicielle b**



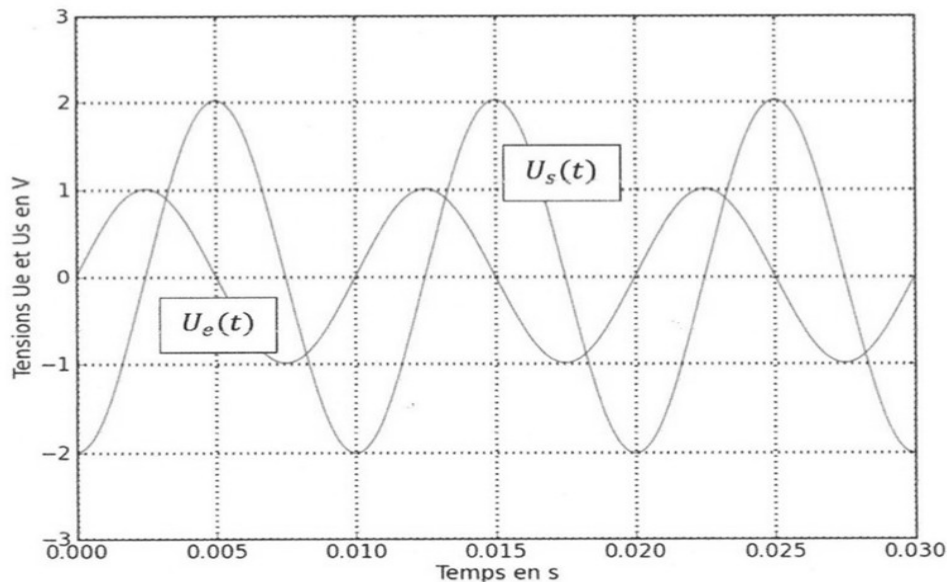
**Figure 4c - Réponse indicielle c**

2- Attribuer à chacune des réponses indicielles a, b et c le facteur de qualité correspondant. La justification attendue pourra être phrasée et/ou analytique.

3- Le condensateur étant initialement déchargé et aucun courant ne circulant initialement dans le circuit . Pour  $t > 0$  , on applique en entrée un échelon de tension d'amplitude  $U_e$  déterminer, dans le cas de la figure 4b , l'expression de  $U_s(t)$  ( celle-ci ne devra faire apparaître que les constantes introduites dans l'énoncé ) .

4- Déterminer, en exploitant la figure 4b , la valeur numérique de  $\frac{\omega_0}{Q}$  ( votre démarche doit être clairement exposée et justifiée ) .

La figure 5 donne la réponse à une tension d'entrée sinusoïdale d'amplitude maximale de 1 Volt d'un circuit RLC identique au circuit de la figure 3, caractérisé par son facteur de qualité  $Q$  et sa pulsation propre  $\omega_0$  .



**Figure 5 - Tensions d'entrée et de sortie en régime sinusoïdal forcé**

5- Dans cette question, il est demandé de faire preuve d'autonomie. Toute démarche même partielle de résolution sera prise en compte.

Déterminer numériquement les valeurs du facteur de qualité  $Q$  et de la pulsation propre  $\omega_0$  du circuit utilisé lors de cet essai en régime sinusoïdal forcé.

### **Partie B : filtrage d'un signal issu d'une alimentation à découpage .**

De nombreux circuits électroniques sont alimentés avec une tension continue de 5V . Une «alimentation à découpage» transforme, en plusieurs étapes, la tension alternative sinusoïdale du réseau électrique en une tension continue. La dernière étape consiste à filtrer une tension rectangulaire représentée figure 6 par le filtre passif «L,C» (voir figure 3 ) dans lequel la résistance  $R$  symbolise l'ensemble des circuits que l'on souhaite alimenter sous une tension presque parfaitement continue. On se propose dans ce problème d'évaluer les performances du filtre.

1- Etudier les diagrammes asymptotiques du filtre .

2- Etablir la condition, portant sur la valeur de  $Q$ , pour laquelle le filtre présente une résonance .

Dans la suite du problème, on choisit  $R=100\ \Omega$ ,  $C=10,0\ \mu F$ ,  $L=200\ mH$  .

3- Déterminer les valeurs numériques de  $\omega_0$  et  $Q$  .

4- Représenter les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase en fonction de  $\log(\frac{\omega}{\omega_0})$  ainsi que l'allure des diagrammes réels .

On applique au filtre le signal rectangulaire périodique  $v_1(t)$  de hauteur  $V_0$  , de période  $T$  issu de l'alimentation à découpage qui est représenté à la figure 6 .

On appelle  $\alpha = \frac{T_H}{T}$  le rapport cyclique variable ( $0 < \alpha < 1$ ) de la tension  $v_1(t)$  . On appelle  $\omega$  la pulsation du signal .

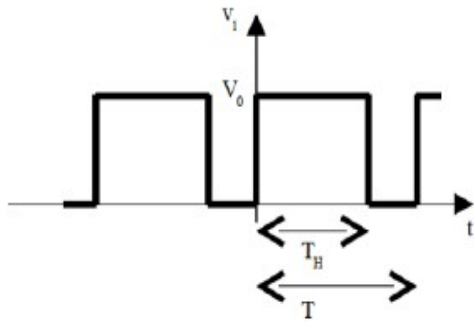


Figure 6 : signal de sortie de l'alimentation à découpage

5- Quelle est, en fonction des données introduites, la valeur moyenne  $V_{1,moy}$  de la tension  $v_1(t)$  .

6- On donne le développement en série de Fourier de  $v_1(t)$  .

$$v_1(t) = V_{1,moy} + \frac{V_0}{\pi} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi\alpha n)}{n} \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\sin^2(\pi\alpha n)}{n} \sin(n\omega t) \right)$$

a- Donner la pulsation du fondamental et montrer que son amplitude  $V_{fond}$  vaut  $\frac{2V_0}{\pi} \sin(\pi\alpha)$  .

b- Déterminer la pulsation et l'amplitude  $V_{harm}$  de l'harmonique suivant .

On admet que le signal  $v_1(t)$  est correctement représenté par la superposition de sa composante continue  $V_{1,moy}$  , de son terme fondamental d'amplitude  $V_{fond}$  et de l'harmonique suivant d'amplitude  $V_{harm}$  .

Le signal  $v_1(t)$  a une fréquence  $f = 5 \text{ kHz}$  , une amplitude  $V_0 = 15 \text{ V}$  et un rapport cyclique  $\alpha = \frac{1}{3}$  . On appelle  $v_2(t)$  le signal obtenu en sortie du filtre .

7- Justifier que l'on peut utiliser une formule approchée de la fonction de transfert, pour le calcul des amplitudes du fondamental et de l'harmonique en sortie du filtre .

8- Déterminer les expressions de la valeur moyenne et de l'amplitude des deux harmoniques considérés en sortie du filtre .

Application numérique .

9- Justifier que, pour évaluer un ordre de grandeur convenable de l'amplitude  $V_{2,alt}$  de la composante alternative de la tension en sortie du filtre, on peut ne conserver que le fondamental .

10- On rappelle que l'on souhaite obtenir en sortie du filtre une tension la plus proche possible d'une tension continue . On désigne par  $\Delta V_2$  l'amplitude crête à crête de l'ondulation résiduelle en sortie .

Déterminer l'expression , en fonction de  $\alpha, \omega$  et  $\omega_0$  , du taux d'ondulation  $\frac{\Delta V_2}{2V_{2,moy}}$  .

Faire l'application numérique et conclure .

### Partie C : capteurs capacitifs .

On s'intéresse dans cette partie au système d'écrit sur la figure 1 ci-dessous . Deux objets identiques de masse  $m$  se déplacent sans frottement sur un axe  $(x'x)$ . Le premier est une masselotte, tandis que le deuxième correspond à la partie centrale d'un capteur capacitif dont la capacité varie avec le déplacement  $x$  de ses armatures .

D'un point de vue mécanique, ces deux objets seront supposés ponctuels , de même masse  $m$ , positionnés respectivement aux points M1 et M2.

Le point M1 est accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k et de longueur à vide  $l_{R0}$  tandis que le point M2 est accroché à M1 par l'intermédiaire d'un ressort identique au précédent.

Le condensateur cylindrique double est positionné de telle manière que son armature centrale soit ajustée à sa position de référence à l'équilibre mécanique.

Les points  $M_1$  et  $M_2$  sont repérés sur l'axe par leurs abscisses respectives  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

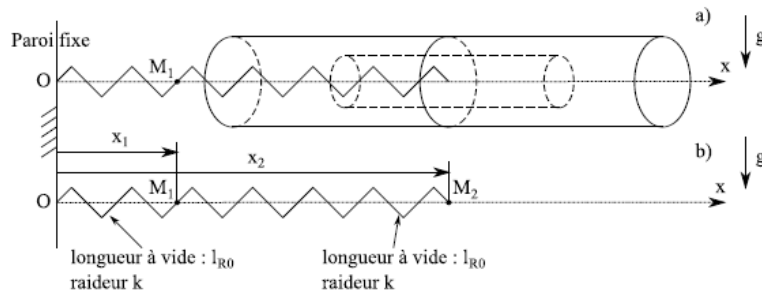


Figure 1 .

### I- Analyse de signaux à l'oscilloscope :

Un montage non représenté alimenté par une tension sinusoïdale  $E \cos(\omega t)$ , permet d'obtenir la tension  $u(t)$  comme produit de deux composantes « électrique »  $[B \cos(\omega t)]$  et « mécanique » :  $xx_2(t)$  où  $xx_2(t)$  représente le déplacement au cours du temps de l'armature interne du condensateur par rapport à sa position d'équilibre :  $u(t) = B \cos(\omega t) xx_2(t)$  .

La tension  $u(t)$  est acquise par un oscilloscope numérique.

On étudie la tension  $u(t)$  dans les cas où  $xx_2(t) = \frac{l_{R0}}{2} \cos(\Omega_1 t)$  et  $xx_2(t) = \frac{-l_{R0}}{2} \cos(\Omega_2 t)$  où

$\Omega_2 < \Omega_1 < \omega$  on obtient les enregistrements a et b de la figure 2 ci-dessous .

### 1- Spectre de $u(t)$ .

a- Représenter graphiquement le spectre de Fourier de  $u(t)$  si  $xx_2(t) = \frac{l_{R0}}{2} \cos(\Omega_1 t)$

b- Représenter de même ce spectre si  $xx_2(t) = \frac{-l_{R0}}{2} \cos(\Omega_2 t)$  .

### 2- Exploitation des chronogrammes.

a- Identifier sur les chronogrammes ci-dessus les signaux de pulsations  $\omega$ ,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  .

b- Déterminer, à partir des enregistrements ci-dessus et en expliquant votre manière de procéder , les pulsations  $\omega$ ,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  .

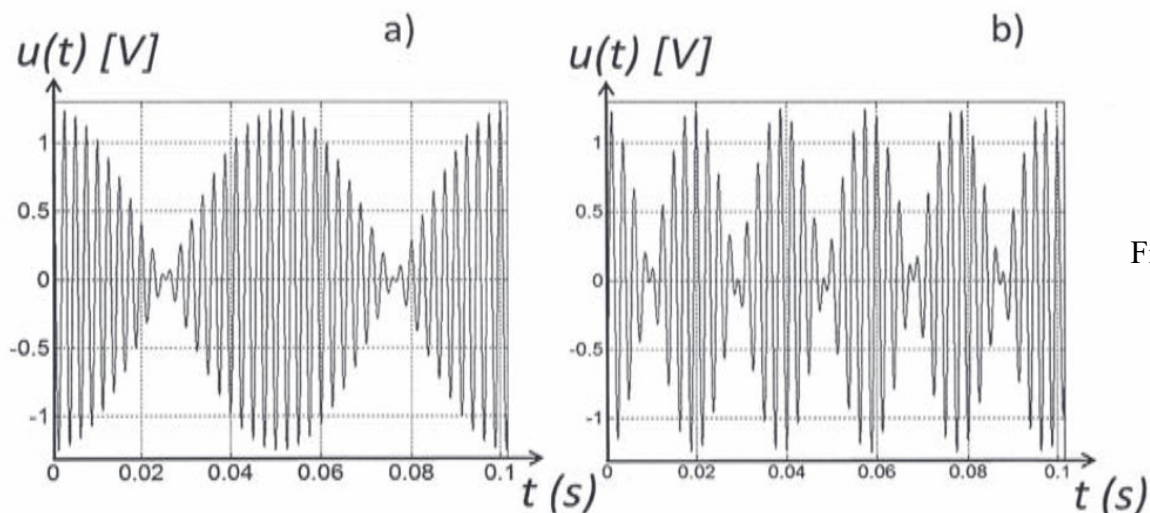


Figure 2

## II- Conditionnement des signaux par oscillateur :

L'information de déplacement en provenance du capteur capacitif peut également être extraite à partir d'un oscillateur électronique. dans ce cas, l'information de déplacement, qui induit une modification de  $C$  est source d'une modification de la fréquence de résonance de l'oscillateur, aisément détectable, par exemple à l'aide d'un fréquencemètre.

On considère le montage électronique de la figure 3 .

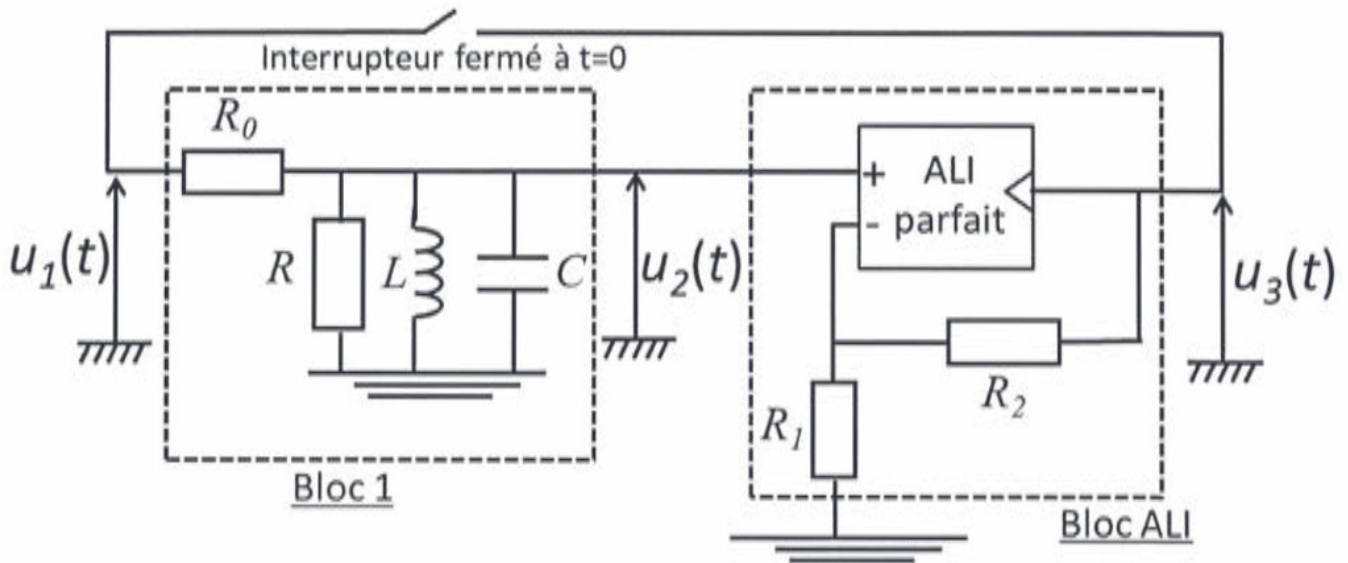
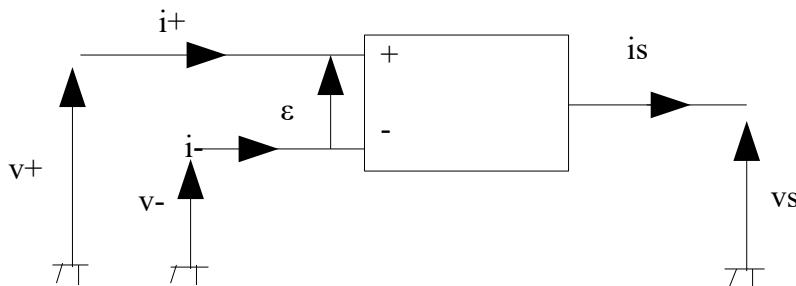


Figure 3 .

On donne les caractéristiques d'un ALI parfait :

En régime linéaire :  $v+ = v-$      $i+ = i- = 0$     bande passante infinie



**L'ALI utilisé est alimenté au moyen d'une alimentation symétrique et sa tension de saturation est  $V_{sat} = 11 \text{ V}$  , il est supposé idéal et en fonctionnement linéaire .**

1- Etude du bloc 1.

a- Montrer que le bloc 1 réalise un filtre de fonction de transfert complexe :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{u_2}{u_1} = \frac{A_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Donner les expressions littérales de  $A_0$ ,  $Q$  et  $\omega_0$  en fonction des valeurs caractéristiques des composants. .

b- Donner l'expression littérale de la bande passante du filtre .

c- Déterminer l'équation différentielle liant  $u_2(t)$  et  $u_1(t)$  .

2- Etude du bloc ALI.

On suppose le fonctionnement de l'ALI linéaire . Déterminer l'expression littérale de  $K = \frac{u_3}{u_2}$  .

3- Déterminer l'équation différentielle liant  $u_3(t)$  et  $u_1(t)$  lorsque l'interrupteur est ouvert .

#### 4- Système bouclé.

On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi un système bouclé.

a- Dédire des questions précédentes l'équation différentielle vérifiée par  $u_3$  .

b- A partir de cette équation ,trouver une condition liant  $A_0$ ,  $K$  et  $Q$  pour obtenir des oscillations sinusoïdales. Déterminer alors la fréquence  $f_0$  de ces oscillations.

c- Les oscillations sont déclenchées au départ par un bruit, qui engendre à un instant  $t_0$  , choisi comme origine des temps, une petite tension  $u_3(t=t_0)$  non nulle . On peut obtenir des oscillations dites quasi-sinusoïdales lorsque le fonctionnement du système est instable . Toujours à partir de l'équation différentielle de  $u_3$  , montrer que l'obtention d'oscillations quasi-sinusoïdales impose une condition sur le produit  $A_0 K$  et l'expliciter ( on supposera que les composants sont tels que le discriminant de l'équation caractéristique soit négatif ) .

d- Représenter l'évolution de  $u_3(t)$  en fonction du temps lorsque la condition précédente est vérifiée .

e- Dans la pratique, on obtient une stabilisation de l'amplitude  $A$  des oscillations à une valeur  $A_{\max}$ , expliquer pourquoi .

6- On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements  $x$  de la partie mobile d'un capteur capacitif dont la capacité est donnée par la loi  $C = C_0(1 - \frac{x}{l})$  , avec  $C_0 = 10 \mu F$  et  $l = 10 mm$  .

Ce capteur forme le condensateur du bloc 1 de la figure 3 .

Les composants choisis sont tels que le montage oscille à une fréquence  $f_{osc}$  liée à la capacité  $C$  par la relation :  $f_{osc} = \frac{D}{\sqrt{C}}$  avec  $D = 1 H^{\frac{-1}{2}}$  .

A la position de référence du capteur ( $x = 0$ ), la fréquence d'oscillation est  $f_{or}$  .

a- Montrer que, pour un petit déplacement  $x$  (  $\frac{x}{l} \ll 1$  ), la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme  $f_{osc} \approx a x + b$  , et expliciter  $a$  et  $b$  en fonction des données.

b- On note  $\Delta f = f_{osc} - f_{or}$  la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est  $\Delta f_{\min} = 3 \text{ Hz}$  ; quel est le plus petit déplacement détectable ?