

Démonstration premier principe industriel :

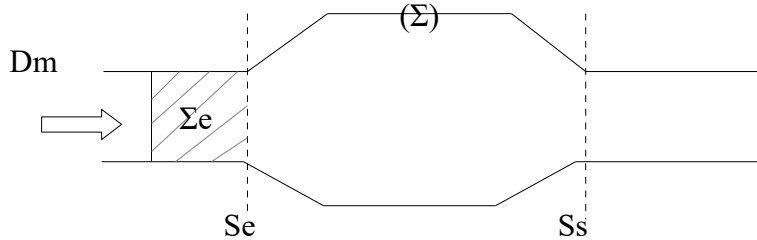
On étudie un système ouvert délimité par une surface de contrôle fixe Σ comportant une entrée et une sortie .

On indice e toutes les grandeurs relatives à la section d'entrée : P_e , T_e , u_e , v_e

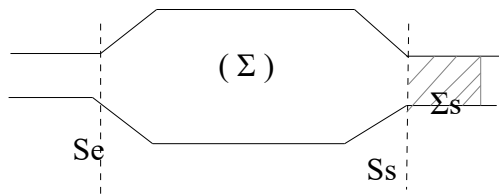
On indice s toutes les grandeurs relatives à la section d'entrée : P_s , T_s , u_s , v_s

→ Définition du système fermé :

A t , le système constitué de la réunion de du fluide contenu à l'intérieur de Σ à t et de la masse δm_e fluide qui pénètre dans Σ pendant dt ($= \Sigma_e$)



A $t+dt$, le système constitué du fluide contenu à l'intérieur de Σ à $t+dt$ et de la masse δm_s fluide qui est sorti de S_s entre t et $t+dt$ appelé Σ_s .



→ **Le régime étant stationnaire , il y a conservation du débit massique** , en conséquence la masse de fluide entrant entre t et $t+dt$ par S_e est égale à la masse de fluide sortant de S_s entre t et $t+dt$

$\delta m_e = \delta m_s = \delta m = D_m dt$ (le débit massique étant la masse de fluide par unité de temps traversant une section de l'écoulement)

→ **Entre t et $t+dt$** $dU + dEc + dEp = \delta W_p + \delta W_i + \delta Q$

δW_p est le travail des forces de pression exercées par le fluide en amont et en aval .

$\delta W_p = P_e \delta V_e - P_s \delta V_s$ δV_e et δV_s Étant les volumes occupés par Σ_e et Σ_s

$\delta W_p = (P_e v_{me} - P_s v_{ms}) \delta m$

v_{me} et v_{ms} désignant les volumes massiques du fluide en entrée et en sortie .

δW_i Est le travail indiqué ou utile reçu par le fluide

$$dU = U(t+dt) - U(t) = (U_\Sigma(t+dt) + \delta m u_s) - (U_\Sigma(t) + \delta m u_e)$$

L'écoulement étant stationnaire l'énergie interne , l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du fluide contenu dans (Σ) ne varie pas au cours du temps .

$$U_\Sigma(t+dt) = U_\Sigma(t) \quad \text{D'où} \quad dU = \delta m (u_s - u_e)$$

$$\text{De même} \quad dE_c = \frac{1}{2} \delta m (v_s^2 - v_e^2) \quad dE_p = \delta m (e_{ps} - e_{pe})$$

Le premier principe s'écrit alors en simplifiant par δm :

$$\delta m (u_s - u_e) + \frac{1}{2} \delta m (v_s^2 - v_e^2) + \delta m (e_{ps} - e_{pe}) = \delta m (P_e v_{me} - P_s v_{ms}) - \delta m (e_{ps} - e_{pe}) + \delta m w_i + \delta m q$$

En introduisant les enthalpies massiques du fluide en sortie et en entrée $h_s = u_s + P_s v_{ms}$ et $h_e = u_e + P_e v_{me}$ on obtient :

$$\delta m (h_s - h_e) + \frac{1}{2} \delta m (v_s^2 - v_e^2) + \delta m (e_{ps} - e_{pe}) = (q + w_i) \delta m \quad q \text{ et } w_i \text{ étant l'énergie thermique et le}$$

travail massiques reçus

Ce bilan peut s'écrire pour une unité de masse :

$$h_s - h_e + \frac{1}{2} (v_s^2 - v_e^2) + (e_{ps} - e_{pe}) = q + w_i$$

Bilan en puissance :

$$Dm(h_s - h_e) + \frac{1}{2} Dm(v_s^2 - v_e^2) + Dm(e_{ps} - e_{pe}) = P_{th} + P_i$$

P_{th} et P_i étant les puissances thermique et

indiquée reçues

Remarque 1 :

Dans de nombreuses applications on néglige la variation d'énergie potentielle .

La variation d'énergie cinétique macroscopique est en général négligée sauf dans le cas des tuyères et de certaines turbines .

Remarque 2 :

Pour une transformation adiabatique $q = 0$.

Pour un système sans pièces ou parties mobiles $w_i = 0$

Remarque 3 :

Dans un échangeur ou une chaudière, il n'y a que des échanges thermiques $w_i = 0$

Remarque 4: système à plusieurs entrées et sorties .

$$\sum_{sorties} D_m^k (h_k + e_c^k + e_p^k) - \sum_{entrées} D_m^j (h_j + e_c^j + e_p^j) = P_{th} + P_i$$

Bilan entropique en régime permanent :

Par un raisonnement analogue au cas précédent , la variation d'entropie du système fermé considéré entre t et t+dt est telle que :

$$dS = \delta m (s_s - s_e) = \delta S_e + \delta S_{créée} \quad s_s \text{ et } s_e \text{ étant les entropies massiques en sortie et en entrée}$$

Si le fluide reçoit une puissance thermique P_{thi} de la part d'une source à la température T_{si} , en introduisant σ_c la création d'entropie par seconde on obtient :

$$D_m (s_s - s_e) = \sum \frac{P_{thi}}{T_{si}} + \sigma_c$$

$\sigma_c = 0$ pour une transformation réversible

$\sigma_c > 0$ pour une transformation irréversible

Remarque : système à plusieurs entrées et sorties :

$$\sum_{sorties} D_m^k s_k - \sum_{entrées} D_m^j s_j = \sum \frac{P_{thi}}{T_{si}} + \sigma_c$$