$$\Delta U_{rxn} = \sum U_{products} - \sum U_{reactants}$$

$$\Delta U_{rxn} = \sum \Delta U_f^\circ(\text{products}) - \sum \Delta U_f^\circ(\text{reactants})$$

$$\Delta U_{rxn} = \sum \Delta H_f^\circ(\text{products}) - \sum \Delta H_f^\circ(\text{reactants}) - RT \sum n_{gas}$$

$$\Delta U_{rxn} = \Delta H_{rxn} - RT \sum n_{gas}$$

$$\Delta U_{rxn} = \Delta H_{rxn} - RT(n_{gas,products} - n_{gas,reactants})$$

$$\Delta U_{rxn} = \Delta H_{rxn} - RT(\text{moles of gaseous products} - \text{moles of gaseous reactants})$$

Example: Calculate ΔU for the reaction:

$$2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(l)$$

Given: ΔH_f° of $C_2H_6(g) = -84.7\ kJ/mol$

ΔH_f° of $CO_2(g) = -393.5\ kJ/mol$

ΔH_f° of $H_2O(l) = -285.8\ kJ/mol$

$$\Delta H_{rxn} = \sum \Delta H_f^\circ(\text{products}) - \sum \Delta H_f^\circ(\text{reactants})$$

$$\Delta H_{rxn} = [4(-393.5) + 6(-285.8)] - [2(-84.7) + 7(0)]$$

$$\Delta H_{rxn} = -3119.6\ kJ$$

$$\Delta n_{gas} = 4 - (2 + 7) = -5$$

$$\Delta U_{rxn} = -3119.6\ kJ - (-5)(8.314 \times 10^{-3}\ kJ/K)(298\ K)$$

$$\Delta U_{rxn} = -3107.2\ kJ$$

Enthalpy and Internal Energy

Enthalpy is the heat absorbed or released by a reaction at constant pressure.

Internal energy is the heat absorbed or released by a reaction at constant volume.

$$H = U + PV$$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$$

$$\Delta H = \Delta U + P\Delta V + V\Delta P$$

$$\Delta H = \Delta U + P\Delta V \quad (\text{at constant } P)$$

$$\Delta H = \Delta U + nRT \quad (\text{ideal gas})$$

$$\Delta H - \Delta U = nRT$$

$$\Delta U = \Delta H - nRT$$

$$\Delta U = \Delta H - RT\Delta n_{gas}$$

$$\Delta U = \Delta H - RT\Delta n_{gas}$$

$$\Delta U = \Delta H - RT(n_{gas,products} - n_{gas,reactants})$$

$$\Delta U = \Delta H - RT(\text{moles of gaseous products} - \text{moles of gaseous reactants})$$

Example: Calculate ΔU for the reaction:

$$2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(l)$$

Given: ΔH_f° of $C_2H_6(g) = -84.7\ kJ/mol$

ΔH_f° of $CO_2(g) = -393.5\ kJ/mol$

ΔH_f° of $H_2O(l) = -285.8\ kJ/mol$

$$\Delta H_{rxn} = \sum \Delta H_f^\circ(\text{products}) - \sum \Delta H_f^\circ(\text{reactants})$$

$$\Delta H_{rxn} = [4(-393.5) + 6(-285.8)] - [2(-84.7) + 7(0)]$$

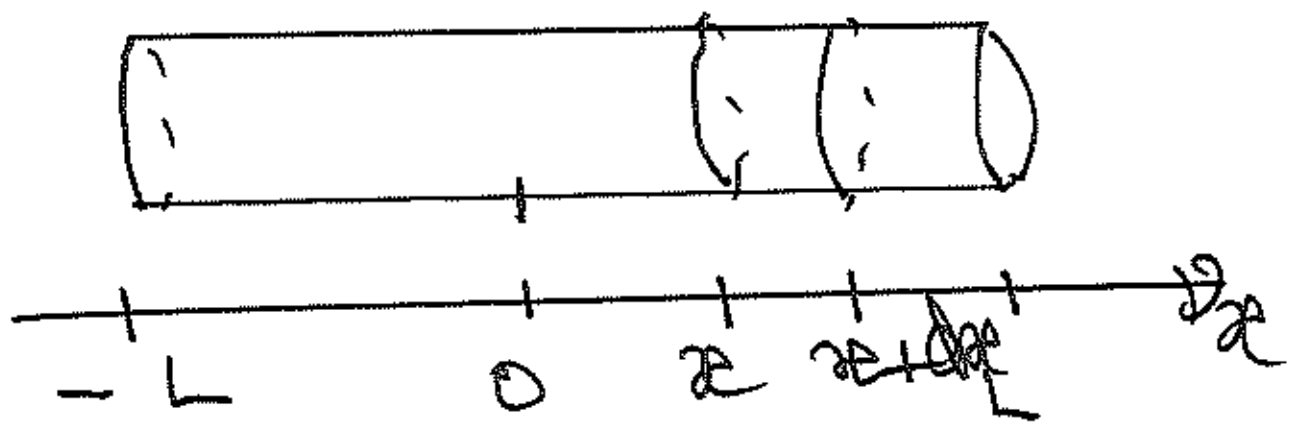
$$\Delta H_{rxn} = -3119.6\ kJ$$

$$\Delta n_{gas} = 4 - (2 + 7) = -5$$

$$\Delta U_{rxn} = -3119.6\ kJ - (-5)(8.314 \times 10^{-3}\ kJ/K)(298\ K)$$

$$\Delta U_{rxn} = -3107.2\ kJ$$

(3)



On applique le 1er principe entre t et $t+dt$ au volume de l'élément compris entre x et $x+dx$.

$$d(\delta U) = \delta^2 Q_{diff} + \delta^2 Q_{prod}.$$

$$\mu c S dx \left[T(x,t+dt) - T(x,t)\right] = \left[\Phi(x,t) - \Phi(x+dx,t)\right]dt + p_{J,lin}\, dx\, dt$$

$$\mu c S dx \frac{\partial T}{\partial t} dt = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} dx\, dt + p_{J,lin}\, dx\, dt$$

$$\mu c S \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial j_{th}}{\partial x} S + p_{J,lin}$$

$$\boxed{\mu c S \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda S \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + p_{J,lin}}$$

(4)

5- La puissance totale générée par effet Joule vaut $P_J = R_J I_0^2$

La puissance linéique $p_{J,lin} = \frac{P_J}{2L}$

$$\boxed{p_{J,lin} = \frac{\rho_0 I_0^2}{S}}$$

6- En régime permanent.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$\Theta_{RC}(x)$ vérifie l'équation

$$\lambda S \frac{d^2\Theta_{RC}}{dx^2} + \rho_0 \frac{I_0^2}{S} = 0.$$

$x \in]-L, L[$

$$\boxed{\frac{d^2\Theta_{RC}}{dx^2} = -\rho_0 \frac{I_0^2}{\lambda S^2} = -J}$$

7- $\frac{d^2\Theta_{RC}}{dx^2} = -J$

$$\frac{d\Theta_{RC}}{dx} = -Jx + A$$

$$\Theta_{RC}(x) = -J\frac{x^2}{2} + Ax + B$$

Conditions aux limites :

$\theta_{Rc}(-L) = 0 = -\frac{J L^2}{2} - AL + B \quad (1)$

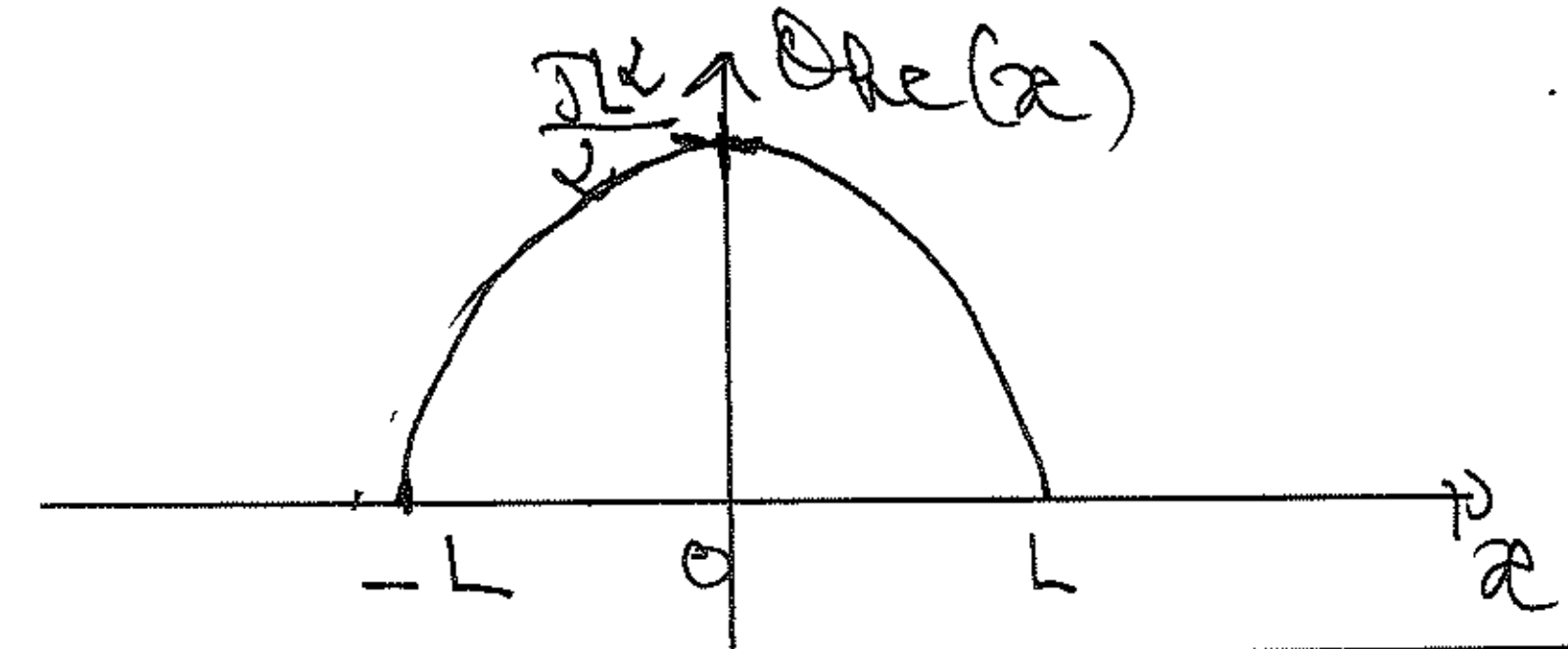
$\theta_{Rc}(L) = 0 = -\frac{J L^2}{2} + AL + B \quad (2)$

$(2) - (1) \Rightarrow 2AL = 0 \Rightarrow A = 0.$

$(1) \Rightarrow B = \frac{J L^2}{2}$

$$\boxed{\theta_{Rc}(x) = -\frac{J}{2}(x^2 - L^2)}$$

8 –



9 – $\langle \theta_{Rc}(x) \rangle = \frac{1}{2L} \int_{-L}^{L} \theta_{Rc}(x)\, dx$

$\langle \theta_{Rc}(x) \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L -\frac{J}{2}(x^2 - L^2)\, dx$

$\langle \theta_{Rc}(x) \rangle = -\frac{J}{2L}\left[\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^L - L^3 \right]$

$$\boxed{\langle \theta_{Rc}(x) \rangle = \frac{J L^2}{3} = \frac{\rho_0 L^2 I_0^2}{3 \lambda S^2}}$$

AN : $\langle \theta_{Rc} \rangle = \frac{1{,}9 \cdot 10^{-7} \times (10^{-4})^2 \times (5 \cdot 10^{-3})^2}{3 \times 28 \times (\pi (2{,}5 \cdot 10^{-6})^2)^2}$

$\langle \theta_{Rc} \rangle = \frac{1{,}9 \times 25 \times 10^{-19}}{3 \times 28 \times \pi^2 \times 2{,}5^4 \times 10^{-24}}$

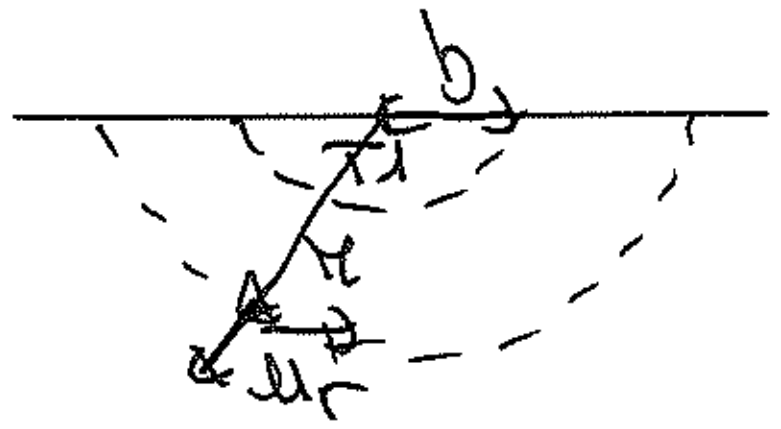
$\langle \theta_{Rc} \rangle = 108\ K$

II Mesure du flux transmis au contact :

10 –

Le transfert dans l'échantillon est purement diffusif et radial le régime étant stationnaire, il y a conservation du flux thermique

(7)



Le flux thermique $\Phi(r)$ traversant une demi sphère de rayon r est indépendant de r :

$\Phi(r) = \Phi = j_R(r)\, 2\pi r^2 = -\lambda_e \frac{dT}{dr} 2\pi r^2$

$-dT = \frac{\Phi}{2\pi\lambda_e} \frac{dr}{r^2}$

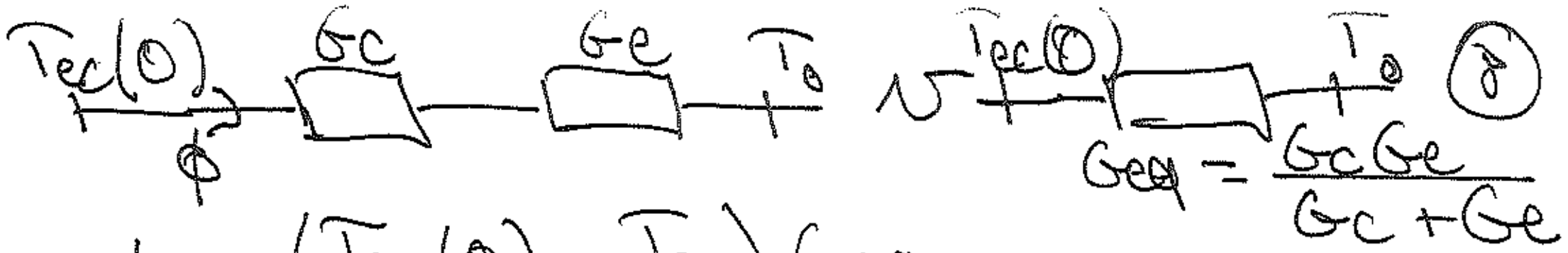
En intégrant entre b où $T = T_1$ et l'infini où $T = T_0$ on a

$T_1 - T_0 = \frac{\Phi}{2\pi\lambda_e}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^{\infty} = \frac{\Phi}{2\pi\lambda_e b}$

Par définition : $G_e = \frac{\Phi}{T_1 - T_0} = 2\pi\lambda_e b$

10- Pour l'ens extrémité de la pointe - échantillon, on peut donner le schéma électrique équivalent suivant :

(8)

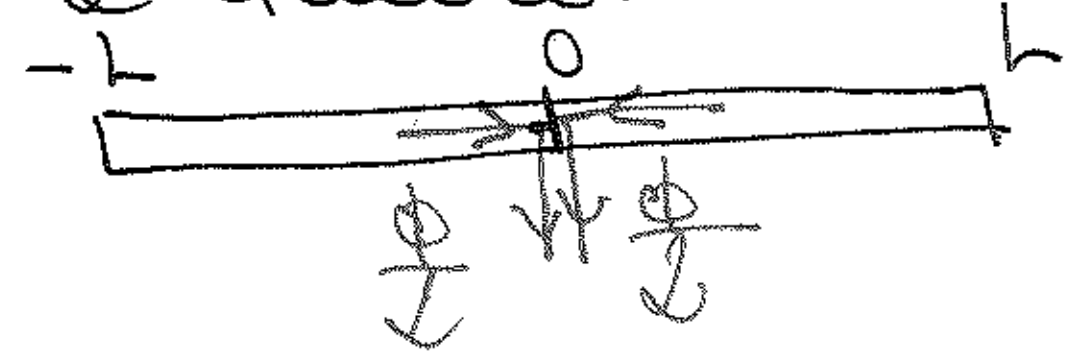


$\Phi = (T_{ec}(0) - T_0)\, G_{eq}$

$\Phi = \frac{G_c G_e}{G_c + G_e} \theta_{ec}(0) = G\, \theta_{ec}(0)$

$G = \frac{G_c}{1 + \frac{G_c}{G_e}} = \frac{2\pi\lambda_e b\, G_c}{2\pi\lambda_e b + G_c}$

11- Le sens des transferts est le suivant :



D'où $\Phi > 0$ $\quad j_x(0^-) > 0 \quad j_x(0^+) < 0$

12- On suppose que toute la puissance thermique arrivant en $x = 0^+$ est évacuée vers l'échantillon, on a :

$\frac{\Phi}{2} = -j_x(0^+)\pi R^2 = +\lambda \frac{dT_{ec}}{dx}(0^+)\pi R^2$

or $\theta_{ec}(x) = T_{ec}(x) - T_0$ d'où $\frac{dT_{ec}}{dx} = \frac{d\theta_{ec}}{dx}$

$$\frac{G\theta_{ec}(0)}{\lambda} = \lambda \frac{d\theta_{ec}}{dx}(0^+) S$$

$$\boxed{\frac{d\theta_{ec}}{dx}(0^+) = \frac{G\theta_{ec}(0)}{\lambda^2 S}}$$

4/ - $x > 0$:

$$\frac{d^2\theta_{ec}}{dx^2} = -J$$

$$\frac{d\theta_{ec}}{dx} = -Jx + K_1$$

$$\theta_{ec}(x) = -\frac{J}{2}x^2 + K_1 x + K_2$$

$$\theta_{ec}(x) = -\frac{J}{2}x^2 + K_1 x + \theta_{ec}(0)$$

$$\frac{d\theta_{ec}}{dx}(0^+) = \frac{G\theta_{ec}(0)}{\lambda^2 S} = K_1$$

et $\theta_{ec}(L) = 0$

D'où $-\frac{J}{2}L^2 + \frac{G\theta_{ec}(0)}{\lambda^2 S} L + \theta_{ec}(0) = 0$

$$\theta_{ec}(0) = \frac{\frac{J}{2}L^2}{1 + \frac{GL}{\lambda^2 S}} = \frac{\lambda^2 S}{G} K_1$$

D'où

$$\theta_{ec}(x) = \frac{J}{2}\left(-x^2 + \frac{\frac{GL}{\lambda^2 S}}{1 + \frac{GL}{\lambda^2 S}} Lx + \frac{L^2}{1 + \frac{GL}{\lambda^2 S}}\right)$$

En posant $\boxed{u = \frac{GL}{\lambda^2 S}}$ on obtient :

$$\boxed{\theta_{ec}(x) = \frac{J}{2}\left(-x^2 + \frac{u}{1+u} Lx + \frac{L^2}{1+u}\right)}$$

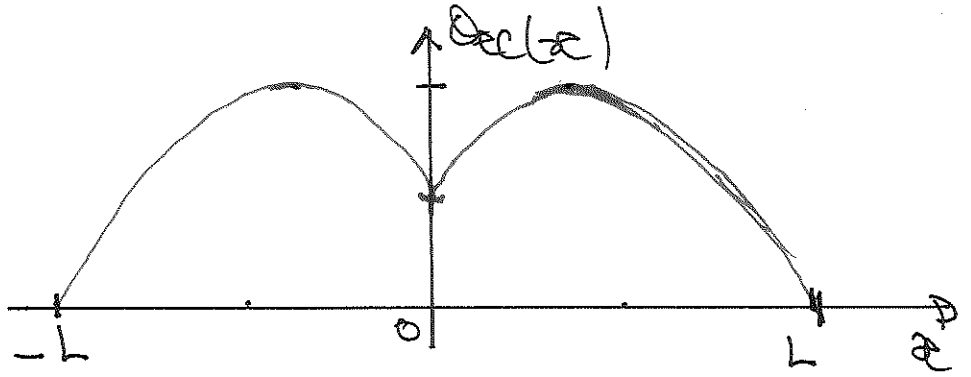
5/ - $x \in]0, L]$

$\frac{d\theta_{ec}}{dx} = 0$ pour x tq $-2x + \frac{u}{1+u} L = 0$

$x = \frac{uL}{2(1+u)} < \frac{L}{2}$ maxi car $\frac{d^2\theta_{ec}}{dx^2} = -J < 0$

$\theta_{ec}(L) = 0$

+ fonction paire d'où l'allure suivante.

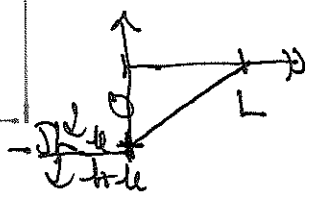


16- $x > 0$:

$\Delta\theta(x) = \theta_{cc}(x) - \theta_{hc}(x)$

$\Delta\theta(x) = \frac{J}{2}\left(\frac{u}{1+u} \ln x + \ln\alpha\left(\frac{1}{1+u} - 1\right)\right)$

$$\boxed{\Delta\theta(x) = \frac{J}{2}\frac{u\lambda}{1+u}(x-L)}$$



17- Sur $]0, L]$, aire algébrique $= \frac{1}{2} \times \frac{J\lambda\alpha^2}{2}\frac{u}{1+u} \times L$

$\Delta\theta(x)$ paire

Sur toute la tige :

aire $= -2 \times \frac{J\lambda^2}{4}\frac{u}{1+u}$

$\langle\Delta\theta\rangle = \frac{1}{2L} \times$ aire.

$\langle\Delta\theta\rangle = -\frac{J\lambda\alpha^2}{4}\frac{u}{1+u}$

$\frac{\langle\Delta\theta\rangle}{\langle\theta_{hc}\rangle} = -\frac{J\lambda\alpha}{4} \times \frac{2}{J\lambda\alpha}\frac{u}{1+u}$

$$\boxed{\frac{|\langle\Delta\theta\rangle|}{\langle\theta_{hc}\rangle} = +\frac{2}{4}\frac{u}{1+u}}$$

18- Si λ de $\to \infty$ alors.

$G \simeq G_c$ indépendant de la conductivité λ_c.

19- Pour λ_c grand : $G \simeq G_c$

$\frac{|\langle\Delta\theta\rangle|}{\langle\theta_{hc}\rangle} \simeq 0,34 = \frac{2}{4}\frac{u}{1+u}$

$\frac{4}{2} \times 0,34\,(1+u) = u$

$u = \frac{\frac{4}{2} \times 0,34}{1 - \frac{4}{2} \times 0,34} = 0,83 \simeq \frac{G_c L}{\lambda_c S}$

$G_c \simeq \frac{0,83 \times 2 \times 38 \times \pi \times (2,5 \cdot 10^{-6})^2}{40 - 4}$

$G_c = 4,2 \cdot 10^{-3} \cdot W \cdot K^{-1}$

Pour λ_c faible $G \simeq \lambda_c \pi d_e b$.

$u = \frac{\pi d_e b L}{\lambda_c \pi R^2} = \frac{d_e b L}{\lambda_c R^2}$

Pour le DVDF

$\frac{2}{4}\frac{u}{1+u} \simeq 0,41 \quad d_e \simeq 0,13$

$u \simeq 0,47$

$b \simeq \dfrac{2 R^2 u}{\lambda e L}$

<u>AN:</u> $b \simeq \dfrac{38 \times (2,5 . 10^{-6})^2 \times 0,47}{0,43 \times 10^{-4}}$

$b \simeq 3,1 \, \mu m$

Partie B : Mesure des paramètres géométriques de la pointe en mode alternatif :

I – Réponse thermique en fonction de la fréquence :

1) – La puissance totale dissipée par effet Joule s'écrit =

$P_J(t) = R_0 \, i^2(t) = \rho_0 \dfrac{L}{S} i^2(t)$

$$P_{J,lin} = \frac{\rho_0}{S} I_0^2 \cos^2(\omega t) = \frac{\rho_0 I_0^2}{2S}(1+\cos(2\omega t))$$

On trouve bien une contribution indépendante de t et une de pulsation 2ω.

En adaptant l'éq vue dans la partie précédente on a :

$$\mu c S \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda S \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\rho_0 I_0^2}{2S}(1+\cos(2\omega t))$$

2) – Le second membre s'écrit sous la forme d'un terme constant et d'un terme dépend du temps. L'équation étant linéaire, en régime établi la solution de l'EDP peut se mettre sous la forme d'une somme de 2 fonctions $\theta_{DC}(x)$ et $\theta_{AC}(x,t)$ telle que :

$\theta_{DC}(x)$ vérifie l'éq :

$$\lambda S \frac{d^2 \theta_{DC}}{dx^2} + \frac{\rho_0 I_0^2}{2S} = 0 \quad (1)$$

$\theta_{AC}(x,t)$ vérifie l'équation

$$\mu c S \frac{\partial \theta_{AC}}{\partial t} = \lambda S \frac{\partial^2 \theta_{AC}}{\partial x^2} + \frac{\rho_0 I_0^2}{2S} \cos(2\omega t) \quad (2)$$

En ce qui concerne l'eq (1) on obtient la même équation qu'en (6) mais avec un facteur $\frac{1}{2}$ sur le terme constant. De plus comme on doit avoir les même conditions aux limites.

$$\boxed{\theta_{DC}(x) = \frac{\theta_{AC}(x)}{2}}$$

En ce qui concerne l'équation 2, l'évolution temporelle doit être de la même forme que le terme en "$\cos(2\omega t)$".

$$\theta_{AC}(x,t) = \theta_{AC}(x) \cos(2\omega t + \phi(x))$$

22 – $R_0(t) = \frac{\rho_0 L(1 + a\langle\theta\rangle)}{S}$

$$R_0(t) = R_0(1 + a\langle\theta\rangle)$$

$$\boxed{R_0(t) = R_0\left[1 + a\langle\theta_{DC}\rangle + a\langle\theta_{AC}\rangle \cos(2\omega t + \phi)\right]}$$

23 – Tension mesurée aux bornes de la pointe :

$$U(t) = R_0(t)\, i(t)$$

$$U(t) = R_0 I_0\left[1 + a\langle\theta_{DC}\rangle + a\langle\theta_{AC}\rangle \cos(2\omega t + \phi)\right] \times \cos(\omega t)$$

$$U(t) = R_0 I_0\left[(1 + a\langle\theta_{DC}\rangle) + \frac{a\langle\theta_{AC}\rangle}{2} \cos(\omega t + \phi) + \frac{a\langle\theta_{AC}\rangle}{2} \cos(3\omega t + \phi)\right]$$

$U(t)$ comporte une harmonique à la pulsation 3ω d'amplitude $\boxed{U_{3\omega} = \frac{a R_0 I_0}{2}\langle\theta_{AC}\rangle}$ et de déphasage $\phi_{3\omega} = \phi$ /à l'intensité.

24- $\underline{\theta}_{AC}(x,t) = \underline{\theta}_{AC}(x)\, e^{2j\omega t}$ vérifie l'EDP :

$$\rho c S \frac{\partial \underline{\theta}_{AC}(x,t)}{\partial t} = \lambda S \frac{\partial^2 \underline{\theta}_{AC}}{\partial x^2} + \frac{\rho_0 I_0^2}{2S} e^{2j\omega t}.$$

D'où en injectant l'expression de $\underline{\theta}_{AC}(x,t)$ dans l'eq précédente, on obtient :

$$2j\omega \rho c S\, \underline{\theta}_{AC}(x) = \lambda S \frac{d^2(\underline{\theta}_{AC}(x))}{dx^2} + \frac{\rho_0 I_0^2}{2S}$$

D'où $$\frac{d^2(\underline{\theta}_{AC}(x))}{dx^2} - \frac{2j\omega\rho c}{\lambda}\underline{\theta}_{AC}(x) = -\frac{\rho_0 I_0^2}{2\lambda S^2}$$

On obtient bien :

$$\boxed{\frac{d^2(\underline{\theta}_{AC}(x))}{dx^2} - \underline{m}^2\, \underline{\theta}_{AC}(x) = -\frac{J}{\lambda}}$$

avec $\boxed{\underline{m}^2 = 2j\omega \frac{\rho c}{\lambda}}$

25- D'où : $\underline{\theta}_{AC}(x) = \frac{J}{\lambda \underline{m}^2} + A e^{\underline{m}x} + B e^{-\underline{m}x}$

Or la solution doit être paire d'où $A = B$.

De plus on doit avoir $\underline{\theta}_{AC}(x=L) = 0$

D'où $A\left(e^{\underline{m}L} + e^{-\underline{m}L}\right) = -\frac{J}{\lambda \underline{m}^2}$

D'où :

$$\boxed{\underline{\theta}_{AC}(x) = \frac{J}{\lambda \underline{m}^2}\left(1 - \frac{e^{\underline{m}x} + e^{-\underline{m}x}}{e^{\underline{m}L} + e^{-\underline{m}L}}\right)}$$

26- $\underline{\theta}_{AC}(x)$ étant paire.

$\langle \underline{\theta}_{AC}(x) \rangle = \langle \underline{\theta}_{AC}(x) \rangle$ sur la partie $]0, L[$

$\langle \underline{\theta}_{AC}(x) \rangle = \frac{1}{L}\int_0^L \underline{\theta}_{AC}(x)\, dx$.

$$\int_0^L \left(e^{+\underline{m}x} + e^{-\underline{m}x}\right) dx = \frac{1}{\underline{m}}\left[e^{+\underline{m}L} - e^{-\underline{m}L}\right]$$

$$\langle \underline{\theta}_{AC}(x) \rangle = \frac{J}{\lambda \underline{m}^2 L}\left[L - \frac{e^{\underline{m}L} - e^{-\underline{m}L}}{\underline{m}\left(e^{\underline{m}L} + e^{-\underline{m}L}\right)}\right]$$

$$\boxed{\langle \underline{\theta}_{AC}(x) \rangle = \frac{J}{\lambda \underline{m}^2}\left[1 - \frac{e^{\underline{m}L} - e^{-\underline{m}L}}{\underline{m}L\left(e^{\underline{m}L} + e^{-\underline{m}L}\right)}\right]}$$

24- En BF, $|\underline{m}L|$ petit :

D'où

$$\frac{e^{\underline{m}L} - e^{-\underline{m}L}}{e^{\underline{m}L} + e^{-\underline{m}L}} \simeq \underline{m}L - \frac{(\underline{m}L)^3}{6}$$

$$\langle \underline{\Theta}_{ac} \rangle \simeq \frac{J}{2\underline{m}\alpha} \frac{(\underline{m}L)^2}{6} = \frac{JL\alpha}{12}$$

$$U_{3\omega,BF} = \frac{a\mu_0 I_0}{2} \times \frac{JL\alpha}{12}$$

$$\boxed{U_{3\omega,BF} \simeq \frac{\mu_0 I_0 a J L \alpha}{24}}$$

25- $J = \frac{\rho_0}{\lambda(\pi R\alpha)^2} I_0^2$

$$U_{3\omega,BF} = \frac{\rho_0 \alpha L}{\pi R \alpha} \frac{I_0 a L^2}{24} \times \frac{\rho_0}{\lambda(\pi R\alpha)^2} I_0^2$$

$$R^6 = \frac{\rho_0^2 L^3 a I_0^3}{12\pi^3 \lambda U_{3\omega,BF}}$$

$$\boxed{R = \left(\frac{\rho_0^2 L^3 a I_0^3}{12\pi^3 \lambda U_{3\omega,BF}} \right)^{\frac{1}{6}}}$$

26- En HF

$$\langle \underline{\Theta}_{ac} \rangle \simeq \frac{J}{2\underline{m}\alpha} = \frac{-iJ\lambda}{4\mu c\omega} = \frac{J\lambda}{4\mu c\omega} e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{U_{3\omega,HF} = \frac{\mu_0 I_0 a J \lambda}{8\mu c\omega}}$$

27- $\langle \underline{\Theta}_{ac} \rangle$ réelle en BF $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi_{3\omega,BF} = 0}$.

$\text{Arg}(\langle \underline{\Theta}_{ac} \rangle) = -\frac{\pi}{2}$ en HF $\Rightarrow$ $\boxed{\varphi_{3\omega,HF} = -\frac{\pi}{2}}$

28- La fréquence de coupure correspond au point d'intersection des 2 asymptotes : $\frac{1}{2}$ de π-0

$$\frac{\mu_0 I_0 a J L^2}{24} = \frac{\mu_0 I_0 a J \lambda}{8\mu c\omega_c} = \frac{\mu_0 I_0 a J \lambda}{16\pi\mu c f_c}$$

$$\boxed{f_c = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\pi\mu c L^2} = \frac{3\lambda}{2\pi L^2 \mu c}}$$

29- Courbe de phase :

On retrouve bien les 2 valeurs asymptotiques : 0 en BF et $-\frac{\pi}{2}$ en HF

Diag en amplitude :
L'échelle étant logarithmique.

En BF : $\log(U_{sw,BF})$ = droite horizontale
$U_{sw,BF}$ indépt de ω

En HF : $U_{sw,HF} \approx \frac{k_0 T_0 \alpha T d}{2\rho c \omega}$

$\log(U_{sw,HF}) = cte - \log(\omega)$
Conforme aux diag. car l'asymptote HF est bien une droite de pente -1.

33. En traçant les 2 asymptotes BF et HF on obtient la valeur de la fréquence f_c : $f_c = 200\,Hz$

D'où $L = \sqrt{\frac{3d}{2\pi f_c \rho c}}$

AN : $L = \sqrt{\frac{3 \times 38}{2\pi \times 2.10^4 \times 19,9.10^3 \times 15.10^4}}$

$L = 0,174.10^{-3}\,m$ $\quad L = 174\,\mu m$

$U_{sw,BF} \equiv 25\,V.A^{-3}$ (lecture).
I_0

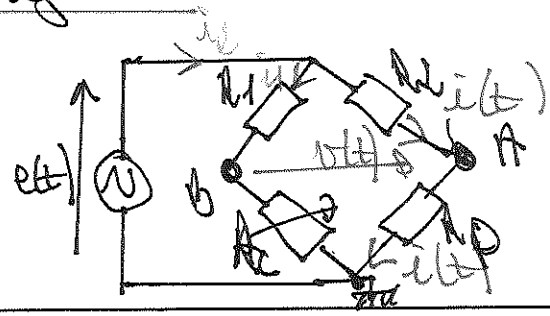
D'après la question 25

$k = \left(\frac{(1,9.10^{-7})^2 \times (174.10^{-6})^3 \times 1,66.10^{-1}}{16 \times \pi^2 \times 38 \times 25} \right)^{1/6}$

$k = (89.10^{-35})^{1/6} = 3,1\,\mu m$.

Valeurs correspondant aux mêmes ordres de grandeur que celles de l'énoncé.

II Traitement électronique du signal :



34 - $e(t) = (R_c + R_p)\, i(t)$

$i(t) = \frac{e(t)}{R_c + R_p}$

35 - Lorsque R_p est multipliée par d :
$R_p = R_{p0}$ $\quad i_0(t) = \frac{e(t)}{R_c + R_{p0}}$

(23)

Pour $R_p = 2R_{p0}$

$$i_1(t) = \frac{e(t)}{R_x + 2R_{p0}}$$

Si l'amplitude de e est cste.

$$\frac{dI}{I} = \frac{dR_p}{R_x + R_p}$$

$R_p \simeq 2\Omega \qquad dR_p = 2\Omega.$

$$\frac{dI}{I} = \frac{2}{222} < \frac{1}{100}$$

les variations de la résistance de la pointe vaut $a\langle\Delta\theta\rangle$ avec $a \simeq 1,66 \cdot 10^{-3}$

Même si $\langle\Delta\theta\rangle$ = 500 K les variations de R_p restent inférieures à 1Ω.

donc les variations de l'intensité dans la pointe restent très faibles ⇒ on pourra considérer l'amplitude de l'intensité constante dans la pointe.

(24)

25- $v(t) = V_A - V_B$

$$\frac{e - V_A}{R_x} = \frac{V_A}{R_p} \quad \text{loi des noeuds en A}$$

en B : $$\frac{e - V_B}{R_1} = \frac{V_B}{R_c}$$

$$V_A\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_x}\right) = \frac{e}{R_x}$$

$$V_A = \frac{R_p}{R_x + R_p}\, e$$

$$V_B\left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{e}{R_1}$$

$$V_B = \frac{R_c}{R_1 + R_c}\, e$$

D'où $$v(t) = e(t)\left(\frac{R_p}{R_x + R_p} - \frac{R_c}{R_1 + R_c}\right)$$

or $e(t) = (R_x + R_p)\, i(t)$

$$v(t) = \left(R_p - \frac{R_c(R_x + R_p)}{R_1 + R_c}\right) i(t)$$

$$\boxed{v(t) = \frac{R_1 R_p - R_x R_c}{R_1 + R_c}\, i(t)}$$

$$\frac{\sin^2\theta}{1+\cos\theta}$$

نضرب البسط والمقام في $(1-\cos\theta)$

$$\frac{\sin^2\theta(1-\cos\theta)}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$$

$$\frac{\sin^2\theta(1-\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$$

$$\frac{\sin^2\theta(1-\cos\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$1-\cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}+\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\frac{\sin^2\theta+(1+\cos\theta)^2}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$\frac{\sin^2\theta+1+2\cos\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$\frac{2+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$\frac{2(1+\cos\theta)}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$$

$$\frac{2}{\sin\theta}$$

$$2\csc\theta$$

(15) إذا كان $\sin\theta=\frac{3}{5}$ حيث θ في الربع الثاني، فأوجد قيمة كل من:

$\sin 2\theta$، $\cos 2\theta$، $\tan 2\theta$

$$\sin\theta=\frac{3}{5}$$

$$\cos\theta=-\frac{4}{5}$$

$$\tan\theta=-\frac{3}{4}$$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$$

$$=2\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$=-\frac{24}{25}$$

$$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$$

$$=\left(-\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}$$

$$=\frac{7}{25}$$

$$\tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$$

$$=\frac{-\frac{24}{25}}{\frac{7}{25}}$$

$$=-\frac{24}{7}$$