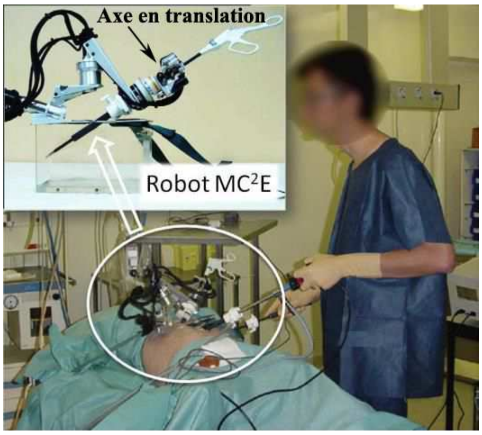
TD3 : Axe de robot chirurgical

Présentation du problème

Mise en situation



L'objet de cette étude est le robot MC²E utilisé en chirurgie endoscopique (photo ci-contre). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts…) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

On s'intéresse plus particulièrement à l'axe en translation. Voir détail sur la photo. Cet axe en translation du robot est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) l'organe du patient opéré au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri.

Objectif

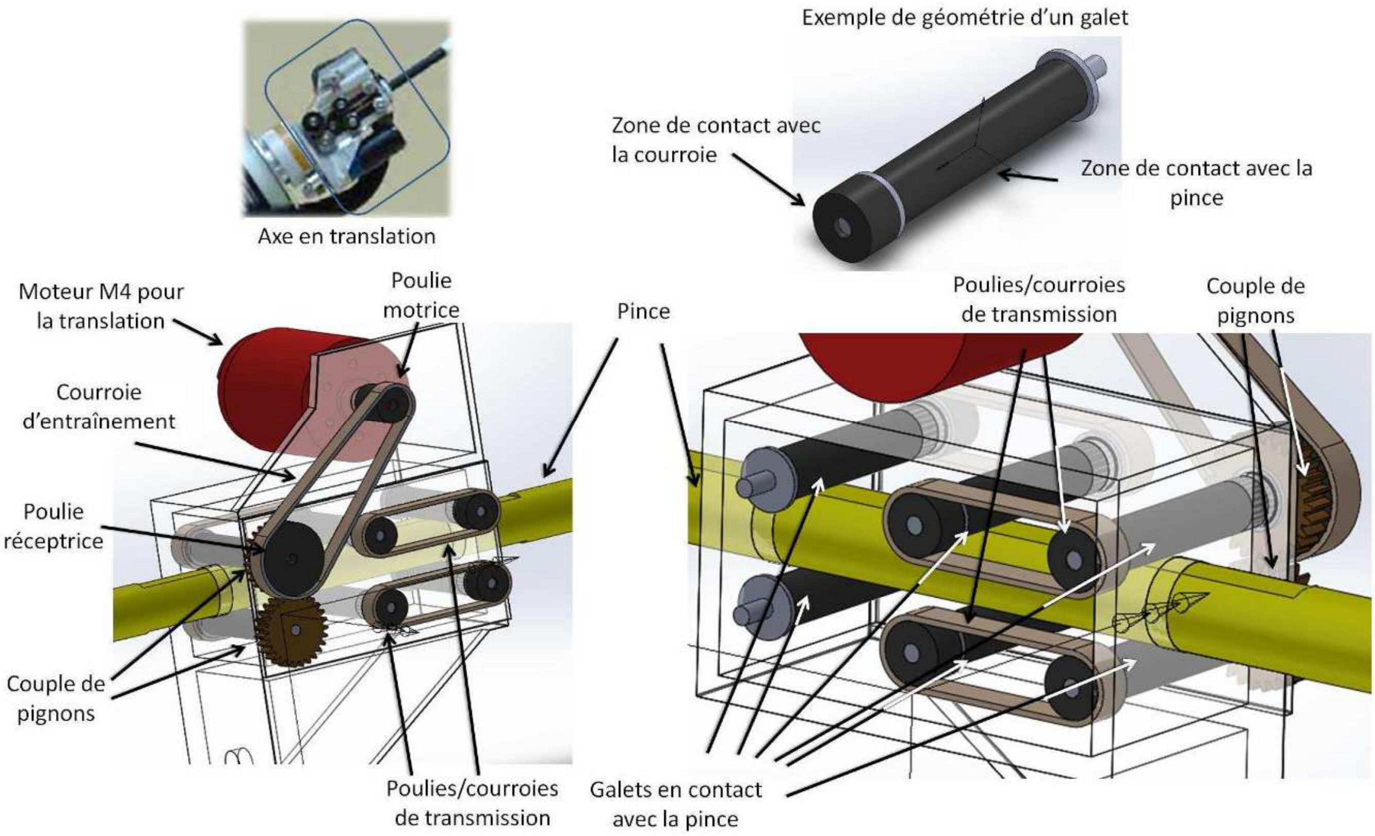
L'objectif du problème est de mettre en place l'équation différentielle mécanique de cet asservissement en effort. Cette équation permettra ensuite de construire le schéma bloc du modèle numérique de la maquette de cet axe de translation.

Description de l'axe en translation

La translation est assurée par le roulement sans glissement de la pince sur 6 galets.

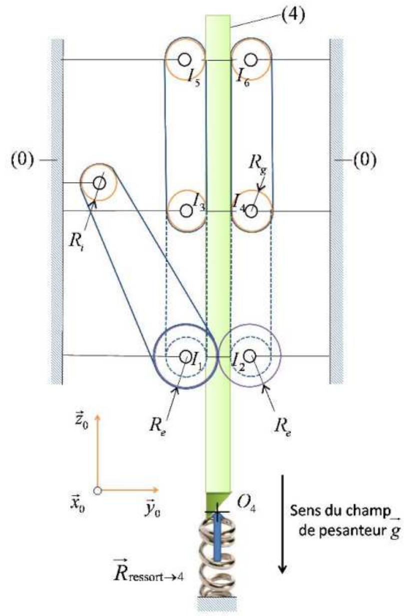
Les rotations de ces six galets sont synchronisées par des courroies de transmission entre les trois galets d'un même coté de la pince et par un couple de pignons dentés (de même rayon) entre deux galets de part et d'autre de la pince.

Enfin un des six galets est entrainé par un moto-réducteur, via une courroie d'entrainement.



Il n'y a pas de glissement des différentes courroies sur les poulies.

Modélisation et hypothèses



- ☞ La poulie motrice a un rayon R_i et tourne à la vitesse $\omega_i(t)$.
- ☞ La poulie réceptrice a un rayon R_e et tourne à la vitesse $\omega_e(t)$.
- ☞ Les deux pignons ont le même rayon primitif supposé égal à R_e.
- ☞ Les six galets ont le même rayon R_g.
- ☞ On note r le rapport du moto réducteur : $r = \dfrac{\omega_i}{\omega_m}$
- ☞ Pour dimensionner le correcteur de l'asservissement en effort, on effectue des essais avec une maquette pour laquelle l'axe en translation ($\overrightarrow{z_0}$) est disposé suivant la verticale.
- ☞ L'organe du patient est remplacé par un ressort exerçant sur la pince une force de résultante $\overrightarrow{R_{ressort\to 4}} = -\,k.z(t).\overrightarrow{z_4}$ appliquée en O_4 où z(t) est le paramètre de position de la pince par rapport au bâti.
- ☞ la vitesse de la pince 4 est notée v(t) : $\overrightarrow{V_{O4\in 4/0}} = v(t).\overrightarrow{z_0} = \dfrac{d\,z(t)}{dt}.\overrightarrow{z_0}$
- ☞ La vitesse de rotation du rotor du moteur est notée ω_m , sa position angulaire θ_m : $\omega_m(t) = \dfrac{d\,\theta_m(t)}{dt}$
- ☞ Le stator du moteur exerce sur le rotor un couple noté : $\overrightarrow{C_m} = c_m.\overrightarrow{x_0}$.
- ☞ Les masses et inerties des différentes courroies sont négligeables.

Données d'inertie

- ☞ I_m : moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation.
- ☞ I_r : moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie
- ☞ I_i : moment d'inertie de chaque poulie de rayon R_i par rapport à son axe de rotation.
- ☞ I_e : moment d'inertie de chaque poulie de rayon R_e par rapport à son axe de rotation.
- ☞ I_p : moment d'inertie de chaque pignon par rapport à son axe de rotation.
- ☞ I_g : moment d'inertie de chaque galet par rapport à son axe de rotation.
- ☞ m_4 : masse de la pince 4

Travail demandé

1- Déterminer l'expression du rapport de transmission entre v(t) et $\omega_m(t)$: $\rho = \dfrac{v(t)}{\omega_m(t)}$. Puis sous l'hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre z(t) et $\theta_m(t)$.

2- Déterminer l'expression de $E_C(E/0)$ l'énergie cinétique de l'ensemble E des pièces en mouvement dans son mouvement par rapport au bâti. En déduire J_e le moment d'inertie équivalent de l'ensemble E ramené sur l'arbre moteur.

3- Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble E dans son mouvement par rapport à 0. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.

4- Par application du théorème de l'énergie puissance, en déduire l'équation différentielle mécanique que vous écrirez sous la forme : $J_e.\dot{\omega}_m(t) = c_m(t) - c_{pes} - c_S(t)$ où c_{pes} est constant et $c_S(t)$ une fonction temporelle dont vous donnerez l'expression en fonction de $\theta_m(t)$.

5- L'asservissement en effort de la pince revient à réguler le couple $c_S(t)$ (mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E) à un couple de consigne $c_C(t)$. On a alors ci-dessous le schéma bloc de l'asservissement avec $H_{cor}(p)$ la fonction de transfert du correcteur.

En déduire les expressions des autres fonctions de transfert : $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.