Plateau coulissant de chariot : Corrigé

1- Etude cinématique

a- La liaison entre 1 et 0 étant une pivot d'axe $(B, \vec{y})$ on a : $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \vec{0}$

On en déduit : $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 1/0}} + \overrightarrow{IB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} - R_1.\vec{z} \wedge \omega_1.\vec{y} = R_1.\omega_1.\vec{x}$

Le roulement sans glissement en I entre 1 et R_i donne : $\overrightarrow{V_{I\in Ri/1}} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{V_{B\in Ri/0}} = \overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = R_1.\omega_1.\vec{x}$

La liaison entre R_i et 0 étant une glissière on a : $\overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} = \overrightarrow{V_{B\in Ri/0}} = R_1.\omega_1.\vec{x}$

La liaison entre R_i et 2 étant une pivot d'axe $(C, \vec{y})$ on a : $\overrightarrow{V_{C\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} = R_1.\omega_1.\vec{x}$

Enfin le rapport du réducteur étant défini par : $\lambda = \dfrac{\omega_1(t)}{\omega_m(t)}$ On obtient : $\boxed{\overrightarrow{V_{C\in 2/0}} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}}$

b- La chaine étant fixée en B, on a : $\overrightarrow{V_{D\in 2/0}} = \vec{0}$ Avec : $\overrightarrow{V_{C\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{D\in 2/0}} + \overrightarrow{CD} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$

Soit : $R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x} = \vec{0} - R_2.\vec{z} \wedge \omega_2.\vec{y} = R_2.\omega_2.\vec{x} \Rightarrow \omega_2 = \dfrac{R_1.\lambda}{R_2}.\omega_m$ Soit : $\boxed{\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dfrac{R_1.\lambda}{R_2}.\omega_m\,\vec{y}}$

c- La chaine étant fixée en B, on a : $\overrightarrow{V_{D\in 2/0}} = \vec{0}$ Avec : $\overrightarrow{V_{E\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{D\in 2/0}} + \overrightarrow{ED} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$

Soit : $\overrightarrow{V_{E\in 2/0}} = \vec{0} + -2.R_2.\vec{z} \wedge \omega_2.\vec{y} = 2.R_2.\dfrac{R_1.\lambda}{R_2}.\omega_m\,\vec{x} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{E\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{F\in Rs/0}} = 2.R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}}$

2- Etude cinétique

2.1- Puissances des frottements visqueux

Le mouvement de R_i par rapport à 0 est une translation avec : $\overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}$ Donc :

$$\{\mathcal{V}_{Ri/0}\} = {}_C\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} \end{Bmatrix} \text{ Avec : } \overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x} \Rightarrow \{\mathcal{V}_{Ri/0}\} = {}_C\begin{Bmatrix} 0 & R_1.\lambda.\omega_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

$$\text{Donc : } P(0\to R_i/0) = {}_C\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} \end{Bmatrix} \otimes {}_C\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{0\to Ri}} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_C(0\to Ri)} \end{Bmatrix} = \overrightarrow{F_{0\to Ri}}.\vec{x}\,.\overrightarrow{V_{C\in Ri/0}}.\vec{x}$$

D'autre part : $\overrightarrow{F_{0\to Ri}}.\vec{x} = -\,b.\overrightarrow{V_{C\in Ri/0}}.\vec{x}$ Donc : $P(0\to R_i/0) = -\,b.\overrightarrow{V_{C\in Ri/0}}^2$

Soit finalement : $\boxed{P(0\to R_i/0) = -\,b.(R_1.\lambda.\omega_m)^2}$

Le mouvement de R_S par rapport à R_i est une translation. Donc : $\{\mathcal{V}_{Rs/Ri}\} = {}_F\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}} \end{Bmatrix}$

D'autre part on a : $\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}} = \overrightarrow{V_{F\in Rs/0}} + \overrightarrow{V_{F\in 0/Ri}} = \overrightarrow{V_{F\in Rs/0}} - \overrightarrow{V_{F\in Ri/0}} = 2.R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x} - \overrightarrow{V_{F\in Ri/0}}$

Et comme le mouvement de $R_i$par rapport à 0 est une translation : $\overrightarrow{V_{F\in Ri/0}} = \overrightarrow{V_{C\in Ri/0}} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}$

On obtient : $\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}} = 2.R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x} - R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}$

$$\text{Donc : } \{\mathcal{V}_{Rs/Ri}\} = {}_F\begin{Bmatrix} 0 & R_1.\lambda.\omega_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\vec{x},\vec{y},\vec{z}} \text{ Or } P(R_i\to R_s/R_i) = {}_F\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}} \end{Bmatrix} \otimes {}_F\begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{Ri\to Rs}} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_F(Ri\to Rs)} \end{Bmatrix}$$

D'où $P(R_i\to R_s/R_i) = \overrightarrow{F_{Ri\to Rs}}.\vec{x}\,.\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}}.\vec{x}$ D'autre part : $\overrightarrow{F_{Ri\to Rs}}.\vec{x} = -\,b.\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}}.\vec{x}$

Donc : $P(R_i\to R_s/R_i) = -\,b.\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}}^2$ Avec : $\overrightarrow{V_{F\in Rs/Ri}} = R_1.\lambda.\omega_m.\vec{x}$

Soit finalement : $\boxed{P(R_i\to R_s/R_i) = -\,b.(R_1.\lambda.\omega_m)^2}$