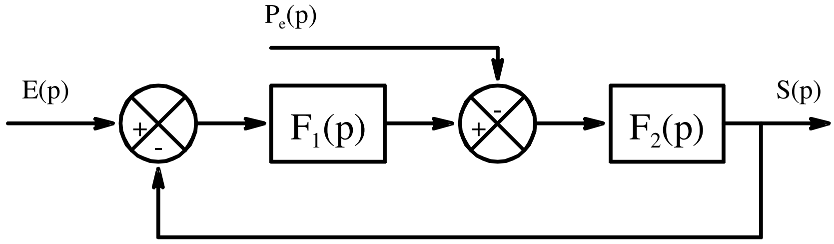
TD* : Identification avec une perturbation : Corrigé

2.1- Etant donné le schéma bloc ci-contre on a

$$H_1(p) = \frac{F_1(p).F_2(p)}{1 + F_1(p).F_2(p)}$$

Avec : $F_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau.p}$ et $F_2(p) = \frac{K_2}{p}$



On obtient donc : $$\mathbf{H_1(p)} = \frac{\frac{K_1}{1 + \tau.p}.\frac{K_2}{p}}{1 + \frac{K_1}{1 + \tau.p}.\frac{K_2}{p}} = \frac{K_1.K_2}{K_1.K_2 + p + \tau.p^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_1.K_2}.p + \frac{\tau}{K_1.K_2}.p^2}$$

$$\mathbf{H_2(p)} = \frac{-F_2(p)}{1 + F_1(p).F_2(p)} = \frac{-\frac{K_2}{p}}{1 + \frac{K_1}{1 + \tau.p}.\frac{K_2}{p}} = \frac{-K_2.(1 + \tau.p)}{K_1.K_2 + p + \tau.p^2} = -\frac{1}{K_1}.\frac{1 + \tau.p}{1 + \frac{1}{K_1.K_2}.p + \frac{\tau}{K_1.K_2}.p^2}$$

On en déduit que ces deux fonctions de transfert sont d'ordre 2 (et de rang 1 pour $H_2(p)$) avec :

Un gain de **1 pour $H_1(p)$ et $-\frac{1}{K_1}$ pour $H_2(p)$**

Une pulsation propre non amortie de : $\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{K_1.K_2}{\tau}}}$

Un facteur d'amortissement de : $\xi = \frac{\omega_0}{2}.\frac{1}{K_1.K_2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K_1.K_2}{\tau}}.\frac{1}{K_1.K_2}$ Soit : $\boldsymbol{\xi = \frac{1}{2.\sqrt{\tau.K_1.K_2}}}$

2.2- L'entrée est un échelon d'amplitude 10 et la perturbation un échelon d'amplitude 4 avec un retard de 8 s donc : $E(p) = \frac{10}{p}$ et : $P_e(p) = \frac{4.e^{-8.p}}{p}$ D'où l'expression symbolique de la sortie :

$$\mathbf{S(p)} = \frac{10}{p.\left[1 + \frac{1}{K_1.K_2}.p + \frac{\tau}{K_1.K_2}.p^2\right]} - \frac{4}{K_1}.\frac{(1 + \tau.p).e^{-8.p}}{p.\left[1 + \frac{1}{K_1.K_2}.p + \frac{\tau}{K_1.K_2}.p^2\right]}$$

D'après le théorème de la valeur finale : $$\mathbf{S_\infty = \lim_{p\to0} p.S(p) = 10 - \frac{4}{K_1}}$$

2.3- La courbe issue de l'essai montre avant la perturbation un dépassement de $D_1 = 1,6$ et une pseudo période $T = 3,6$ puis une valeur finale avec la perturbation de $S_\infty = 7$.

On a donc : ☞ $S_\infty = 7 = 10 - \frac{4}{K_1}$ soit : $\mathbf{K_1 = \frac{4}{3}}$

☞ Un dépassement relatif de $\Delta_1 = \frac{1,6}{10} = 0,16$ Soit : $\xi = \sqrt{\frac{(\ln 0,16)^2}{\pi^2 + (\ln 0,16)^2}} = 0,5$

☞ $\omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{3,6} = 1,74$ rad/s Soit : $\omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{1,74}{\sqrt{1 - 0,5^2}} = 2$ rad/s

Or : $\frac{1}{K_1.K_2} = \frac{2.\xi}{\omega_0}$ Donc : $\mathbf{K_2 = \frac{\omega_0}{2.\xi.K_1} = \frac{2}{2 \times 0,5 \times 4/3} = \frac{3}{2}}$

Et : $\frac{\tau}{K_1.K_2} = \frac{1}{\omega_0^2}$ Donc : $\mathbf{\tau = \frac{K_1.K_2}{\omega_0^2} = \frac{4/3 \times 3/2}{2^2} = 0,5\ s}$