Actionneur piézoélectrique : Corrigé 1^{ière} partie

1^{ière} partie : Identification de la fonction de transfert de l'actionneur

1.1- Du schéma bloc on a : $C_h(p) = K_i \, . \left(1+\frac{1}{T_i.p}\right) = K_i \frac{T_i.p+1}{T_i.p}$ $\quad \mathbf{C(p) = \frac{K_i.}{T_i} \, . \, \frac{1+T_i.p}{p}}$

1.2- Posons : $H_{BONC}(p) = \frac{N(p)}{p^{\alpha}.D(p)}$ où N(p) et D(p) sont des polynômes de degré n_N et n_D.

$\varphi_{BONC}(\omega)$ la phase de $H_{BONC}(\omega)$ pour $\omega \to 0$ est de $-90°$. $H_{BONC}(p)$ est donc de classe 1 : $\alpha = 1$.

$\varphi_{BONC}(\omega)$ la phase de $H_{BONC}(\omega)$ pour $\omega \to \infty$ est de $-180°$. On a donc $-90.(\alpha + n_D - n_N) = -180$

On en déduit que : $n_D - n_N = 1$.

Etant donné le phénomène de résonnance au environ 2.10^4 et la non monotonie de la courbe de phase, on peut supposer que $n_N = 1$ et $n_D = 2$.

D'où la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte : $\mathbf{H_{BONC}(p) = \dfrac{K_{BONC}\,.\,(1+\tau.p)}{p.\left(1+\frac{2.\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}}$

Sachant que : $H_{BONC}(p) = C_h(p) \, . \, A_m \, . \, M(p) \, . \, K_C$ avec: $C_h(p) = \frac{1}{T_i} \, . \, \frac{1+T_i.p}{p}$ (car $K_i = 1$)

On a donc pour M(p) : $\mathbf{M(p) = \dfrac{K_M}{1+\frac{2.\xi}{\omega_0}.p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}}$ avec : $\mathbf{K_M = \frac{T_i.K_{BONC}}{A_m.K_C}}$ et : $\mathbf{\tau = T_i}$

1.3- Etant donné la forme de la courbe de phase (variation rapide de presque $-180°$ entre 1.10^4 et 3.10^4 rad/s) on peut supposer que $1.10^4 < \omega_0 < 3.10^4$ et que pour $\omega < 10^4$ rad/s la phase de M(p) est nulle.

Donc pour $\omega < 10^4$ rad/s la phase du correcteur : $C_h(p) = \frac{1}{T_i} \, . \, \frac{1+T_i.p}{p}$ est proche celle de $H_{BONC}(p)$.

Sachant que cette phase est de $-45°$ pour $\omega = 3{,}2.10^3$ rad.s^{-1} on en déduit que :

$$\frac{1}{T_i} = 3{,}2.10^3 \text{ rad.s}^{-1} \qquad \text{Soit :} \qquad \mathbf{T_i = \frac{1}{3{,}2.10^3} = 3{,}125.10^{-4}\ s}$$

On trace l'asymptote à la courbe de gain pour $\omega \to 0$ (de pente -20 dB/dec)

Sachant que cette asymptote à pour équation : $y = 20.\log K_{BONC} - 20.\log \omega$ et qu'elle coupe la verticale d'abscisse 10^3 à l'ordonnée 10 dB on a :

$$10 = 20.\log K_{BONC} - 20.\log 10^3 \qquad \text{Soit :} \qquad K_{BONC} = 10^{70/20} = 3\,160$$

Sachant que : $K_M = \frac{K_{BONC}.T_i}{A_m \, . \, K_C}$ on obtient : $\mathbf{K_M = \frac{3\,160 \times 3{,}1.10^{-4}}{20 \times 3{,}75.10^5} = 1{,}3.10^{-7}\ m.V^{-1}}$

On peut tracer la deuxième asymptote (horizontale) qui coupe la première à la pulsation $\frac{1}{T_i}$. On obtient ainsi une droite horizontale d'ordonnée 0dB.

La courbe de phase coupe l'ordonnée $-90°$ à la pulsation 16 000 rad.s^{-1}. La phase de la fonction de transfert du correcteur $\frac{1+T_i.p}{p}$ est à cette pulsation de $-90° + \arctan(16\,000.T_i) = -11°$.

Donc la FTBO non corrigé a une phase de $-90° - 11° = 101°$ à la pulsation ω_0.

Une lecture sur le graphique permet donc d'obtenir la pulsation : $\mathbf{\omega_0 = 17\,000\ rad.s^{-1}}$.

On peut enfin tracer la troisième asymptote (de pente -40 dB/dec) qui coupe la seconde (horizontale d'ordonnée 0dB) à la pulsation $\omega_0 = 17\,000$ rad.s^{-1}.

Etant donné l'expression de la FTBO non corrigée : $H_{BONC}(p) = \dfrac{K_{BONC}\,.\,(1+T_i.p)}{p.\left(1+\dfrac{2.\xi}{\omega_0}.p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$, le gain dynamique pour ω_0 est de : $G_{dBBONC}(\omega_0) = 20.\log K_{BONC} - 20.\log 2.\xi + 10.\log(1 + T_i^2.\omega_0^2) - 20.\log \omega_0$

Or on lit sur la courbe de gain que : $G_{dBBONC}(\omega_0) = 14$ dB

Donc : $-20.\log 2.\xi = 14 - 20.\log 3\,160 - 10.\log(1 + (3{,}125.^{10-4}.17\,000)^2) + 20.\log 17\,000 = 13{,}96$ dB

On en déduit le facteur d'amortissement : $\boldsymbol{\xi = \frac{1}{2}.10^{-13{,}96/20} = 0{,}1}$

D'où : $M(p) = \dfrac{1.321.10^{-7}}{1 + \dfrac{2\times 0{,}1}{1{,}7.10^4}.p + \dfrac{1}{(1{,}7.10^4)^2}.p^2}$ $\qquad \boldsymbol{M(p) = \dfrac{1{,}325.10^{-7}}{1 + 1{,}2.10^{-5}.p + 3{,}5.10^{-9}.p^2}}$

Document réponse DR2