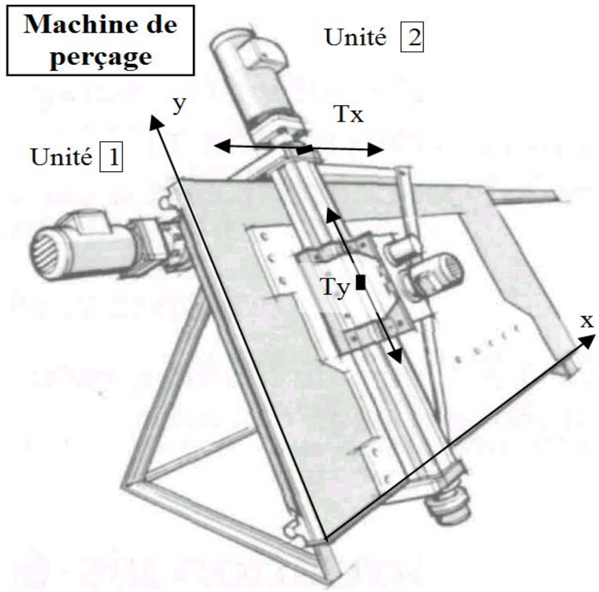
TD1 - Machine de Perçage

Présentation du problème

A- Mise en situation

Cette machine de perçage réalise des trous sur des plaques. Le positionnement de l'outil est assuré par 2 unités linéaires de déplacement : l'unité $\boxed{1}$ entraîne en translation Tx selon l'axe x un chariot sur lequel l'unité $\boxed{2}$ est fixée, qui, à son tour, entraîne en translation Ty selon l'axe y un second chariot sur lequel l'outil est fixé.

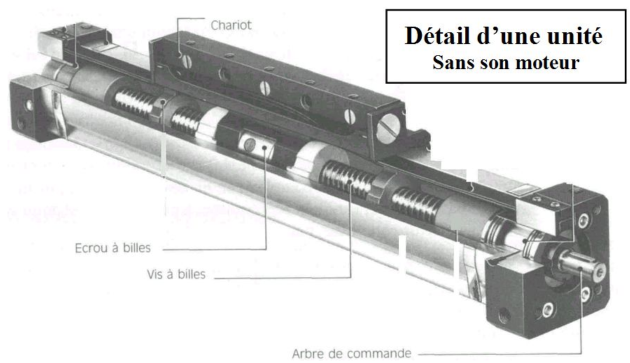
Pour un déplacement rapide et précis de l'outil, chaque unité est un système asservi en position du chariot



B- Unité verticale

Notre étude porte sur l'unité $\boxed{2}$. Le moteur à courant continu entraîne en rotation la vis qui est associée à un écrou à billes. Ainsi la vitesse de rotation $\omega_V(t)$ de la vis est transformée en translation $v_E(t)$ de l'écrou qui est solidaire du chariot. Le pas du système vis écrou est: $\mathbf{P_V}$.

La position réelle du chariot $y(t)$ est déterminée par un codeur incrémental fixé à l'extrémité de la vis, et qui a une définition de 3° soit 120 incréments par tour. Ce codeur est donc un gain pur $\mathbf{K_C}$.



La partie commande transforme la position de consigne $y_C(t)$ en une consigne en incrément $i_C(t)$ par un adaptateur qui est un gain pur $\mathbf{K_A}$.

L'écart $\varepsilon(t)$ entre la consigne en incrément $i_C(t)$ et l'image de la position réelle du chariot $i_Y(t)$ est ensuite corrigée par un correcteur de fonction de transfert C(p) qui alimente le moteur électrique à courant continu avec une tension u(t).

C- Objectif de l'étude

Pour les petits mouvements rapides, on donne une consigne de position du chariot en échelon. On souhaite que le déplacement se fasse en un temps très court avec peu de dépassement de la consigne. Pour respecter les trajectoires sur des longues distances, on donne une consigne en rampe.

Le cahier des charges précise donc les critères suivants :

☞ Une erreur statique totale ε_{st} pour un échelon de consigne inférieure à 0,1 mm : $\boldsymbol{\varepsilon_{st} \leq 1.10^{-4}}$ **m**

☞ Une erreur de trainage totale ε_{tt} pour une consigne en rampe de pente $V_0 = 0,1\ m.s^{-1}$ inférieure à 2 mm $\boldsymbol{\varepsilon_{tt} \leq 2.10^{-3}}$ **m**

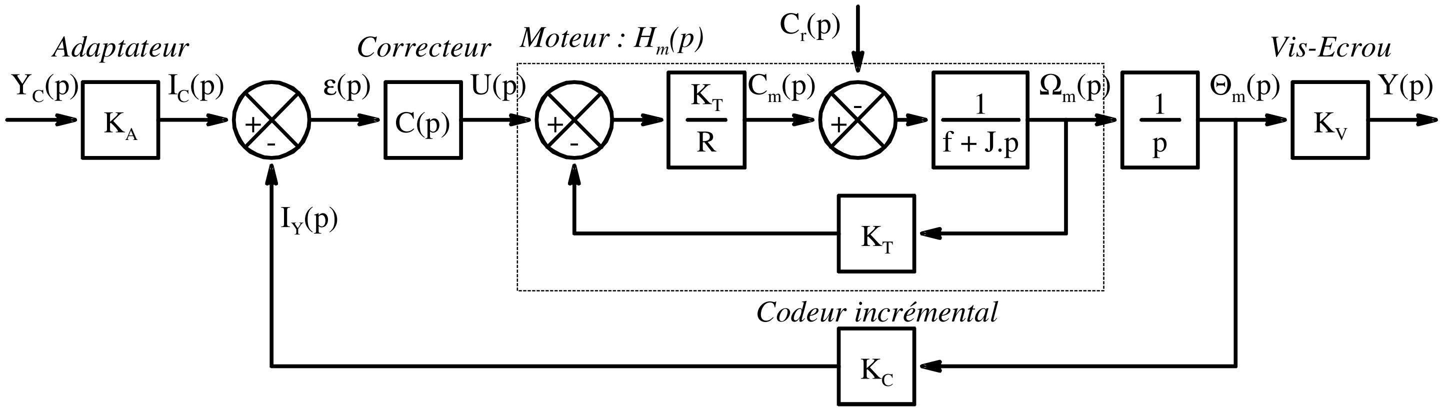
☞ Une marge de phase de $\boldsymbol{M_\varphi \geq 60°}$ (critère de stabilité) à une pulsation de coupure : $\boldsymbol{\omega_{0dB} \geq 6\ rad.s^{-1}}$ (critère de rapidité).

☞ Un temps de réponse à 5 % en réponse à un échelon de consigne inférieur à 1 seconde **:** $\boldsymbol{t_{5\%} \leq 1\ s}$

Le but de l'exercice est de choisir et dimensionner un correcteur permettant de répondre à ces critères du cahier des charges.

Travail demandé

Une première étude a permis d'établir le schéma bloc de cet asservissement :



$C_r(t)$ est le couple résistant principalement créé par le poids. On prendra $\mathbf{C_r(t) = C_{r0} = 0{,}05\ N.m}$

La documentation constructeur du moteur permet d'avoir la résistance de son induit : $\mathbf{R = 1{,}2\ \Omega}$ et sa constante de couple : $\mathbf{K_T = 0{,}08\ N.m.A^{-1}}$.

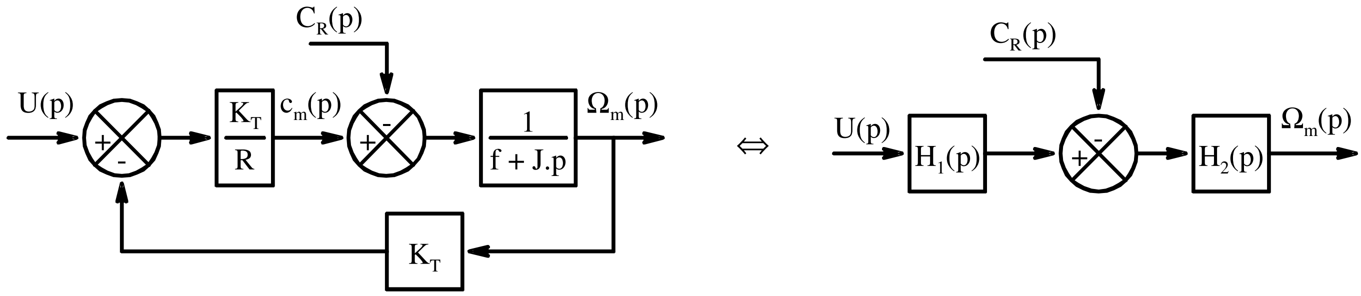
D'autre part, une expérimentation par la réponse à un échelon de tension (sans perturbation) donne la fonction de transfert de ce moteur : $\mathbf{H_m(p) = \dfrac{10}{1 + 0{,}05.p}}$ **en rad.s^{-1}.V^{-1}.**

Enfin on donne les autres constantes du système : $\mathbf{K_V = \dfrac{4.10^{-3}}{2.\pi}\ m.rad^{-1}}$ $\mathbf{K_C = \dfrac{120}{2.\pi}\ inc.rad^{-1}}$

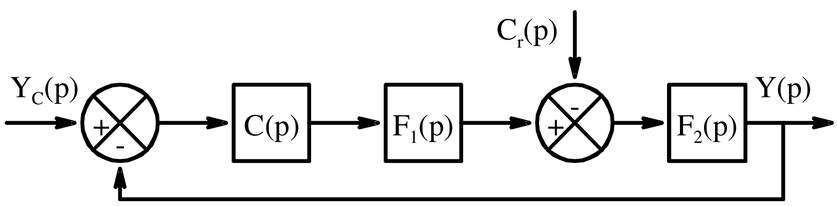
1- Modélisation

1.1- Déterminer la valeur numérique en incrément par mètre du gain K_A de l'adaptateur si l'asservissement a un fonctionnement normal : l'écart ε(t) est nul lorsque la réponse $y(t)$ est égale à la consigne $y_C(t)$.

1.2- Le schéma bloc du moteur (ci-dessous à gauche) est équivalent à un schéma bloc (ci-dessous à droite) avec deux fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$. Déterminer, en fonction de f, J, R et K_T, les expressions des fonctions de transfert de $H_1(p)$ et $H_2(p)$. Vous procéderez par modification du schéma bloc ou par application du principe de superposition. Puis faire les applications numériques.



1.3- En déduire les expressions numériques des fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ permettant d'avoir le schéma bloc équivalent ci-dessous.



1.4- En déduire $H_{BONC}(p)$ l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de cet asservissement. (FTBO(p) pour C(p) = 1)

2- Etude avec un correcteur proportionnel

Dans cette partie on suppose que le correcteur est un gain pur K : **C(p) = K.**

2.1- Déterminer l'erreur statique totale (due à une consigne en échelon Y_{C0} avec un échelon de perturbation C_{r0}). Justifiez votre réponse.

2.2- Déterminer l'erreur de trainage totale (due à une consigne en rampe de pente V_0 avec un échelon de perturbation C_{r0}). Justifiez votre réponse.

2.3- Déterminer le gain K du correcteur permettant de respecter les critères de précision du cahier des charges avec une perturbation en échelon de C_{r0} = 0,05 N.m.

On donne en page 4 les diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée : $H_{BONC}(p)$.

2.4- Ce correcteur permet-il de respecter simultanément tous les critères du cahier des charges : Stabilité ($M_\varphi \geq 60°$) ; Rapidité ($\omega_{0dB} \geq 6$ rad.s^{-1}) ; Précision ($\varepsilon_{st} \geq 0{,}1$ mm et $\varepsilon_{st} \leq 2$ mm). Justifier.

3- Etude avec un correcteur proportionnel intégral

On utilise un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert $\mathbf{C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}}$.

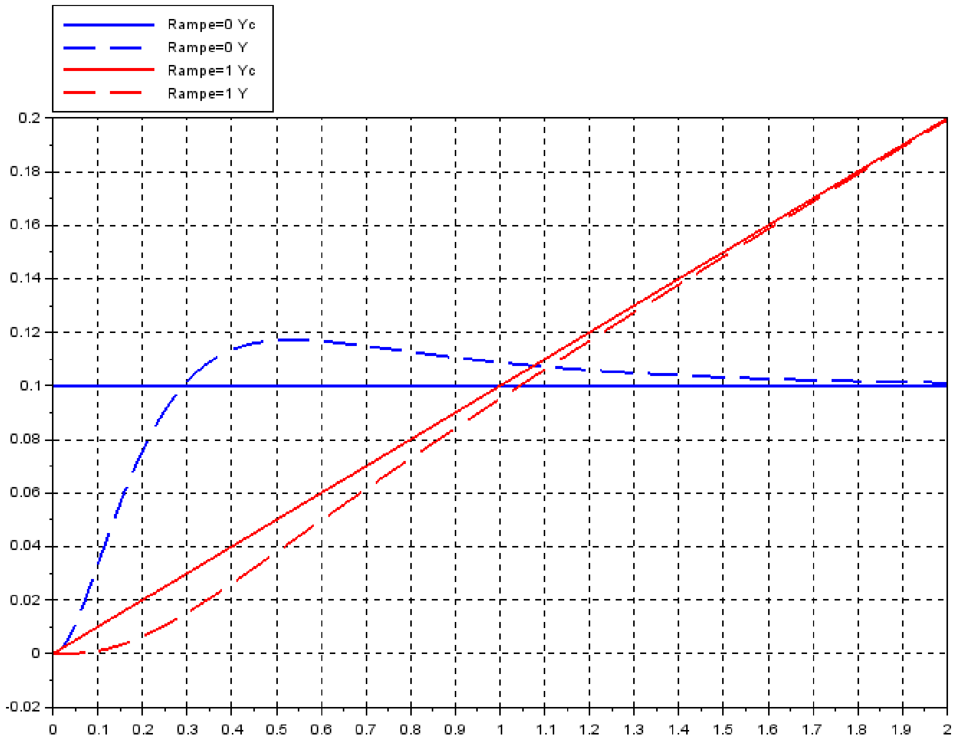
3.1- Mettre cette fonction de transfert sous sa forme canonique et donner les expressions de ses éléments caractéristiques (Gain statique K et constante de temps T) en fonction des deux gains proportionnel K_p et intégral K_i.

3.2- Quel est l'impact de ce correcteur sur le respect des critères du cahier des charges ?

3.3- Déterminer les constantes K et T du correcteur permettant d'obtenir une marge de phase de $M_\varphi = 60°$ à la pulsation de coupure $\omega_{0dB} = 6$ rad.s^{-1}. Vous argumenterez votre réponse par un calcul sur la FTBO ou la lecture du diagramme de Bode ci-dessus.

3.4- En déduire les valeurs de K_p et K_i.

3.5- On réalise la simulation du système en réponse à un échelon de consigne de 0,1 m puis à une rampe de 0,1 m.s^{-1} . On obtient la courbe ci-dessous. Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges ? Justifier totalement votre réponse.



4- Etude avec un correcteur à Avance de phase

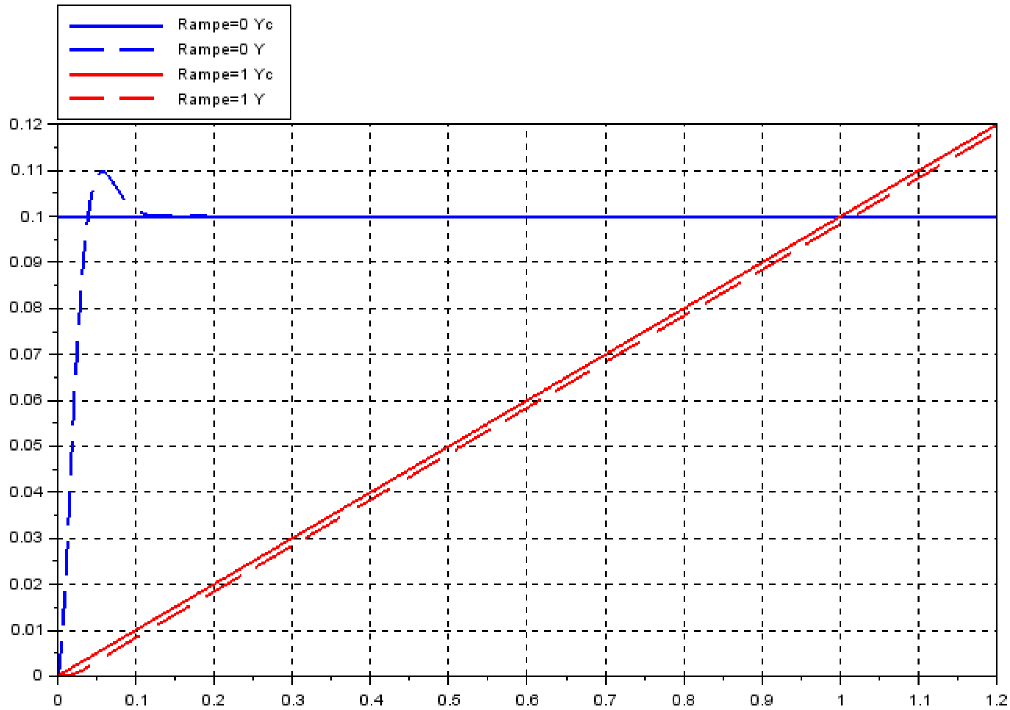
On utilise un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert $\mathbf{C(p)} = \dfrac{\mathbf{K.(1 + a.T.p)}}{\mathbf{1 + T.p}}$

Afin d'assurer la rapidité mais surtout la précision (si qui n'est pas intuitif) on choisit d'avoir une marge de phase de 60° à la pulsation $\omega_{0dB} = 50\ \text{rad.s}^{-1}$. Dimensionner le correcteur.

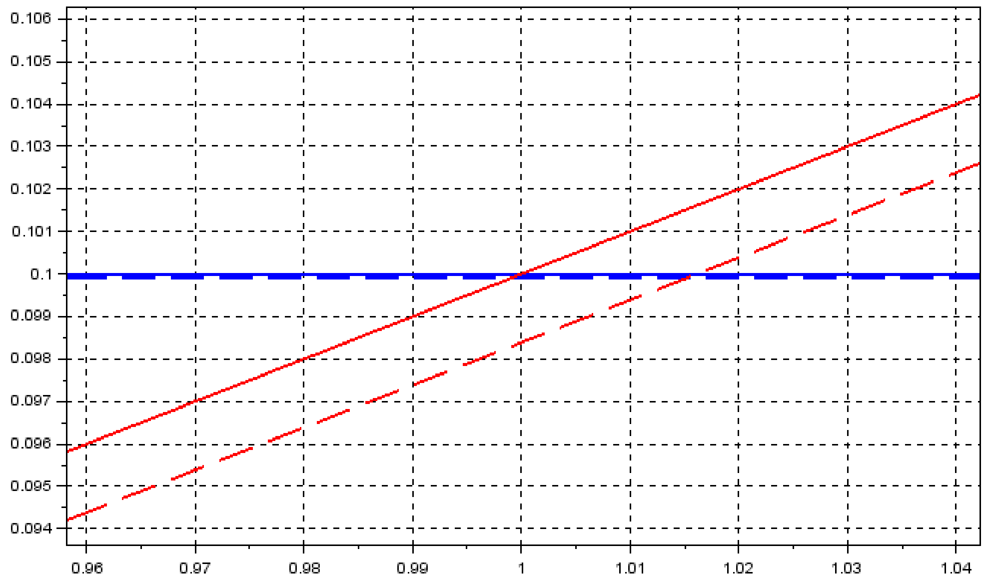
5.1- Déterminer successsivement les constantes a, T et K du correcteur.

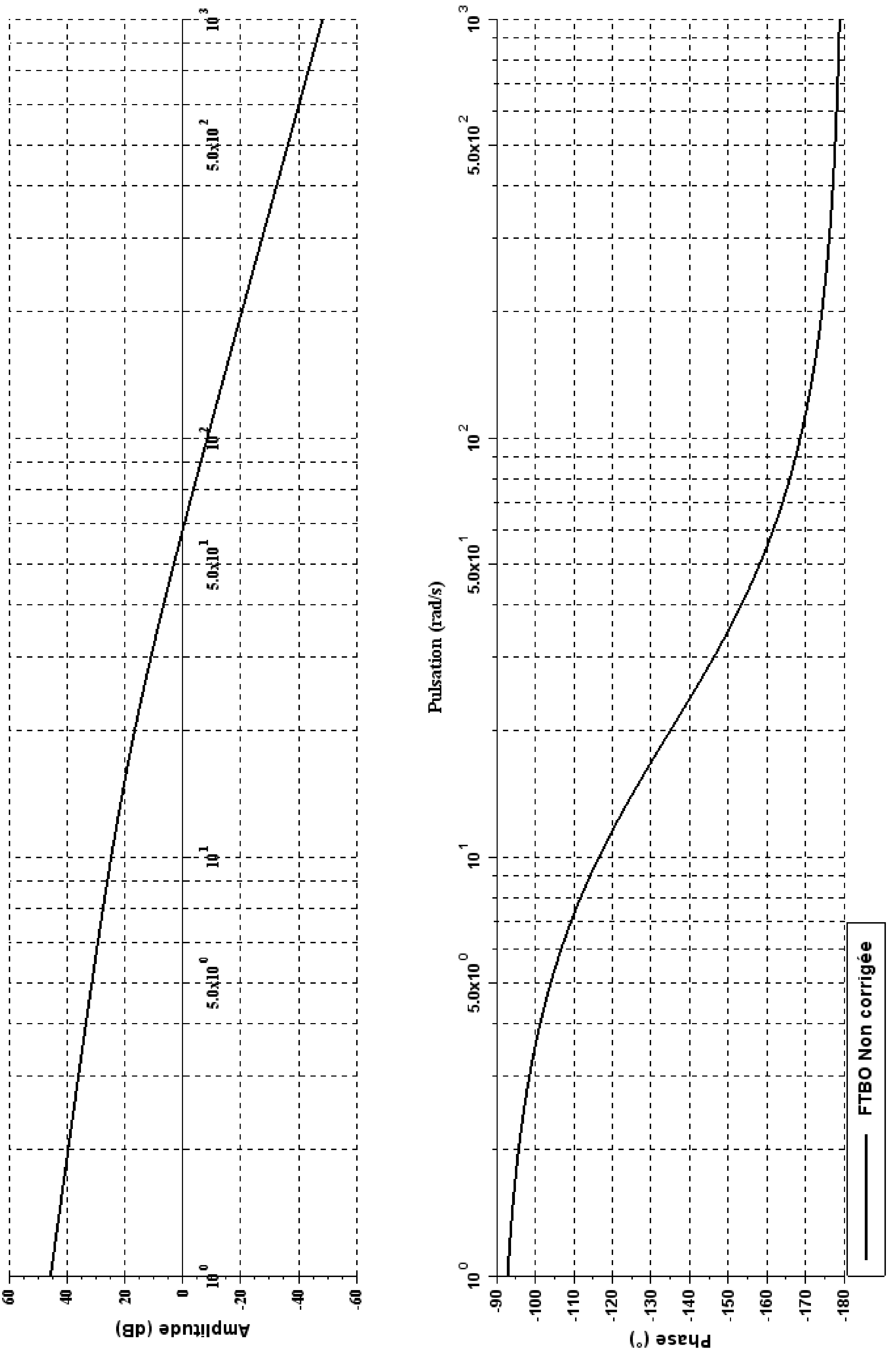
5.2- Conclure sur le respect des critères de précision avec ce correcteur.

5.3- On réalise la simulation du système en réponse à un échelon de consigne de 0,1 m puis à une rampe de 0,1 m.s^{-1} . On obtient la courbe ci-dessous. Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter <u>tous les critères</u> du cahier des charges ? Justifier <u>totalement</u> votre réponse.



<u>Agrandissement de la courbe autour de 1 secondes :</u>




Amplitude (dB)
Pulsation (rad/s)
Phase (°)
FTBO Non corrigée