

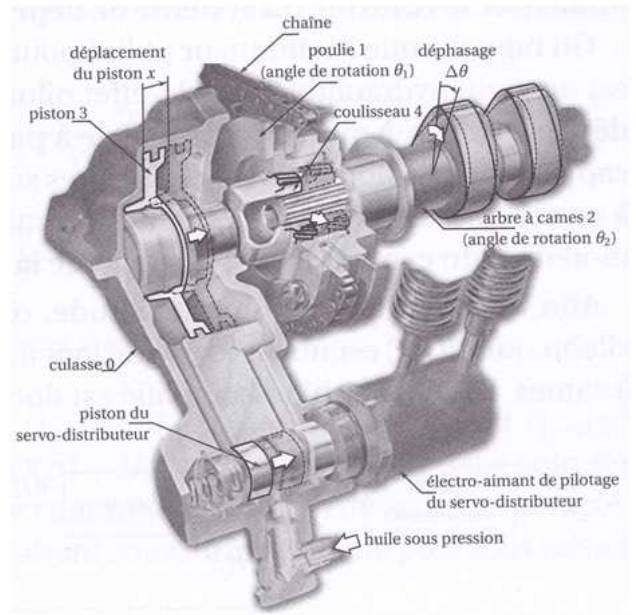
TD2 : Distribution à calage variable

A- Mise en situation

Dans un moteur à combustion interne, l'admission et le refoulement des gaz frais et brûlés est assuré par des soupapes commandées par un arbre à cames. L'ouverture et la fermeture de ces soupapes sont synchronisées avec la position du piston. Ce "calage" de la position des soupapes sur la position du piston dépend de la position angulaire de l'arbre à came.

Afin d'améliorer les performances du moteur, les constructeurs ont développé dans certains cas une distribution dont le calage varie en fonction du régime moteur.

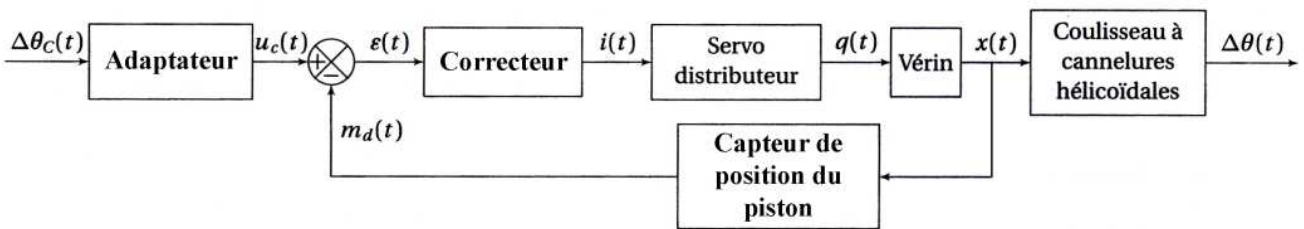
Notre étude porte donc sur le système ci-contre permettant l'asservissement en position angulaire de l'arbre à came. C'est cet asservissement du déphasage $\Delta\theta$ de l'arbre à came qui est l'objet de notre étude.



B- Description du système

Pour cela, le piston 3 d'un vérin permet la translation du coulisseau 4 dont la position est $x(t)$. Les cannelures hélicoïdales transforment cette position $x(t)$ en un déphasage $\Delta\theta(t) = \theta_2(t) - \theta_1(t)$ de l'arbre à came 2 par rapport à la poulie 1 qui est entraînée par la chaîne de distribution.

La structure de cet asservissement est donnée par le schéma bloc ci-dessous :



La consigne de position angulaire de l'arbre à cames $\Delta\theta_C(t)$ est donnée par le calculateur du moteur. A partir de cette consigne $\Delta\theta_C(t)$, l'adaptateur délivre une tension $u_C(t)$ (avec un gain K_A) qui est comparée à la tension $m_d(t)$ issue du capteur de position du piston qui est un gain pur K_C .

L'écart $\varepsilon(t)$ entre l'image de la consigne et l'image de la position réelle du chariot est ensuite corrigée par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ qui alimente le servo-distributeur avec une intensité $i(t)$. Ce servo-distributeur délivre alors au vérin un débit $q(t)$ avec un gain pur K_S .

Le vérin, qui est également soumis à une perturbation : force $f_P(t)$, déplace le coulisseau à cannelures hélicoïdale dont la position est notée $x(t)$. Les cannelures hélicoïdales transforment alors cette position $x(t)$ en un déphasage $\Delta\theta(t)$ de l'arbre à came avec un gain pur K_H .

C- Equations du vérin

- Les caractéristiques du vérin sont :
- ☞ Surface utile du piston : $S = 9,6 \text{ cm}^2$
 - ☞ Volume moyen de la chambre du vérin : $V = 48 \text{ cm}^3$
 - ☞ Masse des parties mobiles en translation : $M = 0,5 \text{ kg}$
 - ☞ Force de perturbation exercée sur le piston $f_R(t)$

On note les différentes fonctions temporelles du vérin :

- ☞ $p(t)$ la pression à l'intérieur de la chambre arrière du vérin.
- ☞ $x(t)$ la position du piston et donc du coulisseau
- ☞ $f_R(t)$ l'effort qu'applique les cannelures sur le coulisseau.

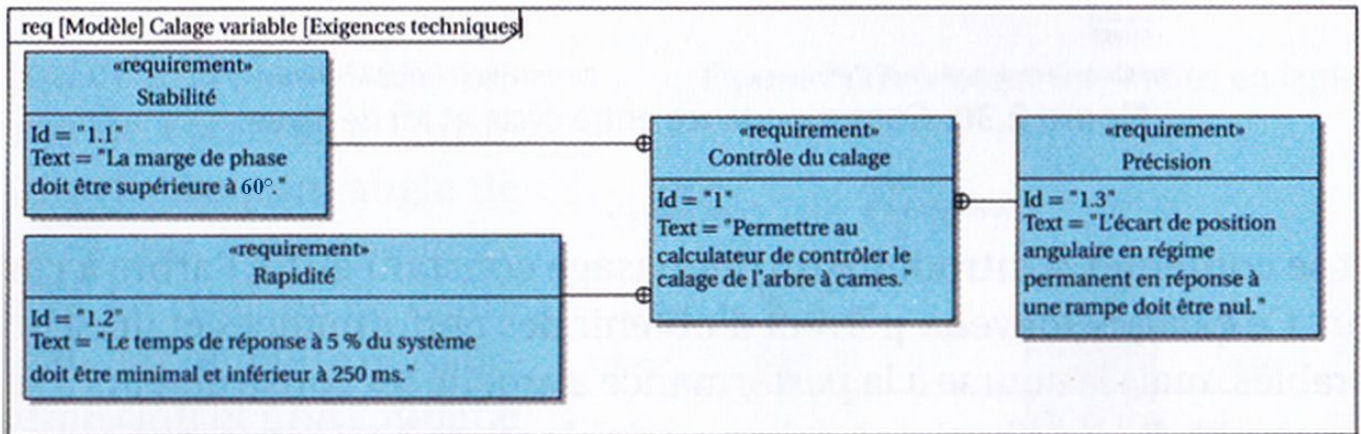
L'application du théorème de la résultante dynamique appliquée à l'ensemble des pièces en translation donne donc l'équation différentielle :
$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}(t) - \mathbf{f}_R(t) = \mathbf{M} \cdot \frac{d^2 \mathbf{x}(t)}{dt^2} \tag{a}$$

Le fluide est compressible (de coefficient B) et pour éviter les phénomènes de résonance du vérin on crée volontairement un débit de fuite entre les deux chambres du vérin. Le débit de fuite est alors proportionnel (de coefficient λ) à la pression dans le vérin. Le bilan des débits de fluide hydrauliques dans le vérin donne alors l'équation différentielle :
$$\mathbf{q}(t) - \lambda \cdot \mathbf{p}(t) = \mathbf{S} \cdot \frac{d \mathbf{x}(t)}{dt} + \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{B}} \cdot \frac{d \mathbf{p}(t)}{dt} \tag{b}$$

- Les valeurs de ces grandeurs sont :
- ☞ Le coefficient de compressibilité : $\mathbf{B} = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Pa}$
 - ☞ Le coefficient de débit de fuite : $\lambda = 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$

C- Objectif de l'étude

L'objectif de cette étude est de choisir et dimensionner un correcteur qui permettra de répondre aux critères du cahier des charges défini par le diagramme d'exigences ci-dessous :



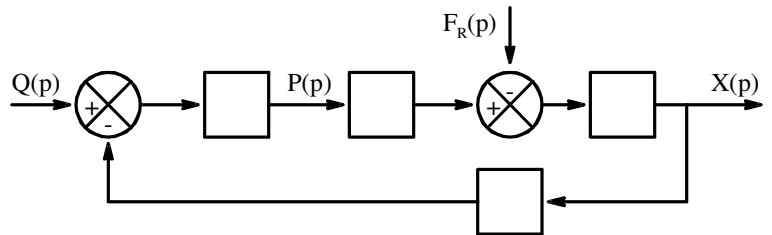
Pour respecter le critère de rapidité, on estime que ω_{0dB} la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO doit être au minimum de 30 rad.s⁻¹ : ω_{0dB} ≥ 30 rad.s⁻¹.

Travail demandé

1^{ère} partie : Modélisation du système

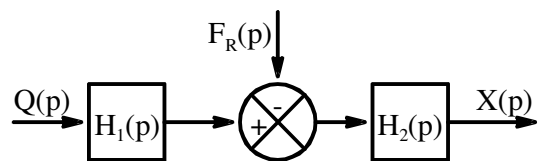
1.1- On note respectivement X(p), Q(p), P(p) et F_R(p) les transformées de Laplace des fonctions temporelles, x(t), q(t), p(t) et f_R(t).

Les conditions initiales étant nulles, donner les transformées de Laplace des équations différentielles (a) et (b) puis reprendre et compléter sur votre copie le schéma bloc du vérin ébauché ci-contre, en fonction de la variable de Laplace p et des paramètres S, V, M, B et λ.



1.2- On adopte pour ce vérin un modèle simplifié dont le schéma bloc est donné ci-contre.

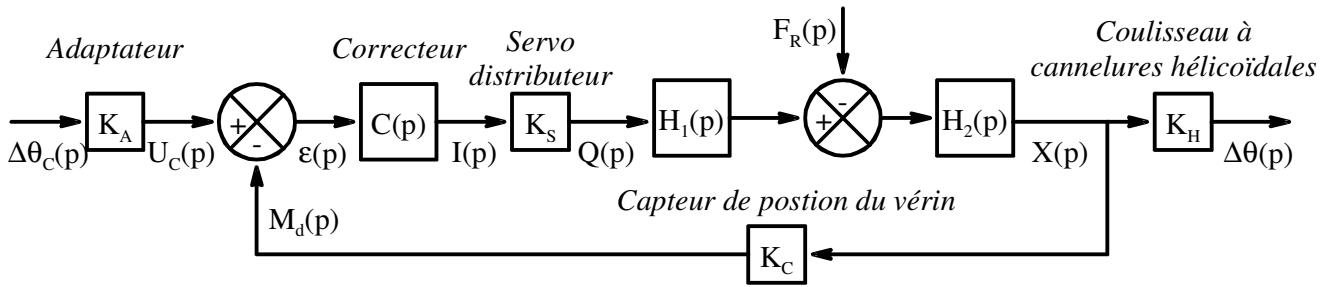
En déduire en fonction de la variable Laplace p et des paramètres S, V, M, B et λ les expressions des fonctions de transfert H₁(p) et H₂(p).



1.3- Justifier que le coefficient λ permet de supprimer le phénomène de résonance du vérin. Puis déterminer l'expression de la valeur minimale de ce coefficient permettant de supprimer la résonance.

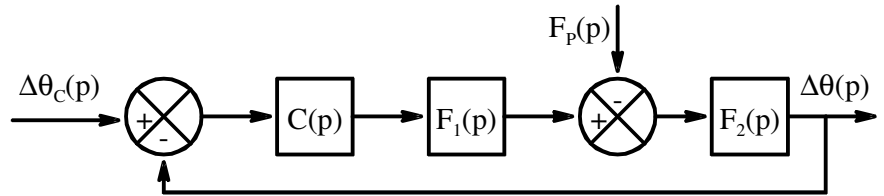
1.4- Le coefficient de débit de fuite choisi est de λ = 5.10⁻¹⁰ m³.s⁻¹.Pa⁻¹. Déterminer la valeur du coefficient d'amortissement du vérin.

1.5- On donne ci-dessous le schéma bloc simplifié modélisant la structure de l'asservissement :



Sachant qu'on a un fonctionnement normal : $\epsilon(p) = 0$ pour $\Delta\theta(p) = \Delta\theta_c(p)$.

Cet asservissement peut être réduit au schéma bloc à retour unitaire ci-contre :



En déduire les expressions des fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_2(p)$

2^{ème} partie : Choix et dimensionnement d'un correcteur

On a les différents gains des éléments de l'asservissement : Pour le capteur de position du vérin : $K_C = 1000 \text{ V.m}^{-1}$. pour le servo distributeur : $K_S = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}$. Pour le coulisseau à cannelures hélicoïdales : $K_H = 1000 \text{ deg.m}^{-1}$. On en déduit les expressions numériques des fonctions de transfert :

$$F_1(p) = \frac{123}{1 + 6,4 \cdot 10^{-5} \cdot p} \quad (\text{en V.N.A}^{-1} \cdot \text{deg}^{-1}) \quad F_2(p) = \frac{0,543 \cdot (1 + 6,4 \cdot 10^{-5} \cdot p)}{p \cdot (1 + 2,71 \cdot 10^{-4} \cdot p + 1,73 \cdot 10^{-8} \cdot p^2)} \quad (\text{en deg.N}^{-1})$$

2.1- Tracer sur la page 4 les diagrammes asymptotiques de la FTBO non corrigée.

2.2- Etant donné le critère de précision du cahier des charges Quel doit être la principale caractéristique de la fonction de transfert du correcteur ? Justifier la réponse.

2.3- On utilise un correcteur proportionnel intégral de fonction de transfert $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$. Mettre cette fonction de transfert sous sa forme canonique et donner les expressions de ses éléments caractéristiques en fonction des gains proportionnel K_p et intégral K_i .

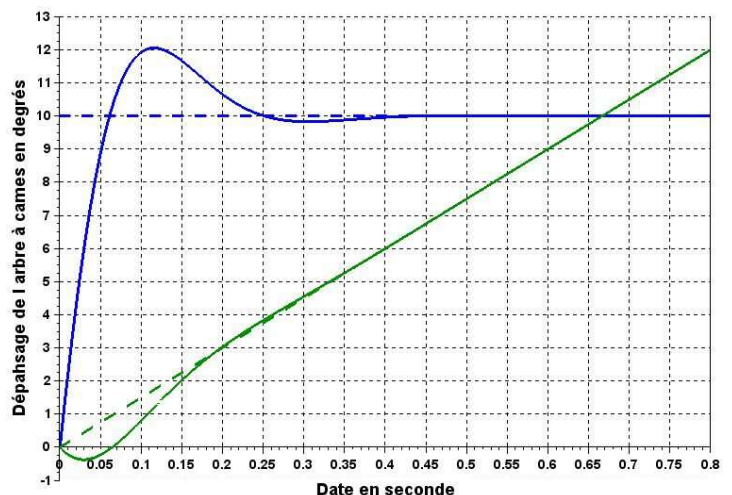
2.4- Calculer la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée à la pulsation $\omega = 30 \text{ rad.s}^{-1}$. Un correcteur proportionnel intégral peut-il permettre de respecter les critères de rapidité et de stabilité du cahier des charges ? Justifier la réponse. Puis déterminer la constante de temps du correcteur nécessaire pour cela.

2.5- Calculer le gain dynamique de la FTBO non corrigée à la pulsation $\omega = 30 \text{ rad.s}^{-1}$. En déduire le gain statique du correcteur permettant de respecter le cahier des charges.

2.6- Tracer sur la page 4, les diagrammes asymptotiques de la FTBO ainsi corrigée et déterminer, avec les unités, les gains proportionnel K_p et intégral K_i du correcteur.

2.7- Une simulation numérique avec ce correcteur donne les réponses ci-contre à une consigne en échelon de 10° puis en rampe de pente $15^\circ/\text{s}$ avec une perturbation $f_R(t) = 50\text{N}$ démarrant à la date $t = 0$.

Cela est-il conforme à ce qui pouvait être attendu ? Et au cahier des charges ? Justifier votre réponse.



Diagrammes de Bode de la FTBO Non corrigée et corrigée

