

Présentation du problème

Mise en situation

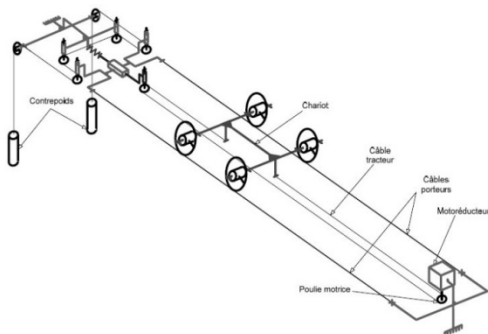
La société Hymatom conçoit et fabrique des systèmes de vidéosurveillance. Le système Câblecam est composé d'un chariot mobile supportant une caméra.

Le chariot est posé sur deux câbles porteurs d'une longueur maximale de 100 m. Ces câbles servent également à alimenter la caméra et ses moteurs d'orientations qui sont liés au chariot.



Notre étude se limite à l'asservissement en position du chariot sur les deux câbles porteurs.

Description de l'asservissement



Un câble tracteur dont les deux extrémités sont attachées au chariot est actionné par un motoréducteur à courant continu fixé au bâti. La rotation de la poulie motrice de rayon R_p permet la translation du câble tracteur afin de modifier la position du chariot.

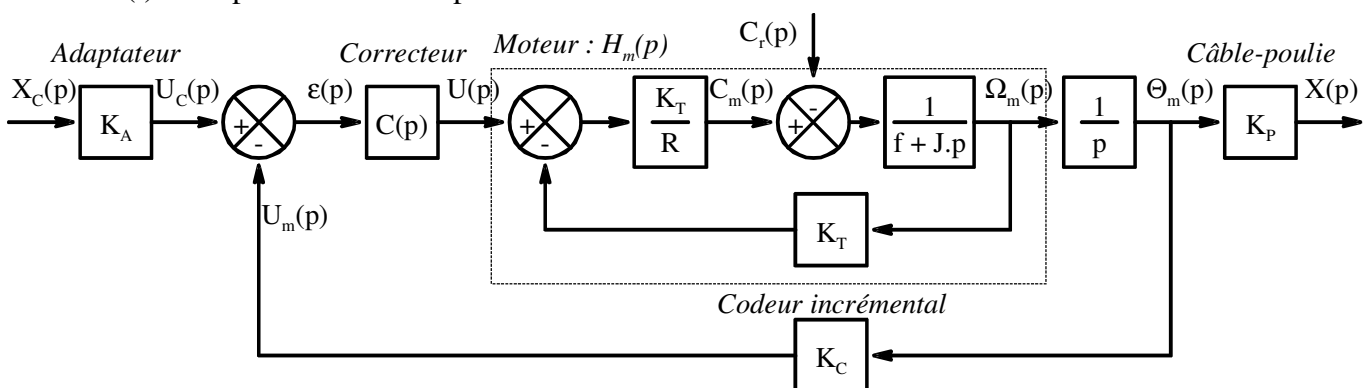
On note : $\alpha(t)$ la position de ce chariot.

$\omega_m(t)$ la vitesse de rotation de la poulie

$u(t)$ la tension d'alimentation du motoréducteur.

Un codeur permet de déterminer la position angulaire de la poulie motrice. Ce codeur après traitement du signal délivre une tension $u_m(t)$ proportionnelle à la position angulaire $\theta_m(t)$ de la poulie. Ce codeur est un gain pur K_C .

La tension $u_m(t)$ est comparée à la tension de consigne $u_c(t)$ image de la consigne de position du chariot $x_c(t)$. Cette tension est délivrée par l'adaptateur qui est un gain pur K_A . L'écart entre ces deux tensions $\varepsilon(t)$ est ensuite modifiée par le correcteur qui alimente le moteur à courant continu avec la tension $u(t)$. Une première étude a permis d'établir le schéma bloc de cet asservissement :



$C_r(t)$ est le couple résistant créé par le fléchissement du câble. On a $C_r(t) = C_{r0} = 0,4 \text{ N.m}$

La documentation constructeur du moteur permet d'avoir la résistance de son induit : $R = 0,2 \Omega$ et sa constante de couple : $K_T = 0,8 \text{ N.m.A}^{-1}$.

D'autre part, une expérimentation par la réponse à un échelon de tension donne la fonction de transfert de ce moteur : $H_m(p) = \left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right)_{C_r(p)=0} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$ avec : $K_m = 8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$ $T_m = 0,3 \text{ s}$

Enfin on donne les autres constantes du système : $K_P = 0,05 \text{ m}$ $K_C = 0,2 \text{ V.rad}^{-1}$.

Objectif de l'étude

Le cahier des charges précise les critères suivants :

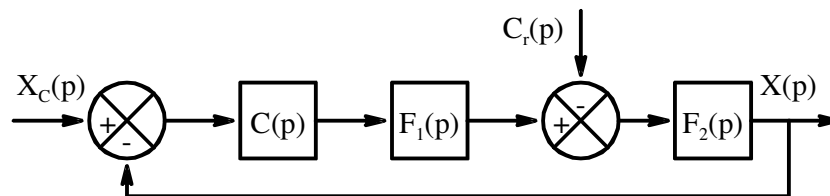
- ☞ Une erreur statique totale ε_{st} pour un échelon de consigne inférieure à 1 mm : $\varepsilon_{st} \leq 1.10^{-3} \text{ m}$
- ☞ Une erreur de trainage totale ε_{tt} pour une consigne en rampe de pente $V_0 = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$ inférieure à 15 mm : $\varepsilon_{tt} \leq 15.10^{-3} \text{ m}$
- ☞ Une marge de phase de $M_\phi \geq 60^\circ$ (critère de stabilité) à une pulsation de coupure : $\omega_{dB} \geq 20 \text{ rad.s}^{-1}$ (critère de rapidité).

Le but de l'exercice est de choisir et dimensionner un correcteur permettant de répondre à ces critères du cahier des charges.

Travail demandé

1- Simplification de la modélisation

On choisit d'avoir un adaptateur de tel sorte que l'écart $\varepsilon(p) = 0$ lorsque $X(p) = X_C(p)$. On arrive alors à la simplification de la modélisation de l'asservissement telle qu'elle est donnée par le schéma bloc ci-dessous.



Question 1 - Déterminer par la méthode de votre choix l'expression des fonctions de transfert $F_1(p)$ et $F_2(p)$ en fonctions des constantes du système : R , K_T , K_m , T_m , K_p et K_C .

Pour toute la suite du problème on admettra que les applications numériques nous donnent :

$$F_1(p) = 16 \quad (\text{en N}) \quad \text{et :} \quad F_2(p) = \frac{0,1}{p.(1 + 0,3.p)} \quad (\text{en N}^{-1})$$

On donne en page 4 les diagrammes de Bode de la FTBO non corrigée : $F_1(p)$. $F_2(p)$.

2- Etude avec un correcteur proportionnel

Dans cette partie on suppose que le correcteur est un gain pur K : $C(p) = K$.

Question 2 - Déterminer l'erreur statique totale (due à une consigne en échelon X_{C0} avec un échelon de perturbation C_{r0}). Justifiez votre réponse.

Question 3 - Déterminer l'erreur de trainage totale (due à une consigne en rampe de pente V_0 avec un échelon de perturbation C_{r0}). Justifiez votre réponse.

Question 4 - Déterminer le gain K du correcteur permettant de respecter les critères de précision du cahier des charges avec une perturbation en échelon de $C_{r0} = 0,4 \text{ N.m}$.

3- Choix et dimensionnement d'un correcteur

Question 5 - Un correcteur proportionnel permet-il de respecter simultanément les critères de rapidité ($\omega_{0dB} \geq 20 \text{ rad.s}^{-1}$) et de stabilité ($M_\phi \geq 60^\circ$). Justifier la réponse en vous aidant du diagramme de Bode de la FTBO.

Question 6 - Quel est l'intérêt d'un correcteur proportionnel intégral $C(p) = \frac{K.(1 + T.p)}{p}$ vis-à-vis des exigences du cahier des charges ?

Question 7 - Ce correcteur proportionnel intégral permet-il de respecter simultanément les critères de rapidité ($\omega_{0dB} \geq 20 \text{ rad.s}^{-1}$) et de stabilité ($M_\phi \geq 60^\circ$). Justifier la réponse en vous aidant du diagramme de Bode de la FTBO

Pour toute la suite du problème, on décide finalement d'adopter un correcteur à avance de phase de gain K, de constante de temps T et de facteur a : $C(p) = \frac{K.(1 + a.T.p)}{1 + T.p}$

Question 8 - Déterminer les constantes K, a et T du correcteur permettant d'obtenir une marge de phase de $M_\phi = 60^\circ$ à la pulsation de coupure $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$. Ce correcteur sera choisit de manière à ce que sa phase soit maximale à $\omega_{0dB} = 20 \text{ rad.s}^{-1}$.

Question 9 - Le correcteur ainsi dimensionné, permet-il de respecter tous les critères du cahier des charges ? Justifier totalement votre réponse.

