# TD2 : Commande de soupape à linguet

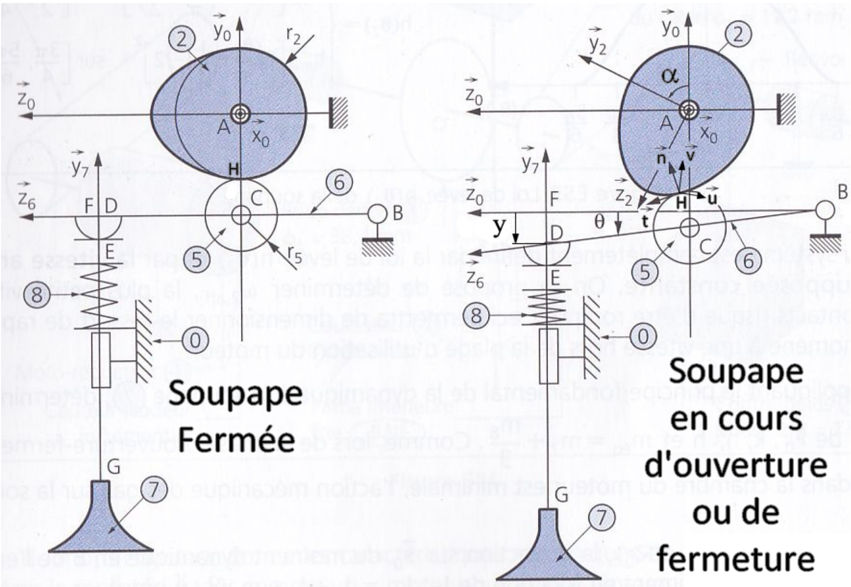
## Mise en situation

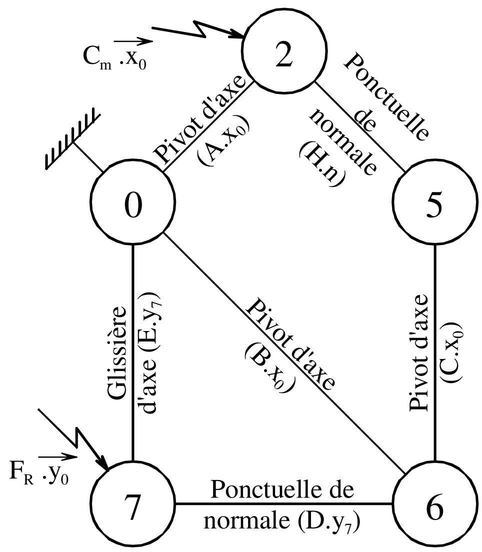
Nous intéressons dans ce problème à la distribution d'un moteur à combustion interne. Et plus précisément à la soupape d'admission. L'ouverture et la fermeture de la soupape 7 (translation rectiligne de direction $\overrightarrow{y_7} = \overrightarrow{y_0}$) se fait par une came 2 qui agit indirectement par un galet 5 et un linguet 6

## Modélisation

On pose les bases $\mathcal{B}_i = (\overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{y_i}, \overrightarrow{z_i})$ liées à chaque solide i. La base $\mathcal{B}_0$ est liée à la culasse 0 qui est fixe dans le repère Galiléen terrestre.

On donne ci-dessous le schéma du mécanisme dans deux positions différentes, ainsi qu'un graphe de structure ci-contre, sur lequel on a ajouté l'action du ressort 8 s'appliquant sur la soupape 7 : $\overrightarrow{F_{8\to7}}$ et du couple moteur $\overrightarrow{C_m}$ s'appliquant sur la came 2.




## Paramétrage et dimensions

On pose les deux bases locales associées au point de contact H entre la came et le galet 5 :

$(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{n}, \overrightarrow{t})$ **telle que :** $\overrightarrow{CH} = r_5.\overrightarrow{n}$ $(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ **telle que :** $\overrightarrow{HA} = r_H.\overrightarrow{v}$

On pose les paramètres des liaisons : ☞ Glissière entre 0 et 7 : y tel que : $\overrightarrow{FD} = y.\overrightarrow{y_0}$

☞ Pivot entre 0 et 2 : θ tel que $\theta = (\widehat{\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_6}}) = (\widehat{\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_6}})$

On a les dimensions suivantes : $\overrightarrow{BC} = d.\overrightarrow{z_6}$ , $\overrightarrow{BD} = \ell.\overrightarrow{z_6}$ et : $\overrightarrow{AB} = h.\overrightarrow{y_0} + d.\overrightarrow{z_0}$

## Hypothèses et notations

Toutes les liaisons sont parfaites.

Les actions de pesanteur sont négligées pour toutes les pièces.

Le ressort 8 exerce sur 7 une action modélisée par un glisseur de résultante : $\overrightarrow{F_{8\to7}} = F_R.\overrightarrow{y_0}$. La composante $F_R$ de cette action est fonction de la position y de la soupape : $F_R = F_0 - k.y$ où $F_0$ et k sont des constantes connues.

On note $F_H$ la norme de la résultante de l'action de 2 sur 5 : $\overrightarrow{F_{2\to5}} = -F_H.\overrightarrow{n}$

On note $F_D$ la norme de la résultante de l'action de 6 sur 7 : $\overrightarrow{F_{6\to7}} = -F_D.\overrightarrow{y_0}$

On note $C_m$ la valeur algébrique du couple moteur appliqué sur la came : $\overrightarrow{C_m} = C_m.\overrightarrow{x_0}$

La levée de la soupape (course de la soupape entre ses deux positions extrêmes) est notée Δy.

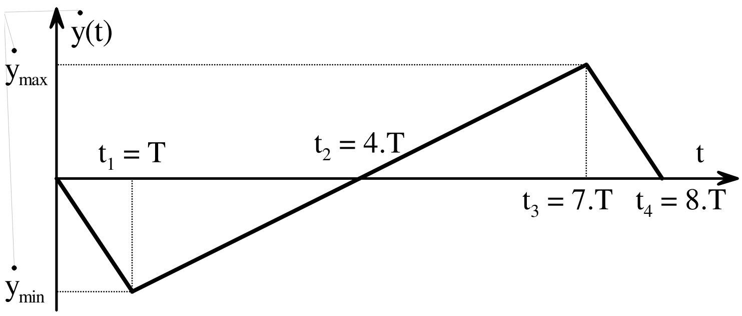
**Caractéristiques inertielles des pièces**

L'inertie du galet 5 est négligée. La masse de la soupape 7 est $m_7$. Le moment d'inertie du linguet 6 par rapport à l'axe $(B, \overrightarrow{x_0})$ est $J_{B6}$. Le moment d'inertie de la came 2 par rapport à l'axe $(A, \overrightarrow{x_0})$ est $J_{A2}$.

**Résultats de l'étude géométrique et cinématique**

La came tourne à une vitesse de rotation constante : $\omega = \dot{\alpha}$ . On en déduit que la durée T (nécessaire à la came pour parcourir 15°) est de $T = \dfrac{\pi}{12.\omega}$

La levée de la soupape se fait suivant le diagramme des vitesses ci-dessous. Une première étude géométrique et cinématique a permis d'obtenir les positions, vitesses et accélérations de la soupape aux différentes dates $t \in [0 , 8.T]$.




**Positions :** $y(0) = y(t_4) = 0$

$$y(t_1) = y(t_3) = -\frac{\Delta y}{4} \qquad y(t_2) = -\Delta y$$

**Vitesses :** $\dot{y}(0) = \dot{y}(t_2) = \dot{y}(t_4) = 0$

$$\dot{y}(t_1) = -\frac{6.\Delta y.\omega}{\pi} \qquad \dot{y}(t_3) = \frac{6.\Delta y.\omega}{\pi}$$

**Accélérations :**

Pour $t \in ]t_1,t_3[$ , $\ddot{y}(t) = \dfrac{24.\omega^2.\Delta y}{\pi^2}$

Pour $t \in ]0,t_1[ \cup ]t_3,t_4[$ , $\ddot{y}(t) = \dfrac{-72.\omega^2.\Delta y}{\pi^2}$

Enfin on montre également que :

$$y \approx -\ell.\theta \qquad \dot{y} \approx -\ell.\dot{\theta} \qquad \ddot{y} \approx -\ell.\ddot{\theta}$$

**Objectifs du problème**

On souhaite déterminer le couple moteur $C_m$ ainsi que la précontrainte $F_0$ du ressort permettant, à un régime moteur maximal donné ($\omega_{max}$), d'éviter le phénomène d'affolement de soupape. C'est-à-dire d'éviter que les contacts entre 2&5 en D et 6&7 en H ne soient perdus du fait de l'inertie des pièces.

## Travail demandé

**1- Détermination du couple moteur maximal**

**1.1-** On note $\Sigma_0$ le système constitué des pièces 2, 5, 6 et 7 : $\Sigma_0 = \{2,5,6,7\}$. En appliquant le TEC (Théorème de l'Energie Cinétique) à ce système $\Sigma_0$ dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de $C_m$ en fonction de : $y$, $\dot{y}$, $\ddot{y}$, $m_7$, $J_{B6}$, $\ell$, $F_0$ et k et $\omega$.

**1.2-** Ce couple est maximal pour $\omega = \omega_{max}$ et à la fin de la première phase (juste avant la date $t_1$). Déterminer, à cet instant, $C_m(t_1^-)$ le couple maximal en fonction de : $\Delta y$, $m_7$, $J_{B6}$, $\ell$, $F_0$, k et $\omega_{max}$.

**2- Détermination de la précontrainte du ressort**

**2.1-** En appliquant le TEC à la soupape 7 dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de $F_D$ en fonction de : $y$, $\ddot{y}$, $m_7$, $F_0$ et k.

**2.2-** On a un roulement sans glissement du galet 5 sur la came 2. Déterminer l'expression de la vitesse du point H appartenant au galet 5 par rapport à 0 : $\overrightarrow{V_{H\in 5/0}}$ en fonction de : $r_H$, $\omega$ et $\overrightarrow{u}$ .

**2.3-** On note $\Sigma_1$ le système constitué des pièces 5, 6 et 7 : $\Sigma_1 = \{5,6,7\}$. En appliquant le TEC à ce système $\Sigma_1$ dans son mouvement par rapport à 0, déterminer l'expression de $F_H$ en fonction de : $y$, $\dot{y}$, $\ddot{y}$, $m_7$, $J_{B6}$, $\ell$, $F_0$, k, $r_H$, $\omega$ et du produit scalaire $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}$. Remarque : On a $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n} = 0 \Leftrightarrow \dot{y} = 0$

**2.4-** Si phénomène d'affolement de soupape il y a ($F_H = 0$ ou $F_D = 0$) ; Il a lieu pour $\omega = \omega_{max}$ et au début de la deuxième phase. Déterminer, à cet instant, les valeurs $F_D(t_1^+)$ et $F_H(t_1^+)$ des efforts en D et H en fonction de : $\Delta y$, $m_7$, $J_{B6}$, $\ell$, $F_0$, k, $r_H$, $\omega$ et du produit scalaire $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}$.

**2.5-** Déterminer la précontrainte minimal du ressort $F_0$ permettant d'éviter le phénomène d'affolement de soupape pour $\omega = \omega_{max}$. Remarque à la date $t_1^+$ on a $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n} < 0$