

Sciences Industrielles de l'Ingénieur
DS N°1

Consignes pour la réalisation du sujet

Ce sujet correspond à l'épreuve d'SII du concours MP - CCMP 2013
qui a été très largement modifié.
Il a notamment été réduit pour être fait en 2h plutôt que 3h.

Le sujet est constitué de :

8 pages d'énoncé (pages 1/10 à 8/10)
2 Pages de documents réponse (pages 9/10 et 10/10)

Après avoir lu la partie 1 (Présentation du système)
Vous répondrez sur feuille de copies à toutes les questions

Pour les questions 1, 11, 17 et 18 vous utiliserez les documents
réponses pages 9/10 et 10/10 que vous détacherez du reste du
sujet et rendrez avec votre copie

Dimensionnement d'une roue autonome pour une implantation sur un fauteuil roulant

1 Présentation

1.1 Le support

Ez-Wheel SAS est une entreprise française de technologie innovante fondée en 2009. Elle propose une gamme de roues électriques "clé en main", 100 % intégrées.

La roue autonome ez-Wheel (prononcer "easy-wheel") propose une solution simple pour tracter des équipements de manutention et de transport de charges, des véhicules légers et matériels médicaux (figure 1). L'avantage de la solution ez-Wheel est d'être adaptable à la majorité des produits roulants qui existent sur le marché. Les dimensions et l'interface mécanique standardisées permettent une installation simple et immédiate. Le stator de la roue ez-Wheel est fixé sur le châssis de l'engin à déplacer et son rotor est assemblé directement sur sa roue.



Figure 1 : Exemples d'implantation de roue autonome

La solution intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil. La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur (incorporé à la carte de commande), un moteur brushless, puis un réducteur (figure 2, page 2).

Les produits ez-Wheel sont conçus pour un fonctionnement en intérieur ou extérieur sur une large gamme de température. Tous les composants, y compris la batterie, sont dimensionnés pour une durée de vie supérieure à 5 ans et ne nécessitent aucune inspection de maintenance. La technologie ez-Wheel permet de supprimer de l'engin tous les périphériques, câblages et connecteurs, facilitant considérablement l'intégration de la motorisation électrique par rapport aux solutions conventionnelles.

1.2 Mise en situation

Nous nous proposons, dans ce sujet, d'étudier l'implantation de la roue autonome sur un fauteuil roulant (figure 3, page 2). Pour ce genre d'application, où il est nécessaire de mettre en place deux roues autonomes sur le fauteuil, la commande des roues n'est pas aussi simple que pour des applications à une seule roue. En effet, en plus de gérer le mouvement d'avance du fauteuil, il faut également gérer ses changements de direction. Les deux ez-Wheel étant implantées sur chacune des deux roues arrière, le pilotage des deux roues est lié afin de maîtriser la direction du fauteuil. Chacune des deux roues est alors asservie par l'intermédiaire de capteurs mesurant la vitesse de rotation de l'arbre du moteur brushless.

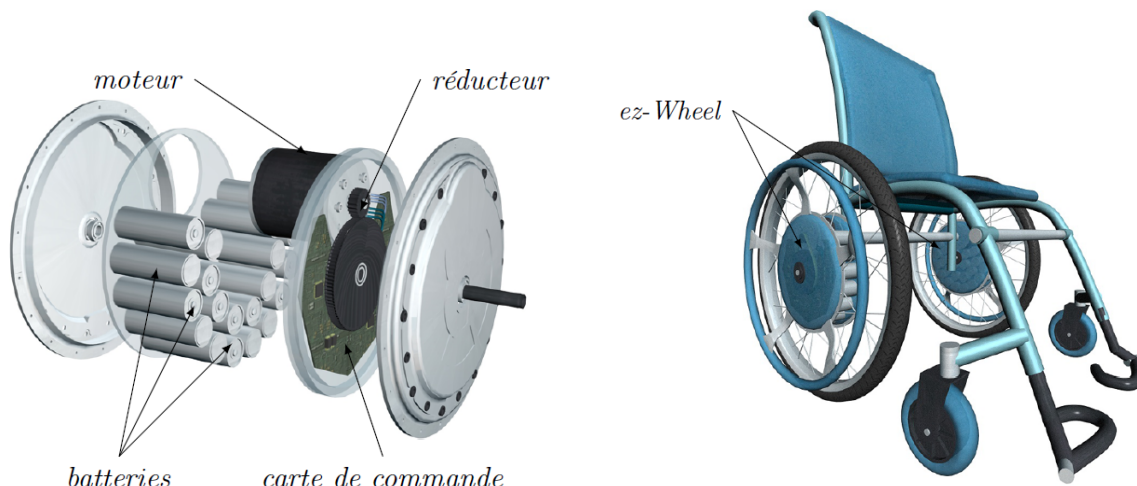


Figure 2 : Principaux éléments d'une roue ez-Wheel

Figure 3 : Prototype de fauteuil roulant équipé de deux ez-Wheel

2 Analyse fonctionnelle SysML du déplacement du chariot

Afin déplacer le fauteuil, l'utilisateur dispose d'une commande manuelle intégrant un joystick et un générateur de consignes de vitesses des roues.

La position du joystick permet au générateur de consignes de définir les consignes de vitesse transmises à chaque carte de commande des deux roues autonomes.

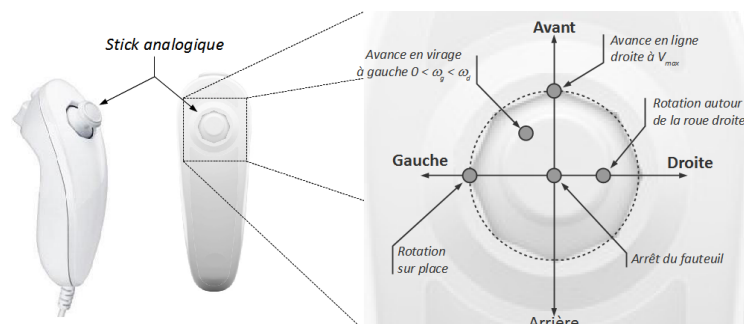


Figure 4 : Commande manuelle du déplacement du chariot

Les deux figures 5 et 6 présentent la structure fonctionnelle d'une roue et un extrait du cahier des charges de l'implantation de deux roues sur le fauteuil en vue de leur utilisation pour déplacer le fauteuil par rapport au sol.

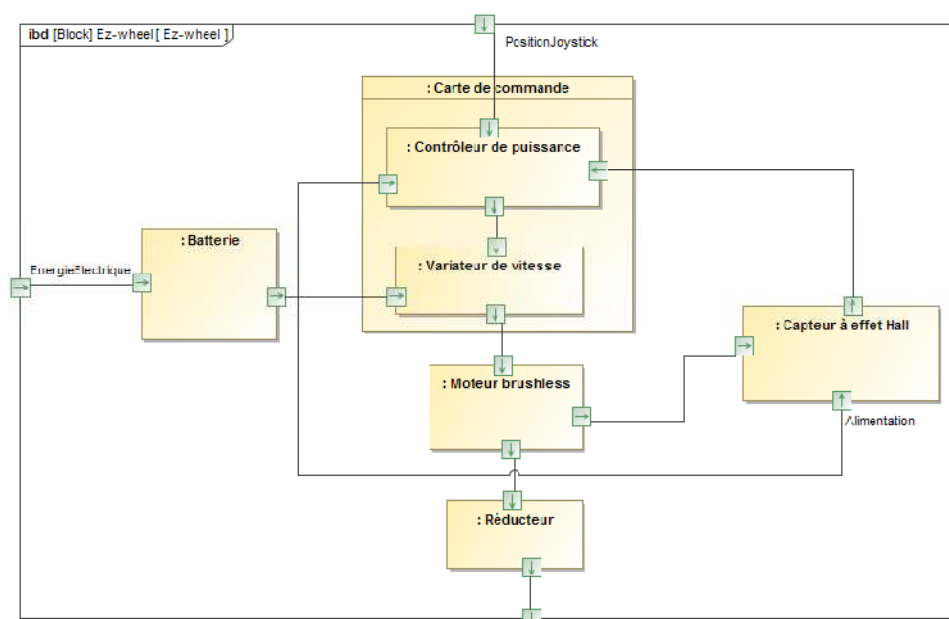


Figure 5 : Diagramme de blocs interne d'une roue autonome Ez-Wheel

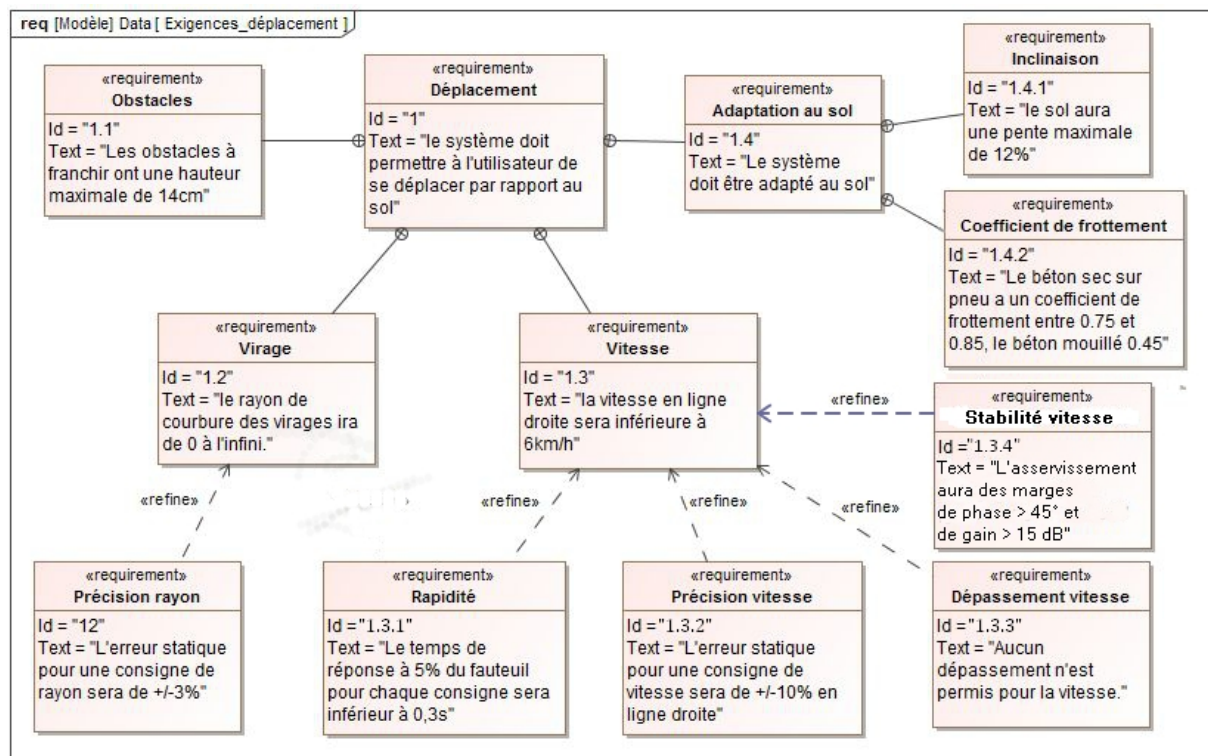


Figure 6 : Diagramme d'exigence d'utilisation du fauteuil

Question 1 : Compléter, sur le document réponse 1, le schéma fonctionnel des flux d'énergie et d'information du système limité à une seule roue. Pour cela vous indiquerez sur chaque pointillé le nom de l'élément réalisant une fonction (Comme pour l'ensemble « Rayons + jante »). Et vous indiquerez également l'information ou l'énergie correspondant à chaque flèche de flux. Utiliser pour cela les termes suivants :

- | | |
|--|---------------------------------|
| ☞ Commande de l'utilisateur | ☞ Energie mécanique de rotation |
| ☞ Consigne de vitesse | ☞ Vitesse de rotation |
| ☞ Energie électrique à tension constante | ☞ Position de l'arbre moteur |
| ☞ Energie électrique à tension variable | ☞ Consigne de tension |

3 Validation des performances des moteurs

Les différentes normes relatives à l'accessibilité des espaces publics aux personnes à mobilité réduite imposent certaines réalisations au niveau des accès des bâtiments. Les escaliers, infranchissables pour une personne en fauteuil roulant, doivent être remplacés ou complétés par des rampes d'accès. Comme l'indique la figure 7, extraite des textes normatifs, ces rampes peuvent avoir une pente maximale de 12 % (soit environ 6,8°).

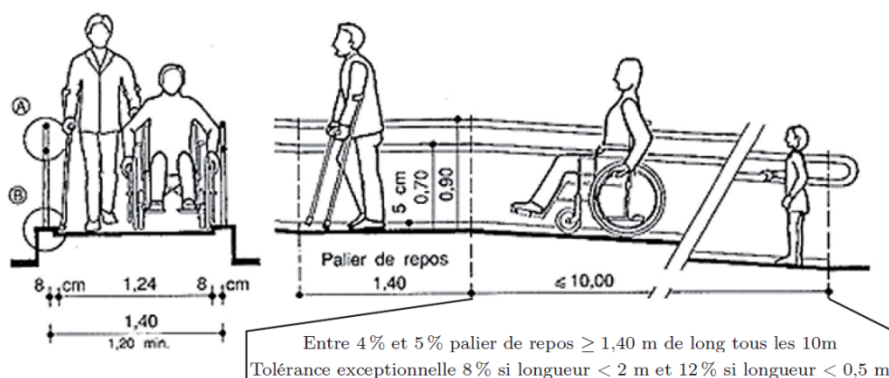


Figure 7 : Illustration des normes relatives aux accès pour les personnes à mobilité réduite

La figure 8, donne les dimensions du fauteuil motorisé et la figure 9, le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente. Les hypothèses d'étude de cette partie sont :

- le référentiel $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, lié au sol, est supposé galiléen ;
- le fauteuil se déplace en ligne droite dans une phase de montée, le problème est considéré comme un problème plan.
- le référentiel $\mathcal{R}_f(O_f, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ est lié au fauteuil avec : $\vec{y}_0 = \vec{y}_f$;
- $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ est l'action de la pesanteur avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;
- le vecteur position du fauteuil est : $\vec{OO}_f(t) = x(t) \cdot \vec{x}_f + R \cdot \vec{z}_f$;
- chaque moteur fournit le même couple, noté C_m (ils peuvent fournir à la sortie du réducteur 70 N.m au maximum) ;
- on supposera que le problème est équivalent à un seul moteur qui fournit un couple $2 C_m$ sur une seule roue arrière ;
- l'ensemble $S = \{\text{fauteuil} + \text{roues avant} + \text{roues arrière} + \text{utilisateur}\}$ a une masse $m_s = 150 \text{ kg}$, son centre d'inertie est G ;
- le contact roue/sol (avant ou arrière) se fait avec frottement, de coefficient noté f ;
- l'inertie des roues (avant ou arrière) et celle du moteur sont négligées ;
- les roues arrière et avant sont en liaison pivot d'axe $(O_f, \vec{y}_f)$ et $(A, \vec{y}_f)$ par rapport au châssis du fauteuil ;
- les liaisons autres que les liaisons roue/sol sont considérées comme parfaites.

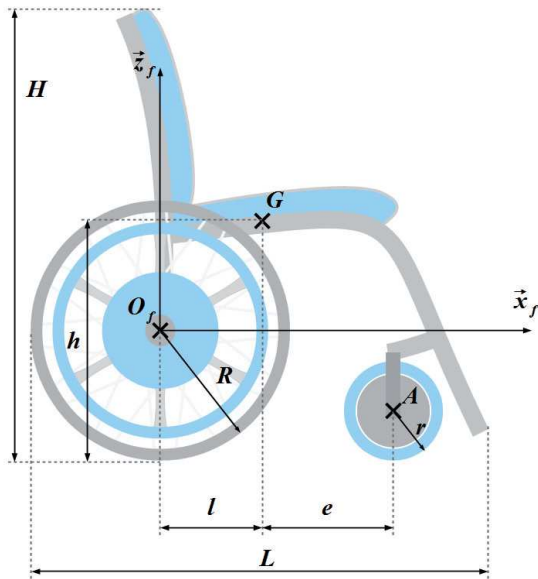


Figure 8 : Dimensions d'un fauteuil équipé de deux moteurs ez-Wheel

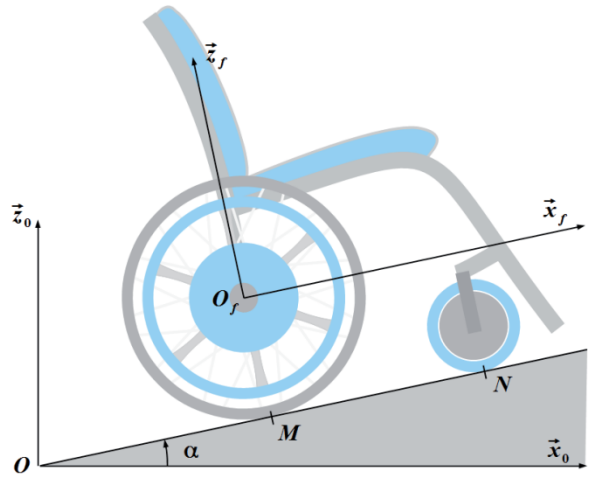


Figure 9 : Paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente

Les dimensions du fauteuil sont celles d'un fauteuil classique :

$e = 400 \text{ mm}$	$h = 600 \text{ mm}$	$H = 1\,000 \text{ mm}$	$\ell = 200 \text{ mm}$
$L = 1\,300 \text{ mm}$	$r = 150 \text{ mm}$	$R = 400 \text{ mm}$	

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par le solide i sur le solide j sera noté :

$$\{\mathcal{T}_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ A \left[\vec{\mathcal{M}}_A(i \rightarrow j) \right] \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix} \mathcal{R}$$

Question 2 : Justifier que l'action du sol sur une roue avant peut se modéliser par un glisseur d'axe $(N, \overrightarrow{z_f})$. C'est-à-dire par une force de support $(N, \overrightarrow{z_f})$.

Question 3 : Isoler l'ensemble $S = \{\text{châssis} + \text{roues avant} + \text{roues arrière} + \text{utilisateur}\}$ et écrire trois équations scalaires issues de l'application du principe fondamental de la dynamique lorsque le fauteuil est en translation rectiligne de vecteur accélération : $\overrightarrow{T_{G \in \text{châssis}/\text{sol}}} = \ddot{\vec{x}} \cdot \overrightarrow{x_f}$.

Pour les questions 4 et 5 on suppose que le contact Roues arrière/Sol se fait à la limite du glissement.

Question 4 : En déduire l'accélération maximale du fauteuil $\ddot{\vec{x}}$ pour être à la limite du glissement. Faire l'application numérique pour une pente de béton mouillé de 12 % ($f = 0,45$).

Question 5 : En appliquant le théorème du moment dynamique à la roue arrière, déterminer l'expression du couple moteur C_m en fonction de l'accélération $\ddot{\vec{x}}$. Faire l'application numérique dans les conditions de limite de glissement.

Pour les questions 6 et 7, on se place à la limite du basculement du fauteuil. Nous ne sommes plus forcément à la limite du glissement mais l'action du sol sur la roue avant devient nulle.

Question 6 : Déterminer l'accélération maximale du fauteuil $\ddot{\vec{x}}$ conduisant à son basculement. Faire l'application numérique pour une pente de 12 %.

Question 7 : Calculer dans ce cas la valeur numérique du couple moteur C_m .

Question 8 : Au vu des résultats numériques obtenus aux questions 5 et 7, Justifier le choix du couple maximal du moteur.

4 Consignes de vitesse des roues pour la commande du fauteuil.

Dans cette partie on souhaite mettre en place la relation liant les consignes de vitesse de rotation des roues gauches (ω_g) et droite (ω_d) en fonction des consignes de vitesse du fauteuil (v) et de rayon de courbure (ρ) de la trajectoire du point O_f situé en centre des deux roues arrière.

La position du joystick (à l'intérieur d'un cercle) permet de définir deux coordonnées x_j et y_j dans les directions Avant/Arrière et gauche droite. Un premier algorithme permet de définir les consignes v et ρ en fonction de x_j et y_j .

Une explication du principe de ce premier algorithme est donnée sur la figure 11. Cependant nous ne nous intéressons qu'aux relations : $\omega_g = f_g(v, \rho)$ et $\omega_d = f_d(v, \rho)$

Les hypothèses de la modélisation du déplacement du fauteuil sont suivant le paramétrage donné par les figures 12 et 13 de la page suivante :

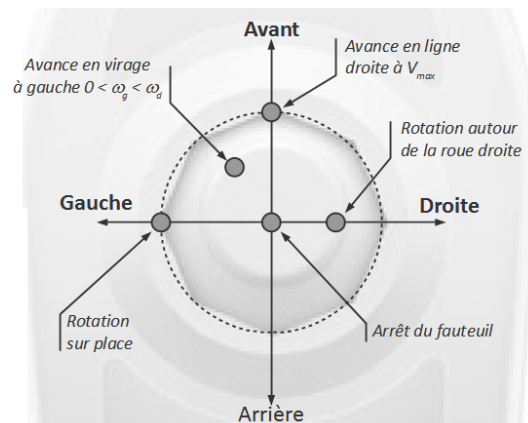


Figure 10 : Mouvement et position du joystick

- le mouvement du fauteuil sans les roues est un mouvement plan sur plan $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$ par rapport au référentiel fixe $\mathcal{R}_0$. Le point O est le centre de courbure du mouvement du fauteuil ;
- les deux roues arrière du fauteuil roulent sans glisser sur le sol en I_g et I_d ;
- la roue arrière gauche, notée $\mathcal{R}_g$, est en liaison pivot d'axe $(O_g, \overrightarrow{y_f})$ par rapport au châssis du fauteuil ;
- la roue arrière droite, notée $\mathcal{R}_d$, est en liaison pivot d'axe $(O_d, \overrightarrow{y_f})$ par rapport au châssis du fauteuil ;
- le rayon de courbure $\rho(t)$ est constant.

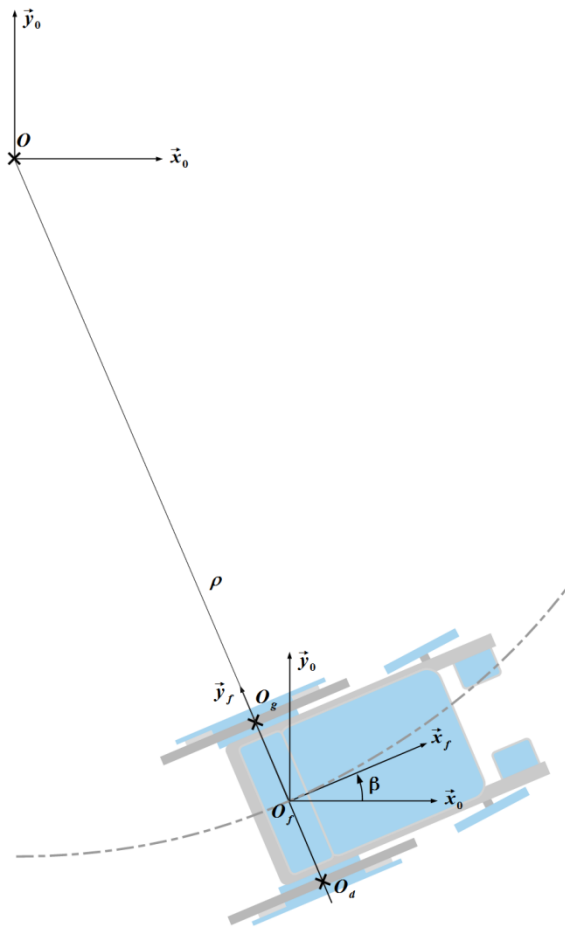


Figure 11 : Paramétrage du fauteuil en virage

Autres notations :

- Taux de rotation du fauteuil par rapport au sol : $\overrightarrow{\Omega_{f/0}} = \beta \cdot \overrightarrow{z_0}$
- Taux de rotation de la roue gauche par rapport au fauteuil : $\overrightarrow{\Omega_{g/f}} = \omega_g \cdot \overrightarrow{y_f} = \dot{\theta}_g \cdot \overrightarrow{y_f}$
- Taux de rotation de la roue droite par rapport au fauteuil : $\overrightarrow{\Omega_{d/f}} = \omega_d \cdot \overrightarrow{y_f} = \dot{\theta}_d \cdot \overrightarrow{y_f}$
- Rayon de courbure ρ : $\overrightarrow{OO_f} = -\rho \cdot \overrightarrow{y_f}$
- Vitesse du fauteuil v : $\overrightarrow{V_{O_f \in \mathcal{R}_f / \mathcal{R}_0}} = v \cdot \overrightarrow{x_f}$
- Voie du fauteuil $a = 700 \text{ mm}$: $\overrightarrow{O_d O_f} = \overrightarrow{O_f O_g} = \frac{a}{2} \cdot \overrightarrow{y_f}$
- I_g et I_d respectivement les points de contact entre le sol et les roues gauche et droite dont les rayons sont égaux et sont R : $I_g \overrightarrow{O_g} = I_d \overrightarrow{O_d} = R \cdot \overrightarrow{z_0}$.
- Voie du fauteuil $a = 700 \text{ mm}$: $\overrightarrow{O_d O_f} = \overrightarrow{O_f O_g} = \frac{a}{2} \cdot \overrightarrow{y_f}$

Question 9 : Ecrire trois expressions de $\overrightarrow{V_{O_f \in \mathcal{R}_f / \mathcal{R}_0}}$:

- a) en fonction de R , a , ω_g et β en utilisant le roulement sans glissement au point I_g ;
b) en fonction de R , a , ω_d et β en utilisant le roulement sans glissement au point I_d ;
c) en fonction de ρ et β en utilisant la dérivation vectorielle.

Question 10 : En déduire les expressions des consignes de vitesse de rotation des roues ω_g et ω_d en fonction des données géométriques du fauteuil, de la consigne de vitesse du fauteuil v et de celle du rayon de courbure ρ .

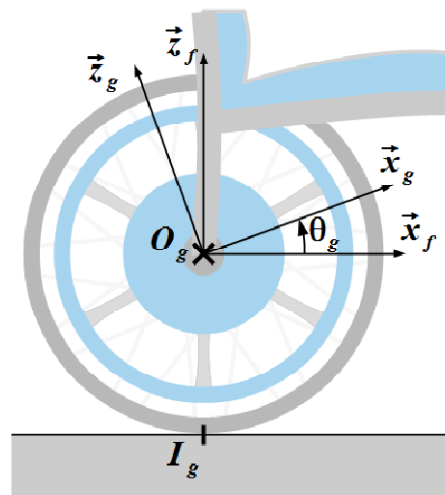


Figure 12 : Paramétrage de la roue gauche du fauteuil

Référentiels de l'étude

- référentiel fixe : $\mathcal{R}_0(\vec{O}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- référentiel lié au châssis du fauteuil :
 $\mathcal{R}_f(\vec{O}, \vec{x}_f, \vec{y}_f, \vec{z}_f)$ avec $\vec{z}_0 = \vec{z}_f$;
- référentiel lié à la roue gauche :
 $\mathcal{R}_g(\vec{O}, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ avec $y_f = y_g$;
- référentiel lié à la roue droite :
 $\mathcal{R}_d(\vec{O}, \vec{x}_d, \vec{y}_d, \vec{z}_d)$ avec $y_f = y_d$;

5 Modélisation de l'asservissement en vitesse d'un moteur

Une roue Ez-Wheel est composée d'un moteur brushless, d'un réducteur de rapport de transmission $\lambda = 5,25$ dont l'arbre de sortie est solidaire à une roue arrière du fauteuil roulant. Trois capteurs à effet Hall permettent de mesurer la vitesse de rotation de l'arbre moteur.

On modélisera le moteur brushless comme un moteur à courant continu :

$$u_m(t) = R_m \cdot i_m(t) + L_m \cdot \frac{d i_m(t)}{dt} + e_m(t)$$

$$J \frac{d \omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t)$$

$$c_m(t) = K_i \cdot i_m(t)$$

$$e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

où :

- u_m est la tension aux bornes de l'induit (en V) ;
- i_m est l'intensité circulant dans l'induit (en A) ;
- e_m est la tension contre-électromotrice (en V) ;
- ω_m est la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad.s^{-1}) ;
- c_m est le couple moteur (en N.m) ;
- c_r est le couple résistant appliqué sur l'arbre moteur (en N.m) ;
- R_m est la résistance de l'induit $R_m = 0,18 \, \Omega$;
- L_m est l'inductance de l'induit, $L_m = 0,8 \, \text{mH}$;
- J est la moitié de l'inertie équivalente de l'ensemble du fauteuil en charge et en mouvement ramené à un arbre moteur $J = 0,5 \, \text{kg.m}^2$;
- K_i est la constante de couple du moteur $K_i = 0,2 \, \text{N.m.A}^{-1}$;
- K_e est la constance de force contre-électromotrice $K_e = 0,2 \, \text{V.s.rad}^{-1}$.

Les capteurs à effet Hall seront modélisés par un gain pur. La sortie du capteur de gain K_{cap} , notée $m(t)$, est soustraite à la sortie de l'amplificateur qui permet de convertir la vitesse de consigne, notée $\omega_{cons}(t)$, en une tension de consigne $u_{cons}(t) = K_a \cdot \omega_{cons}(t)$. On prendra $K_{cap} = 0,2 \, \text{V.s.rad}^{-1}$. L'écart obtenu est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ dont la sortie est la tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$.

Notation : la transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ sera notée $F(p)$.

On suppose que le correcteur a pour fonction de transfert $C(p) = K_p$ avec $K_p \geq 0$.

Question 11 : Compléter, sur le document réponse 2, le schéma bloc modélisant l'asservissement en vitesse de rotation d'un moteur.

Question 12 : Pour que la vitesse angulaire de l'arbre moteur soit correctement asservie, il faut que l'écart $\varepsilon(p)$ soit directement proportionnelle à l'erreur $\Omega_m(p) - \Omega_{cons}(p)$. Comment choisir le gain K_a pour cela ?

On note les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que :

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot \Omega_{cons}(p) - H_2(p) \cdot C_r(p)$$

Question 13 : Déterminer l'expression canonique de $H_1(p)$ en fonction des constantes K_{cap} , K_p , K_e , K_i , R_m , L_m et J .

Dans la suite du problème, la perturbation sera négligée : $c_r(t)=0$.

Une application numérique permet d'obtenir la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement pour $K_p = 1$:

$$FTBO(p) = \frac{K_p}{1 + 2,25.p + 0,01.p^2}$$

On a donc un asservissement avec le schéma bloc simplifié de la figure 14.

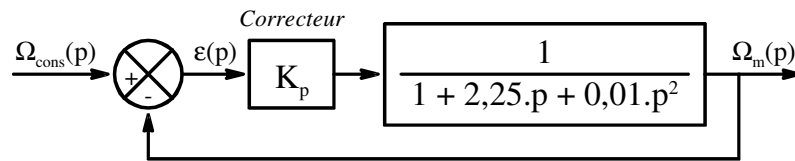


Figure 13 : Schéma bloc simplifié de l'asservissement

Question 14 : Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle fermée de cet asservissement en fonction de K_p . : $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cons}(p)}$

Question 15 : Déterminer la valeur minimale de K_p permettant de vérifier le critère de précision du cahier des charges.

Question 16 : Déterminer la valeur maximale de K_p permettant de respecter le critère de dépassement du cahier des charges.

Question 17 : Déterminer pour cette valeur de K_p le temps de réponse à 5% de cet asservissement. Vous vous aiderez pour cela du document réponse 3 sur lequel vous laisserez les traits de construction utiles.

On donne sur le document réponse 4 le tracé des diagrammes de Bode de la FTBO pour $K_p = 1$:

Question 18 : Déterminer la valeur maximale de K_p permettant de vérifier les deux critères de stabilité du cahier des charges. Pour cela vous laisserez les traits de construction utiles sur le document réponse 4.

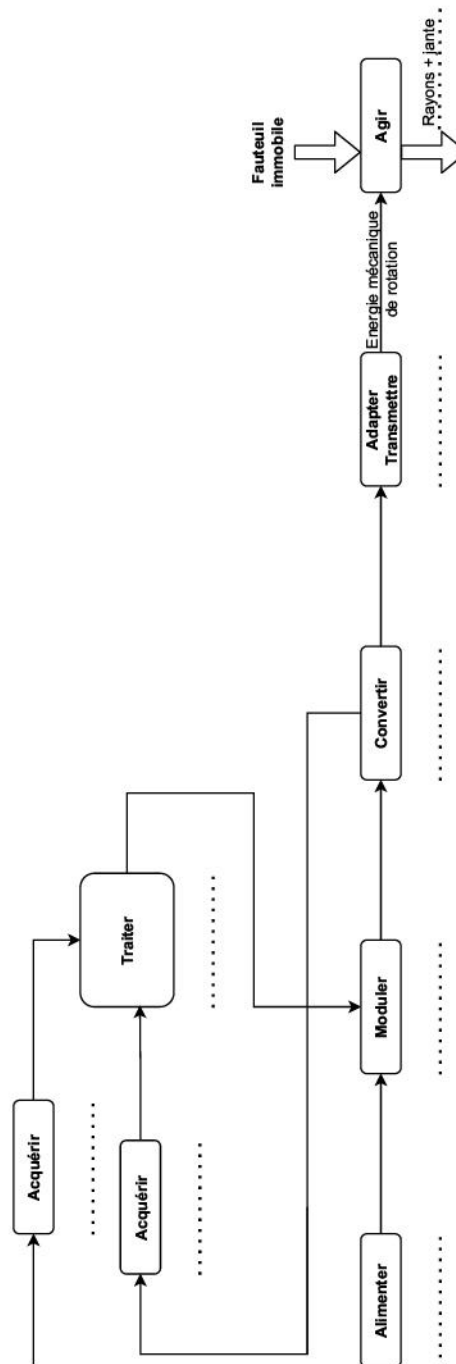
Question 19 : Conclure sur la capacité du correcteur à répondre à l'ensemble des critères du cahier de charges. Justifier votre réponse.

Fin de l'énoncé

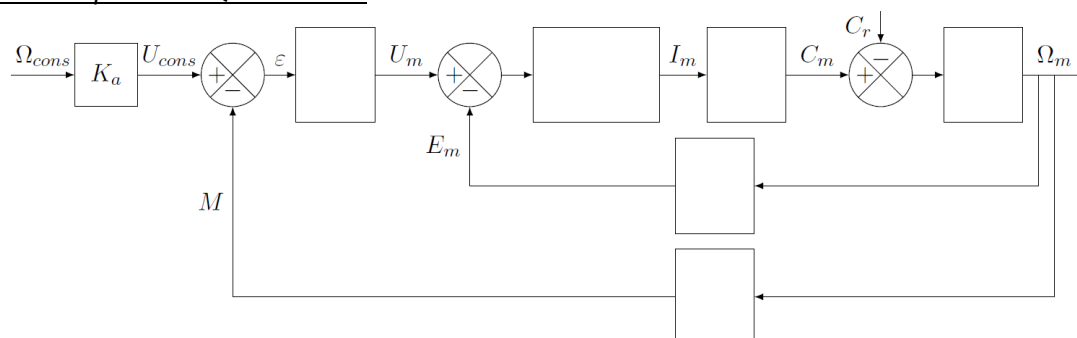
Document réponse

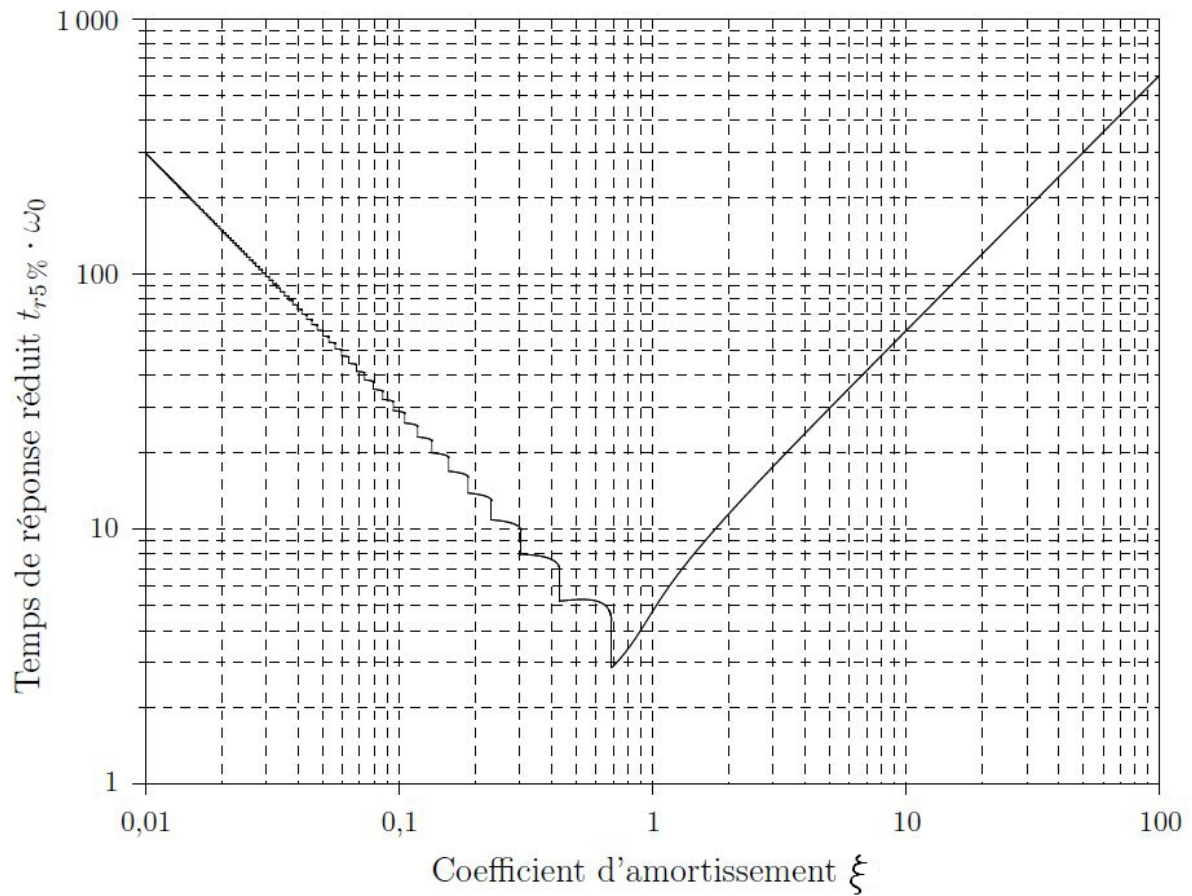
Document
réponse 1

Question 1



Document réponse 2 - Question 11 :



Document réponse 3 - Question 17 :Document réponse 4 - Question 18 :