Presse façonnage à plat : Corrigé

1- Etude cinématique

1.1- rapport de transmission du contact plan

D'après la loi de composition des vitesses : $\overrightarrow{V_{F\in 7/6}} = \overrightarrow{V_{F\in 7/0}} + \overrightarrow{V_{F\in 0/6}}$

On a donc : $v_g . \overrightarrow{Z_7} = \dot{z}_7 . \overrightarrow{Z_0} - \dot{y}_6 . \overrightarrow{Y_0}$ Sachant que : $\overrightarrow{Z_7} = \cos\alpha . \overrightarrow{Z_0} - \sin\alpha . \overrightarrow{Y_0}$

On obtient en projection sur $\overrightarrow{Z_0}$: $v_g.\cos\alpha = \dot{z}_7$

Et sur $\overrightarrow{Y_0}$: $-v_g.\sin\alpha = -\dot{y}_6$

Soit ; $\dfrac{-\dot{y}_6}{\dot{z}_7} = -\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\tan\alpha$ On a donc : $\dot{y}_6 = \tan\alpha . \dot{z}_7$

1.2- Rapport de la chaine de transmission

La liaison entre 7 et 8 étant une liaison hélicoïdale d'axe $(G, \overrightarrow{Z_0})$ de pas à droite p_V on a :

$\overrightarrow{V_{G\in 7/8}}.\overrightarrow{Z_0} = \dfrac{p_V}{2.\pi} . \overrightarrow{\Omega_{7/8}}.\overrightarrow{Z_0}$ Soit : $(\overrightarrow{V_{G\in 7/0}} + \overrightarrow{V_{G\in 0/8}}).\overrightarrow{Z_0} = \dfrac{p_V}{2.\pi} .(\overrightarrow{\Omega_{7/0}} + \overrightarrow{\Omega_{0/8}}).\overrightarrow{Z_0}$

Or $\overrightarrow{V_{G\in 0/8}} = \overrightarrow{\Omega_{7/0}} = \vec{0}$ Donc : $\overrightarrow{V_{G\in 7/0}}.\overrightarrow{Z_0} = -\dfrac{p_V}{2.\pi} . \overrightarrow{\Omega_{8/0}}.\overrightarrow{Z_0}$ On obtient ainsi :

$\dot{z}_7 = -\dfrac{p_V}{2.\pi} . \omega_{8/0}$ Sachant que : $\dot{y}_6 = \tan\alpha . \dot{z}_7$ On a : $\dot{y}_6 = -\tan\alpha . \dfrac{p_V}{2.\pi} . \omega_{8/0}$

D'autre part étant donné l'engrenage 8-9 : $\omega_{8/0} = -\dfrac{Z_9}{Z_8} . \omega_{9/0}$ Avec : $\omega_{9/0} = \dot{\theta}_m$

On en déduit donc : $\dot{y}_6 = k_{96} . \dot{\theta}_m$. **avec :** $k_{96} = \tan\alpha . \dfrac{p_V}{2.\pi} . \dfrac{Z_9}{Z_8} = -\tan\alpha . \dfrac{p_V}{2.\pi} . k_{98}$

2- Etude cinétique

2.1- Moment d'inertie du sommier

La sommier 4 étant assimilé à un parallélépipède homogène de masse m_4 de centre de gravité E de hauteur h sur $\overrightarrow{Y_0}$ et de longueur L sur $\overrightarrow{X_0}$ son moment d'inertie par rapport à l'axe $(E, \overrightarrow{Z_0})$ est :

$J_{4(E,Z)} = \dfrac{m_4 . (L^2 + h^2)}{12}$ Or h est négligeable devant L donc : $L^2 + h^2 \approx L^2$

On en déduit donc : $J_{4(E,Z)} = \dfrac{m_4 . L^2}{12}$

On sait que : $E_C(4/0) = \dfrac{1}{2} . m_4 . \overrightarrow{V_{E\in 4/0}}^2 + \dfrac{1}{2} . J_{4(E,Z)} . \overrightarrow{\Omega_{4/0}}^2$

Avec : $\overrightarrow{V_{E\in 4/0}} = r . \overrightarrow{V_{C\in 6/0}}$ $\overrightarrow{\Omega_{4/0}} = \omega_{4/0} . \overrightarrow{Z_0}$ $\omega_{4/0} = \dfrac{2 . r}{L} . \dot{y}_6$ et : $\overrightarrow{V_{C\in 6/0}} = \dot{y}_6 . \overrightarrow{Y_0}$

On a donc : $E_C(4/0) = \dfrac{1}{2} . m_4 . r^2 . \dot{y}_6^2 + \dfrac{1}{2} . \dfrac{m_4 . L^2}{12} . \left(\dfrac{2 . r}{L}\right)^2 . \dot{y}_6^2 = \dfrac{1}{2} . m_4 . r^2 . \dot{y}_6^2 \left(1 + \dfrac{4}{12}\right)$

On en déduit donc : $E_C(4/0) = \dfrac{1}{2} . \dfrac{4}{3} . m_4 . r^2 . \dot{y}_6^2$

2.3- Moment d'inertie du système ramené sur l'arbre moteur

On néglige l'inertie du pied 6 et des biellettes 2 et 3, donc l'énergie cinétique du système Σ est :

$$E_C(\Sigma/0) = E_C(9/0) + E_C(8/0) + E_C(7/0) + E_C(4/0)$$

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} . J_9 . \omega_{9/0}^2 + \frac{1}{2} . J_8 . \omega_{8/0}^2 + \frac{1}{2} . m_7 . \dot{z}_7^2 + \frac{1}{2} . \frac{4}{3} . m_4 . r^2 . \dot{y}_6^2$$

Sachant que : $\omega_{8/0} = k_{98}.\,\dot{\theta}_m$ $\quad \dot{z}_7 = -\dfrac{p_V}{2.\pi}.\,k_{98}\,.\,\dot{\theta}_m$ $\quad \dot{y}_6 = k_{96}\,.\,\dot{\theta}_m$ On a :

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2}\,.\,J_9\,.\,\omega_m^{\;2} + \frac{1}{2}\,.\,J_8\,.\,k_{98}^{\;2}.\,\omega_m^{\;2} + \frac{1}{2}\,.\,m_7\,.\left(\frac{p_V}{2.\pi}\right)^2.\,k_{98}^{\;2}\,.\,\omega_m^{\;2} + \frac{1}{2}\,.\,\frac{4}{3}\,.\,m_4\,.\,r^2\,.\,k_{96}^{\;2}\,.\,\omega_m^{\;2}$$

Pour J_{eq} moment d'inertie ramené sur l'arbre 9 on a donc : $\mathbf{E_C(\Sigma/0) = \dfrac{1}{2}\,.\,J_{eq}\,.\,\omega_m^{\;2}}$

Avec : $\mathbf{J_{eq} = J_9 + J_8\,.\,k_{98}^{\;2} + m_7.\left(\dfrac{p_V}{2.\pi}\right)^2.\,k_{98}^{\;2} + \dfrac{4}{3}\,.\,m_4\,.\,r^2\,.\,\tan^2\alpha\,.\left(\dfrac{p_V}{2.\pi}\right)^2.\,k_{98}^{\;2}}$

3- Etude dynamique

3.1- Théorème de l'énergie cinétique

Les actions extérieures dont les puissances sont non nulles sont la pesanteur et le couple moteur.

Ces puissances sont : ☞ $P(pes\to 4/0) = -\,m_4.g.\,\overrightarrow{Y_0}\,.\,\overrightarrow{V_{E\in 4/0}} = -\,m_4.g.\,\overrightarrow{Y_0}\,.r.\dot{y}_6.\,\overrightarrow{Y_0} = -\,m_4.g.r.\dot{y}_6$

☞ $P(\overrightarrow{C_m}\to 9/0) = C_m.\,\overrightarrow{Z_0}\,.\,\omega_m.\,\overrightarrow{Z_0} = C_m.\omega_m$

$$\mathbf{\Sigma\, P(Ext\to\Sigma/0) = C_m.\omega_m - m_4.g.r.\dot{y}_6 = C_m.\omega_m + m_4.g.r.\tan\alpha.\left(\frac{p_V}{2.\pi}\right).k_{98}.\omega_m}$$

Les puissances des actions intérieures non nulles sont uniquement celle de la liaison hélicoïdale qui est la seule à ne pas être parfaite.

On a alors : $P(7\to 8/7) = \overrightarrow{C_{f,7/8}}\,.\overrightarrow{\Omega_{8/7}} = \overrightarrow{C_{f,7/8}}\,.(\overrightarrow{\Omega_{8/0}} + \overrightarrow{\Omega_{0/7}})$ Avec : $\overrightarrow{\Omega_{0/7}} = \vec{0}$

Soit : $P(7\to 8/7) = \overrightarrow{C_{f,7/8}}\,.\overrightarrow{\Omega_{8/0}} = -\,b\,.\,\omega_{8/7}.\,\overrightarrow{Z_0}\,.\,\omega_{8/0}.\,\overrightarrow{Z_0}$ Avec : $\omega_{8/7} = \omega_{8/0}$

Soit encore : $P(7\to 8/7) = -\,b.\omega_{8/0}^{\;2}$

$$\mathbf{\Sigma\, P(Int\to\Sigma/0) = -\,b.\omega_{8/0}^{\;2} = -\,b.k_{98}^{\;2}.\omega_m^{\;2}}$$

L'application du théorème de l'énergie cinétique $\dfrac{d\,E_C(\Sigma/0)}{dt} = \mathbf{\Sigma\, P(Ext\to\Sigma/0) + \Sigma\, P(Int\to\Sigma/0)}$

donne donc : $J_{eq}.\omega_m.\dot{\omega}_m = C_m.\omega_m + m_4.g.r.\tan\alpha.\left(\dfrac{p_V}{2.\pi}\right).k_{98}.\omega_m - b.k_{98}^{\;2}.\omega_m^{\;2}$

$\Leftrightarrow \quad J_{eq}.\dot{\omega}_m = C_m - \left(-\,m_4.g.r.\tan\alpha.\left(\dfrac{p_V}{2.\pi}\right).k_{98}. + b.k_{98}^{\;2}.\omega_m\right)$

$\Leftrightarrow \quad \mathbf{C_m - (\,\alpha + \beta\,.\,\omega_m) = J_{eq}.\dot{\omega}_m}$ Avec : $\mathbf{\alpha = -\,m_4.g.r.\tan\alpha.\left(\dfrac{p_V}{2.\pi}\right).k_{98} = m_4.g.r.k_{96}}$

$\mathbf{\beta = b.k_{98}^{\;2}}$

3.2- Transformées de Laplace

On obtient : $U(p) = E(p) + R.I(p) + L.p.I(p)$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{U(p) - E(p) = (R + l.p).I(p)}$

$C_m(p) - A(p) + \beta.\Omega_m(p) = J_{eq}.p.\Omega_m(p)$ $\Leftrightarrow$ $\mathbf{C_m(p) - A(p) = (\beta + J_{eq}.p).\Omega_m(p)}$

Et : $\mathbf{E(p) = K_V.\Omega_m(p)}$ $\quad \mathbf{C_m(p) = K_C.I(p)}$

3.3- Schéma bloc

On a d'autre part : $U_6(p) = H_{cap}(p).\Theta_m(p)$ $\quad \Theta_m(p) = \dfrac{1}{p}.\Omega_m(p)$ $\quad U(p) = C(p).K_H.(U_C(p) - U_6(p))$

On obtient alors le schéma bloc de l'asservissement :