

Outil chirurgical - Corrigé

1- Simplification de la modélisation

1.1- Le schéma bloc du moteur donné en modélisation (page 1 de l'énoncé) est équivalent aux schémas blocs suivants :

Figure 1 : Passage du comparateur de la perturbation en amont de celui de la boucle de retour du moteur

Figure 2 : Repassage du bloc $\frac{R}{K_C}$ sur la chaîne directe.

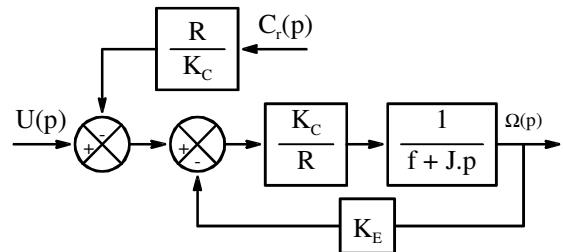


Figure 1

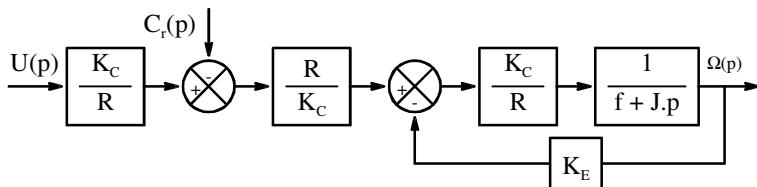


Figure 2

D'autre part on a aussi :

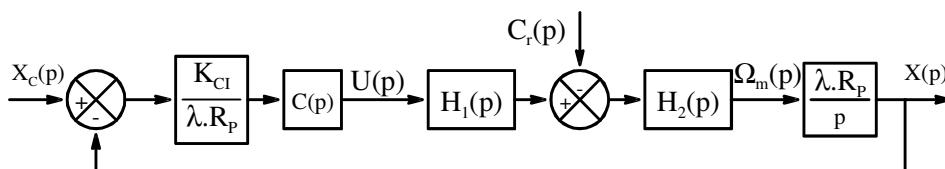
$$H_m(p) = \left(\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right)_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{K_C}{R.f + K_C.K_E}}{1 + \frac{R.J}{R.f + K_C.K_E} \cdot p}$$

Soit finalement on a :

$$H_1(p) = \frac{K_C}{R} \quad \text{et :} \quad H_2(p) = \frac{R.H_m(p)}{K_C}$$

1.2- Pour un fonctionnement normal de l'asservissement : $\varepsilon(p) = 0$ pour $X(p) = X_C(p)$. Il faut : $K_A = \frac{K_{CI}}{\lambda \cdot R_p}$

1.3- Finalement, en prenant une boucle de retour en aval du dernier bloc et en passant le gain de l'adaptateur en aval du premier comparateur, on obtient le schéma bloc complet de l'asservissement est équivalent à ce schéma bloc à retour unitaire :



Il vient alors directement par identification des blocs $F_1(p)$ et $F_2(p)$:

$$F_1(p) = \frac{K_{CI}}{\lambda \cdot R_p} \cdot H_1(p) = \frac{K_{CI} \cdot K_C}{R \cdot \lambda \cdot R_p} \quad \text{et :} \quad F_2(p) = \frac{\lambda \cdot R_p}{p} \cdot H_2(p) = \frac{R \cdot \lambda \cdot R_p \cdot H_m(p)}{K_C \cdot p}$$

Soit :

$$F_1(p) = K_1 = 573 \text{ N.inc.V}^{-1} \quad \text{et :} \quad F_2(p) = \frac{K_2}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)} = \frac{4}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)} \text{ N}^{-1}$$

1.4 - On a alors la FTBO non corrigée :

$$\text{FTBO}_{NC}(p) = F_1(p) \cdot F_2(p) = \frac{K_1 \cdot K_2}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)}$$

Soit encore :

$$\text{FTBO}_{NC}(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)} = \frac{2292}{p \cdot (1 + 0,02 \cdot p)} \text{ inc.V}^{-1}$$

2- Correcteur proportionnel

2.1- Dans cette partie on utilise un correcteur proportionnel de gain K_p . Donc le correcteur ne modifie pas le nombre d'intégrateur de la FTBO qui a donc un seul intégrateur situé en aval de la perturbation. D'autre part le gain de cette FTBO est : $K_p \cdot K_{BO}$ et les gains en amont et en aval de la perturbation sont respectivement $K_p \cdot K_1$ et K_2 . On obtient donc les erreurs statiques dues à des échelons de consigne E_0 et de perturbation C_{r0} :

☞ Due à la consigne seule :

$$\epsilon_{sc} = 0$$

☞ Due à la perturbation seule :

$$\epsilon_{sp} = \frac{C_{r0}}{K_1 \cdot K_p}$$

☞ Due à la perturbation et la consigne :

$$\epsilon_{st} = \epsilon_{sc} + \epsilon_{sp} = \frac{C_{r0}}{K_1 \cdot K_p}$$

2.2- De la même manière on obtient donc les erreurs de trainage due à une consigne en rampe de pente V_0 et un échelon de perturbation C_{r0} :

☞ Due à la consigne seule :

$$\epsilon_{tc} = \frac{V_0}{K_p \cdot K_{BO}}$$

☞ Due à la perturbation seule :

$$\epsilon_{tp} = \frac{C_{r0}}{K_1 \cdot K_p}$$

☞ Due à la perturbation et la consigne :

$$\epsilon_{tt} = \epsilon_{tc} + \epsilon_{tp} = \frac{V_0}{K_p \cdot K_{BO}} + \frac{C_{r0}}{K_1 \cdot K_p} = \frac{1}{K_p} \cdot \left(\frac{V_0}{K_{BO}} + \frac{C_{r0}}{K_1} \right)$$

2.3- On a deux critères de précision :

$$\epsilon_{st} \leq 0,05 \text{ mm} \text{ et } \epsilon_{st} \leq 0,05 \text{ mm}$$

$$\text{On en déduit : } \frac{C_{r0}}{K_1 \cdot K_p} \leq 0,05 \Leftrightarrow K_p \geq \frac{C_{r0}}{0,05 \cdot K_1} = \frac{1}{0,05 \times 573} = 0,035$$

$$\text{Et : } \frac{1}{K_p} \cdot \left(\frac{V_0}{K_{BO}} + \frac{C_{r0}}{K_1} \right) \leq 0,2 \Leftrightarrow K_p \geq \frac{1}{0,2} \cdot \left(\frac{V_0}{K_{BO}} + \frac{C_{r0}}{K_1} \right) = \frac{1}{0,2} \cdot \left(\frac{10}{2\,292} + \frac{1}{573} \right) = 0,031$$

Donc pour respecter les critères de précision du cahier des charges il faut : $K_p \geq 0,035 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$

2.4- A la pulsation de 20 rad.s^{-1} on a pour la FTBO non corrigé un gain dynamique de $+40,5 \text{ dB}$. Donc pour respecter le critère de rapidité ($\omega_{0dB} \geq 20 \text{ rad.s}^{-1}$) il faut un gain tel que :

$$20 \cdot \log K_p \geq -40,5 \text{ dB}$$

$$K_p \geq 10^{-40,5/20} \approx 0,01 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$$

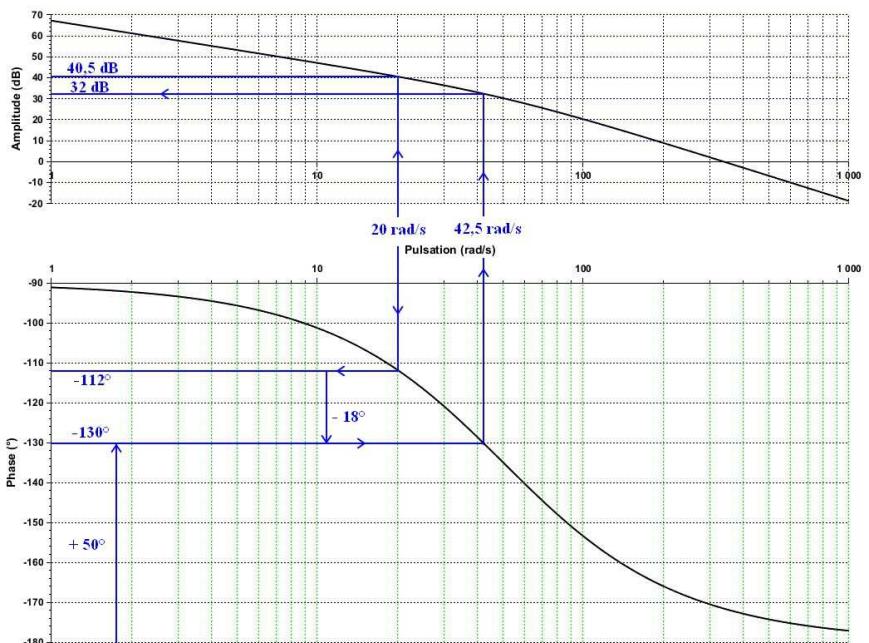
La FTBO non corrigée a une phase de $50 - 180 = -130^\circ$ à la pulsation de $42,5 \text{ rad.s}^{-1}$. Pulsation à laquelle le gain est de $+32 \text{ dB}$ donc pour respecter le critère de marge de phase ($M_\phi \geq 50^\circ$) il faut un gain tel que :

$$20 \cdot \log K_p \leq -32 \text{ dB.}$$

$$K_p \leq 10^{-32/20} = 0,025 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$$

Donc pour respecter les critères de rapidité et de précision il faut : $0,01 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1} \leq K_p \leq 0,025 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$

Le correcteur proportionnel ne permet pas de respecter simultanément les critères de précision ($K_p \geq 0,035 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$) et de stabilité ($K_p \leq 0,025 \text{ V} \cdot \text{inc}^{-1}$)



3- Correcteur proportionnel intégral

3.1- A la pulsation de 20 rad.s^{-1} on a pour la FTBO non corrigé une phase de -112° . Donc pour respecter le critère de marge de phase, la phase du correcteur φ doit être telle que :

$$180^\circ - 112^\circ + \varphi_{\text{cor}}(20) = 50^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_{\text{cor}}(20) = -18^\circ$$

Or la phase est de : $\varphi_{\text{cor}}(20) = -90^\circ + \arctan(20.T)$ On choisit donc : $T = \frac{\tan(90^\circ - 18^\circ)}{20} = 0,154 \text{ s}$

D'autre part la pulsation de 20 rad.s^{-1} on a pour la FTBO non corrigé un gain dynamique de $+40,5 \text{ dB}$. Donc il nous faut un gain dynamique du correcteur tel que : $G_{\text{dBcor}}(20) = -40,5 \text{ dB}$

Or gain est de : $G_{\text{dBcor}}(20) = 20 \cdot \log K - 20 \cdot \log 20 + 10 \cdot \log(1 + (20 \times 0,154)^2)$

On choisit K_P tel que : $20 \cdot \log K_P = -40,5 + 20 \cdot \log 20 - 10 \cdot \log(1 + (20 \times 0,154)^2) = -24,7 \text{ dB}$

Soit : $K_P = 10^{-24,7/20} = 0,058 \text{ V.inc}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

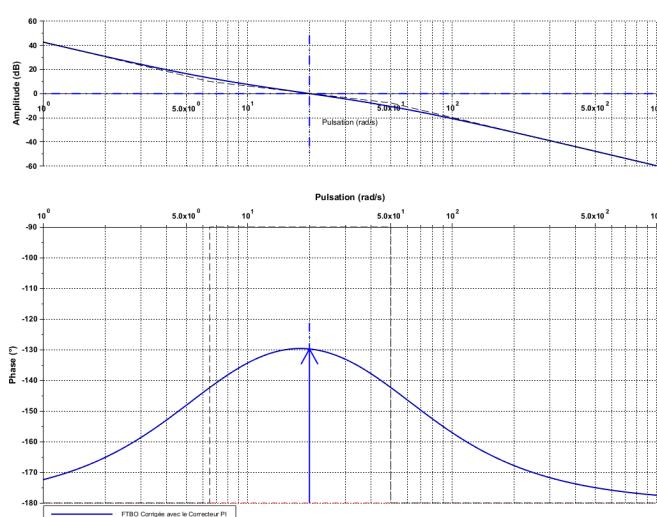
D'où le correcteur PI retenu :

$$C(p) = \frac{0,058 \cdot (1 + 0,154 \cdot p)}{p}$$

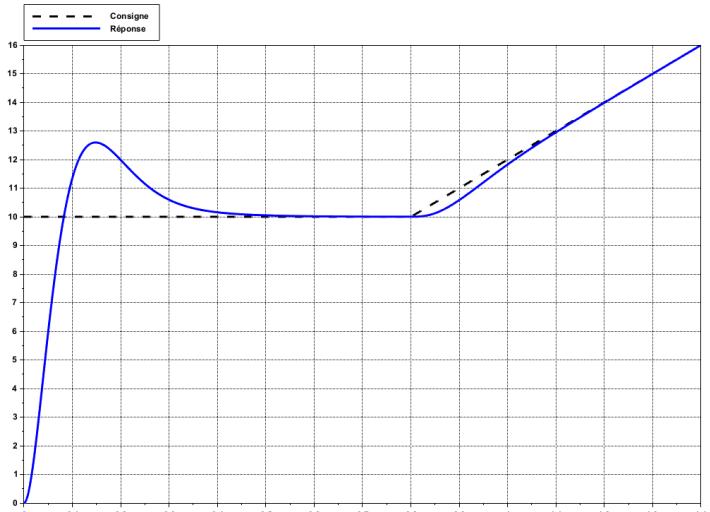
3.2- Par son dimensionnement ce correcteur permet de vérifier les critères de stabilité ($M_\varphi \geq 50^\circ$) et de rapidité ($\omega_{0\text{dB}} \geq 20 \text{ rad.s}^{-1}$). D'autre part il introduit un second intégrateur dans la FTBO donc les erreurs dues à une consigne en échelon ou en rampe sont nulles. De plus ce second intégrateur est en amont de la perturbation donc l'erreur due à un échelon de perturbation est nulle. Ce correcteur permet donc de respecter les deux critères de précision ($\varepsilon_{\text{st}} \leq 0,05 \text{ mm}$ et $\varepsilon_{\text{tt}} \leq 0,2 \text{ mm}$).

Donc ce correcteur PI permet de respecter tous les critères du cahier des charges.

Une simulation permet d'obtenir la réponse fréquentielle de la FTBO ainsi que la réponse temporelle de la FTBF à un échelon de 10 mm puis d'une rampe de pente 10 mm.s^{-1} .



Réponse fréquentielle de la FTBO



Réponse temporelle de la FTBF

L'ensemble du cahier des charges est donc bien vérifié