

TD4 : Mécanisme de fermeture : Corrigé

1- Vitesse et accélération du centre d'inertie du rouleau 2

Par la relation de Varignon : $\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{O \in 1/0} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OA}$

Or O étant le centre de la liaison pivot entre 1 et 0 : $\vec{V}_{O \in 1/0} = \vec{0}$

Donc : $\vec{V}_{A \in 1/0} = \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 \wedge d \cdot \vec{y}_1 = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1$

Or A étant le centre de la liaison pivot entre 2 et 1 : $\vec{V}_{A \in 1/0} = \vec{V}_{A \in 2/0}$

On en déduit donc : $\vec{V}_{A \in 2/0} = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1$

On a : $\vec{\Gamma}_{A \in 2/0} = \left(\frac{d \vec{V}_{A \in 2/0}}{dt} \right)_{\mathcal{B}_0} = \left(\frac{d \vec{V}_{A \in 2/0}}{dt} \right)_{\mathcal{B}_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{V}_{A \in 2/0} = d \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 + \dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1 \wedge d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1$

On en déduit donc : $\vec{\Gamma}_{A \in 2/0} = d \cdot \ddot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - d \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{y}_1$

2- Relations entre les paramètres cinématiques α , β et v

Par la relation de Varignon : $\vec{V}_{I \in 2/0} = \vec{V}_{A \in 2/0} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{AI} = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 + \beta \cdot \vec{x}_0 \wedge R \cdot \vec{z}_0$

On en déduit donc : $\vec{V}_{I \in 2/0} = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - R \cdot \beta \cdot \vec{y}_0$

Par composition des vitesses : $\vec{V}_{I \in 3/0} = \vec{V}_{I \in 3/2} + \vec{V}_{I \in 2/0}$

Or il y a roulement sans glissement entre 3 et 2 au point I. Donc : $\vec{V}_{I \in 3/2} = \vec{0}$

On a donc : $\vec{V}_{I \in 3/0} = \vec{V}_{I \in 2/0} = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - R \cdot \beta \cdot \vec{y}_0$

D'autre par le mouvement de 3 par rapport à 0 est une translation (liaison glissière). On a donc : $\vec{V}_{I \in 3/0} = \vec{V}_{G_3 \in 3/0} = v \cdot \vec{z}_0$. On en déduit : $v \cdot \vec{z}_0 = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 - R \cdot \beta \cdot \vec{y}_0$. On obtient donc par projection :

$$\text{Sur } \vec{z}_0 : \quad v = d \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \alpha \quad \text{Sur } \vec{y}_0 : \quad 0 = -d \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha - R \cdot \beta$$

$$\text{Soit :} \quad \beta = -\frac{d}{R} \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \alpha$$

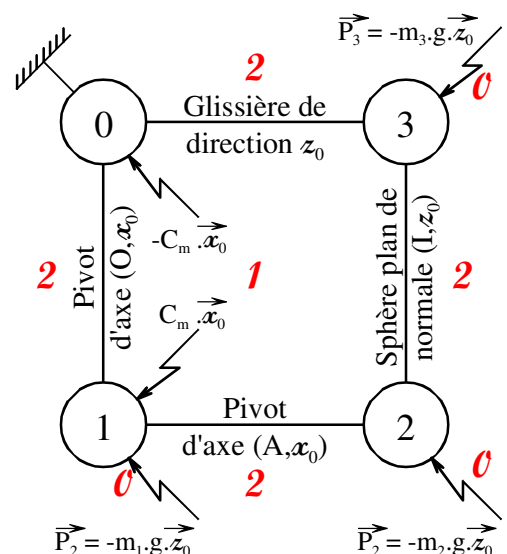
Par dérivation par rapport au temps on obtient alors : $\dot{v} = d \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \cos \alpha - \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \alpha)$

$$\text{Et :} \quad \dot{\beta} = -\frac{d}{R} \cdot (\ddot{\alpha} \cdot \sin \alpha + \dot{\alpha}^2 \cdot \cos \alpha)$$

3- Graphe de structure

Remarques :

- ☞ En rouge le nombre d'inconnues de chacune des actions.
- ☞ Les actions de liaison pivot ont 2 inconnues car il s'agit de liaisons pivot d'axe $\vec{x}_0$ pour un problème plan (O, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$). Ce sont des glisseurs d'axe passant par O et A.
- ☞ L'action de liaison glissière a 2 inconnues car il s'agit d'une liaison de direction $\vec{z}_0$ pour un problème plan (O, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$).
- ☞ L'action de liaison ponctuelle a deux inconnues car la liaison est avec adhérence (Roulement sans glissement) et on a un problème plan (O, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$).
- ☞ Le couple moteur à une seule inconnue. Les poids de 1 n'a pas d'inconnue car masse et accélération gravitationnelle connues.



4- Ordonnancement des isolements

On isole {3} et on applique un TRD projeté sur $\vec{z}_0$:

Trois actions et 4 inconnues. Mais la résultante de l'action de $0 \rightarrow 3$ n'ayant pas de composante sur $\vec{z}_0$ on peut en déduire celle de l'action de $2 \rightarrow 3$: $Z_{23} = -Z_{32}$.

On isole {2} et on applique un TMD en A projeté sur $\vec{x}_0$:

Trois actions et 3 inconnues. Le moment en A de l'action de $1 \rightarrow 2$ étant nul, et la composante sur $\vec{z}_0$ de l'action de $3 \rightarrow 2$ (Z_{32}) étant connue on peut en déduire la composante de cette même action sur $\vec{y}_0$: Y_{32}

On isole {1,2} et on applique un TMD en O projeté sur $\vec{x}_0$:

Cinq actions et 3 inconnues. Le moment en O de l'action de $0 \rightarrow 1$ étant nul, et l'action de $3 \rightarrow 2$ étant connue on peut en déduire le couple moteur : C_m

