

**DM1 – MP****Robot industriel****Pour le 24-09-26****Mise en situation**

Le système étudié est un robot industriel destiné à la manutention de pièces lourdes. Ce robot a une structure en parallélogramme déformable qui lui permet de déplacer son poignet dans l'aire de travail.

**Modélisation :** Ce robot est constitué de 6 solides :

- ☞ Le bâti 0 qui est lié au sol (Repère galiléen)
- ☞ Le balancier 1 qui a une masse  $m_1$  et qui est lié au bâti 0 par une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .
- ☞ Le levier 2 qui a une masse  $m_2$  et qui est lié au bâti 0 par une liaison pivot d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .
- ☞ Le bras 3 qui a une masse  $m_3$  et qui est lié au balancier 1 par une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .
- ☞ La bielle 4 est liée au levier 2 par une liaison pivot d'axe  $(E, \vec{z}_0)$  ainsi qu'au bras 3 par une autre liaison pivot d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ .
- ☞ La charge 5 de masse  $m_5$  est fixée au poignet du bras 3 (liaison encastrement) à l'extrémité J du bras.

**Dimensions et paramétrage**

On associe à chaque solide  $i$  une base orthonormée directe  $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ .

On pose les deux paramètres angulaires :

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$$

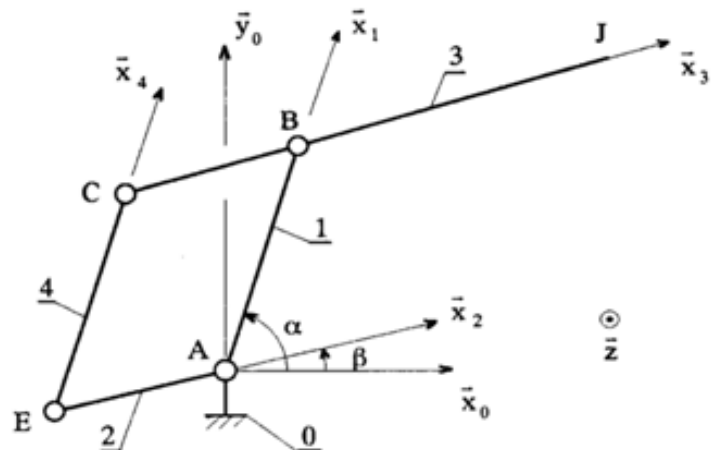
$$\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$$

On donne les dimensions suivantes :

$$\overrightarrow{AB} = \ell \cdot \vec{x}_1 \quad \overrightarrow{EA} = d \cdot \vec{x}_2 \quad \overrightarrow{EC} = \ell \cdot \vec{x}_4$$

$$\overrightarrow{CB} = d \cdot \vec{x}_3 \quad \overrightarrow{BJ} = h \cdot \vec{x}_3$$

On a donc :  $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{EC}\|$  et  $\|\overrightarrow{EA}\| = \|\overrightarrow{CB}\|$

**Hypothèses**

- ☞ On néglige le poids et l'inertie du levier 2 et de la bielle 4. L'accélération gravitationnelle est définie par le vecteur  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ .
- ☞ La charge 5 est assimilée à une masse ponctuelle  $m_5$  de centre de gravité J.
- ☞ Le balancier 1 et le bras 3 sont assimilés à des barres homogènes de longueurs respectives  $\ell$  et  $(d + h)$  dont les sections sont faibles devant leur longueur respective.
- ☞ Le bras 3 a une masse  $m_3$  et un centre de gravité  $G_3$  tel que  $\overrightarrow{BG_3} = \frac{h-d}{2} \cdot \vec{x}_3$
- ☞ Le balancier 1 a une masse  $m_1$  et un centre de gravité  $G_1$  tel que :  $\overrightarrow{AG_1} = \frac{\ell}{2} \cdot \vec{x}_1$
- ☞ Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites
- ☞ Les deux liaisons de centre A avec le bâti sont motorisées. On a donc deux couples  $\vec{C}_{m1} = C_{m1} \cdot \vec{z}_0$  et  $\vec{C}_{m2} = C_{m2} \cdot \vec{z}_0$  s'exerçant respectivement entre le bâti 0 le balancier 1 et entre la bâti 0 et le levier 2.

**Objectif**

L'objectif du problème est de déterminer l'expression de la valeur maximale du couple moteur  $C_{m1}$  dans le cas où levier 2 est fixe et horizontal, afin de dimensionner ce moteur.

## Travail demandé

1- Justifier que quelque soit la position du robot,  $\vec{x}_4 = \vec{x}_1$  et  $\vec{x}_3 = \vec{x}_2$ .

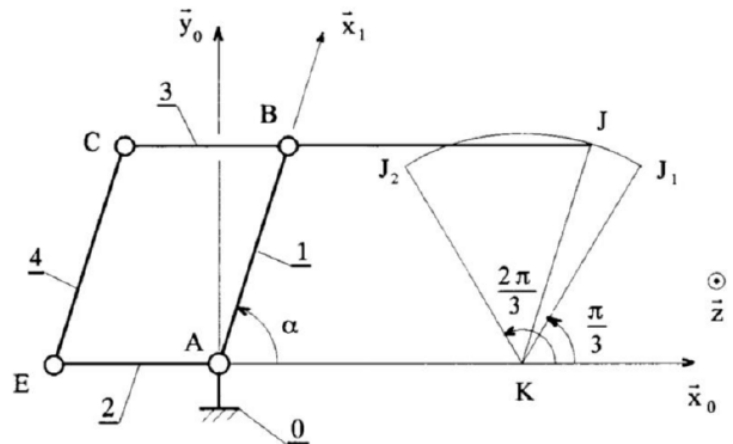
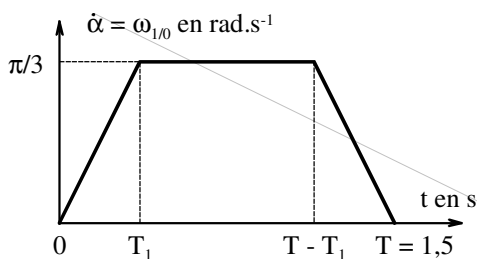
2- On suppose pour cette question et la suite du problème que le problème peut se ramener à un problème plan (A,  $\vec{x}_0$ ,  $\vec{y}_0$ ). Réaliser un graphe de structure du mécanisme. Vous ajouterez à ces liaisons les actions extérieures s'appliquant sur les solides et donnerez pour toutes les actions (extérieures ou de liaison) leur nombre d'inconnues (Le problème étant plan)

3- Isoler la bielle 4 et justifier que les actions des liaisons en E et C sont respectivement des forces  $\vec{F}_{2 \rightarrow 4}$  et  $\vec{F}_{3 \rightarrow 4}$  de support (EC) = (E,  $\vec{x}_1$ ) (Soit des glisseurs d'axe (E,  $\vec{x}_1$ )).

Pour la suite du problème on se place dans le cas particulier où le levier est immobile et horizontal :  $\beta = \beta_0 = 0$ .

On étudie le déplacement de la charge 5 du point  $J_1$  au point  $J_2$ . Pour cela la course du balancier est de  $\frac{\pi}{3}$  rad :  $\alpha \in \left[ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \right]$

Le déplacement est un déplacement en trapèze des vitesses, sur une durée  $T = 1,5$  s.



Les phases d'accélération et de décélération (phase 1 et phase 3) ont la même durée  $T_1$ .

La vitesse maximale de rotation du balancier est de :

$$\dot{\alpha}_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad.s}^{-1}. \text{ C'est la vitesse de rotation sur la phase 2.}$$

4- Déterminer la durée  $T_1$  des phases d'accélération et de décélération, et en déduire l'accélération angulaire du balancier  $\ddot{\alpha}_1$  sur la phase 1 d'accélération.

5- Justifier que le mouvement du bras 3 et de la charge 5 par rapport au bâti 0 sont des mouvements de translation. Et en déduire, en fonction de  $l$ ,  $\dot{\alpha}$  et  $\ddot{\alpha}$ , l'expression des vecteurs accélérations des centres de gravité du bras 3 et de la charge 5 :  $\vec{a}_{G3 \in 3/0} = \vec{a}_{J \in 5/0}$ .

6- En isolant l'ensemble {Bras 3 + Charge 5}, déterminer les composantes, dans la base  $\mathcal{B}_1$ , des actions en B et C en fonction de  $d$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $g$ ,  $m_3$ ,  $m_5$ ,  $\alpha$ ,  $\dot{\alpha}$  et  $\ddot{\alpha}$ .

On utilisera les notations suivantes :  $\vec{F}_{4 \rightarrow 3} = X_{43} \cdot \vec{x}_1$  et  $\vec{F}_{1 \rightarrow 3} = X_{13} \cdot \vec{x}_1 + Y_{13} \cdot \vec{y}_1$

Où :  $\vec{F}_{1 \rightarrow 3}$  et  $\vec{F}_{4 \rightarrow 3}$  sont les résultantes des actions de 1 et 4 sur 3

7- Montrer que la valeur minimale (maximale en valeur absolue) de la composante suivant  $\vec{y}_1$  de  $\vec{F}_{3 \rightarrow 1}$  la résultante de l'action de 3 sur 1 :  $Y_{31} = \vec{F}_{3 \rightarrow 1} \cdot \vec{y}_1$  est obtenue au début de la phase 1 et est de :

$$Y_{31\min} = - (m_3 + m_5) \cdot \left( \frac{2\pi}{3} \cdot l + \frac{g}{2} \right).$$

8- Le balancier est assimilé à une barre homogène de longueur  $l$  et de section faible, Déterminer en fonction de  $l$ ,  $d$ ,  $h$  et  $m_1$ ,  $I_{A1} = I_{Az_0}(1)$  le moment d'inertie du balancier 1 par rapport à l'axe (A,  $\vec{z}_0$ ).

9- En isolant le balancier 1, déterminer la valeur maximale du couple moteur  $C_{m1}$ . En fonction de  $m_1$ ,  $m_3$ ,  $m_5$ ,  $l$  et  $g$ .