

Axe de robot chirurgical - Corrigé

- ① Etant donné le roulement sans glissement des galets sur la pince, on a $V(t) = R_g \cdot \omega_e(t)$

D'autre part la courroie de transmission ne glissant pas sur les poulies : $\omega_e(t) = \frac{R_i}{R_e} \omega_i(t)$

Enfin, on a : $\omega_i(t) = r \cdot \omega_m(t)$

Donc $V(t) = r \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot R_g \cdot \omega_m(t) = \rho \cdot \omega_m(t)$ avec $\rho = r \frac{R_i}{R_e} R_g$

- ② L'ensemble E est constitué de pièces en :

→ Translation : Pince à la vitesse $V(t)$, courroies d'entraînement à la vitesse $\omega_i(t) \cdot R_i$, de transmission ($\times 4$) à la vitesse $\omega_e(t) \cdot R_{pg}$

→ Rotation autour d'axes fixes : Rotor ($\omega_m(t)$), Reducteur poulies de rayon R_i, R_e et pignons ($\times 2$) ($\omega_i(t)$), Galets ($\times 6$) et poulies de galet ($\times 8$) ($\omega_e(t)$)

On a donc l'expression de l'énergie cinétique

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2} I_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} I_r \omega_i^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 + \frac{1}{2} I_e \omega_e^2 + 2 \times \frac{1}{2} I_p \omega_e^2 + 6 \times \frac{1}{2} I_g \omega_e^2 + 8 \times \frac{1}{2} I_{pg} \omega_e^2 + \frac{1}{2} m_4 V^2 + \frac{1}{2} m_e R_i^2 \omega_i^2 + 4 \times \frac{1}{2} m_{pg} R_{pg}^2 \omega_e^2$$

Sachant que $\omega_i = r \omega_m$, $\omega_e = r \frac{R_i}{R_e} \omega_m$ et $V = r \frac{R_i}{R_e} R_g \omega_m$

$$E_c(E/0) = \frac{1}{2} \left[I_m + r^2 (I_r + I_i + m_e R_i^2) + r^2 \frac{R_i^2}{R_e^2} (I_e + 2 I_p + 6 I_g + 8 I_{pg}) + r^2 \frac{R_i^2}{R_e^2} R_g^2 m_4 + 4 \times r^2 \frac{R_i^2}{R_e^2} R_{pg}^2 m_{pg} \right] \omega_m^2$$

soit finalement : $E_c(E/0) = \frac{1}{2} J_e \omega_m^2$ avec

$$J_e = I_m + r^2 \left[I_r + I_i + m_e R_i^2 + \frac{R_i^2}{R_e^2} (I_e + 2 I_p + 6 I_g + 8 I_{pg} + m_4 R_g^2 + 4 m_{pg} R_{pg}^2) \right]$$

③ On suppose que toutes les liaisons pivots avec le bâti, du rotor des pignons poulies et galets sont parfaites. Ces puissances sont donc nulles. 2/3

Reste les puissances des autres actions extérieures:

→ Le couple moteur: $P(\text{Cm} \rightarrow \text{rotor} / 0) = C_m \vec{\omega}_0 \cdot \vec{\omega}_m \vec{x}_0 = C_m \omega_m$

→ L'action du ressort sur la pince 4 :

$$P(\text{Ressort} \rightarrow 4 / 0) = \overrightarrow{R_{\text{ressort} \rightarrow 4}} \cdot \overrightarrow{V_{0_4 E / 0}} = -k z(t) \vec{z}_0 \cdot V(t) \vec{z}_0$$

$$\text{or } V(t) = \rho \omega_m(t) \text{ et } z(t) = \rho \theta_m(t)$$

$$\text{Donc } P(\text{Ressort} \rightarrow 4 / 0) = -k \rho^2 \theta_m \omega_m$$

→ Les action de pesanteur

$$\text{sur 4: } P(\text{pes} \rightarrow 4 / 0) = -m_4 g \vec{x}_0 \cdot V(t) \vec{z}_0 = -m_4 g \rho \omega_m(t)$$

sur les pièces en rotation: On suppose que les centres de gravité sont sur les axe de rotation.

les puissances de ces poids sont donc nulles.

D'où la somme des puissances des actions extérieures

$$\sum P(\text{Ext} \rightarrow E / 0) = C_m \omega_m - k \rho^2 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 R_g^2 \theta_m \omega_m - m_4 g \rho \frac{R_i}{R_e} R_g \omega_m$$

Les actions entre les courries, poulies, galets, pinces et pignons se faisant sans glissement, les puissances des action intérieures sont nulles.

$$\underline{\underline{\sum P(\text{Int} \rightarrow E / 0) = 0}}$$

④ l'application du théorème de l'énergie
puissances (TEC) donne :

3/3

$$\frac{d \bar{E}_c(E/o)}{dt} = \sum P(\bar{E}_{ext} \rightarrow S/o) + \sum P(\bar{E}_{int} \rightarrow S/o)$$

$$\Rightarrow J_e \frac{d w_m(t)}{dt} w_m(t) = C_m w_m - k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 R_g^2 \partial_m w_m - m_4 g r \frac{R_i}{R_e} R_g w_m$$

Soit : $J_e \dot{w}_m(t) = C_m(t) - C_{pes} - C_s(t)$ avec :

$$C_{pes} = m_4 g r \frac{R_i}{R_e} R_g \text{ et } C_s(t) = k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 R_g^2 \partial_m(t)$$

⑤ D'autre part $w_m(t) = \frac{d \Theta_m(t)}{dt}$

D'où dans le domaine de Laplace on obtient :

$$J_e p \Omega_m(p) = C_m(p) - C_{pes}(p) - C_s(p)$$

$$\Omega_m(p) = p \Theta_m(p) \text{ et } C_s(p) = k r^2 \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 R_g^2 \Theta_m(p) = k p^2 \Theta_m(p)$$

on en déduit les fonctions de transfert :

$$H_1(p) = \frac{1}{J_e p} \quad H_2(p) = \frac{1}{p} \quad \text{et} \quad H_3(p) = k p^2$$