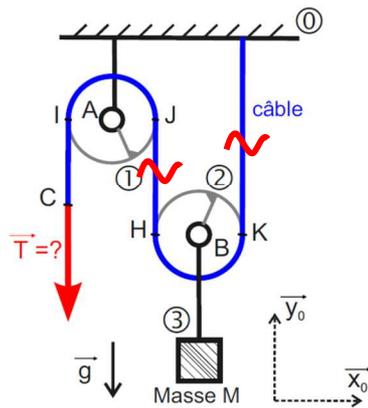


## Exercice 1

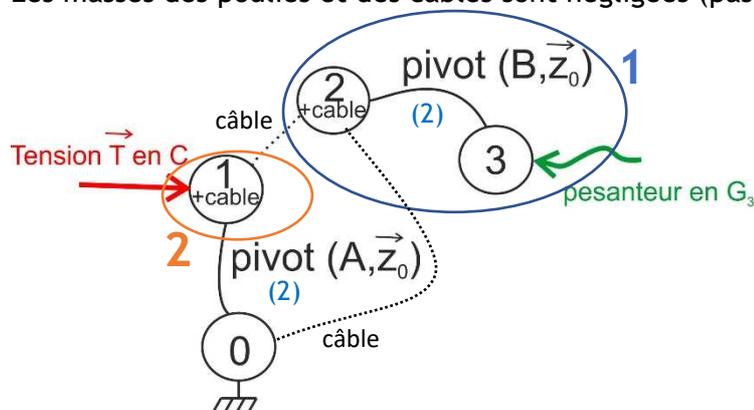


**Déterminer** la tension  $T$  à appliquer sur le câble, en fonction de la charge  $M$ , afin de maintenir le système à l'équilibre dans  $\mathcal{R}_0$  galiléen.

$$\{T_{(pes \rightarrow 3)}\} = \left\{ \begin{array}{c} -M.g.\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_3}$$

Le problème est cinématiquement plan (2 pivots d'axes colinéaires à  $\vec{z}_0$ ), le chargement est dans le plan ( $A, \vec{x}_0, \vec{y}_0$ ), on peut réaliser une étude en statique plane.

Les masses des poulies et des câbles sont négligées (pas de données...).



1. On « coupe » le câble et on isole  $S1 = \{\text{poulie 2, brins de câbles en H et en K, solide 3}\}$ ,

BAME :

- Pesanteur  $\rightarrow 3$  :  $\{T_{(pes \rightarrow 3)}\} = \left\{ \begin{array}{c} -Mg\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$  car  $B \in (G_3, \vec{y}_0)$
- Tension du câble droit en K :  $\{T_{(\text{câble } d \rightarrow S1)}\} = \left\{ \begin{array}{c} T_K\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall P \in (K, \vec{y}_0)}$
- Tension du câble gauche en H :  $\{T_{(\text{câble } g \rightarrow S1)}\} = \left\{ \begin{array}{c} T_H\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{\forall P \in (H, \vec{y}_0)}$

On applique au solide  $S1$ , à l'équilibre dans  $\mathcal{R}_0$  galiléen, le TMS en K projeté sur  $\vec{z}_0$  « pour ne pas faire intervenir l'inconnue  $T_K$  » et déterminer  $T_H$  qui « transmet » l'action connue :

$$(-Mg\vec{y}_0 \wedge \vec{BK}) \cdot \vec{z}_0 + (T_H \vec{y}_0 \wedge \vec{HK}) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$\text{soit } (-Mg\vec{y}_0 \wedge R\vec{x}_0) \cdot \vec{z}_0 + (T_H \vec{y}_0 \wedge 2R\vec{x}_0) \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$RMg + 2RT_H = 0$$

$$\boxed{T_H = \frac{Mg}{2}}$$

2. On isole  $S2 = \{\text{poulie 1, brins de câbles en I et en J}\}$ ,

BAME :

- $0 \rightarrow 1: \{T(\mathbf{0} \rightarrow \mathbf{1})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{(0 \rightarrow 1)} \\ \overrightarrow{M}_{A(0 \rightarrow 1)} \end{array} \right\}_A$  avec  $\overrightarrow{M}_{A(0 \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{z_0} = \mathbf{0}$
- Tension du câble droit en J :  $\{T(\text{câble } d \rightarrow S2)\} = -\{T(\text{câble } g \rightarrow S1)\} = -\left\{ \begin{array}{l} T_H \overrightarrow{y_0} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_J$  car  $J \in (H, \overrightarrow{y_0})$
- Tension du câble gauche en C :  $\{T(\text{câble } g \rightarrow S2)\} = \left\{ \begin{array}{l} T \overrightarrow{y_0} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\}_{\forall P \in (C, \overrightarrow{y_0})}$  et  $I \in (C, \overrightarrow{y_0})$

On applique au solide  $S2$ , à l'équilibre dans  $R0$  galiléen, le TMS en A projeté sur  $\overrightarrow{z_0}$  « pour ne pas faire intervenir les inconnues de la liaison pivot 0-1 » :

$$(-T_H \overrightarrow{y_0} \wedge \overrightarrow{JA}) \cdot \overrightarrow{z_0} + (T \overrightarrow{y_0} \wedge \overrightarrow{IA}) \cdot \overrightarrow{z_0} = \mathbf{0}$$

$$\text{soit } (-T_H \overrightarrow{y_0} \wedge -R \overrightarrow{x_0}) \cdot \overrightarrow{z_0} + (T \overrightarrow{y_0} \wedge R \overrightarrow{x_0}) \cdot \overrightarrow{z_0} = \mathbf{0}$$

$$-RT_H - RT = \mathbf{0}$$

$$\boxed{T = -T_H = -\frac{Mg}{2}} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{T} = -\frac{Mg}{2} \overrightarrow{y_0}}$$

On peut noter que même sans présager du sens de la tension  $\overrightarrow{T}$  on trouve  $\overrightarrow{T}$  orienté selon  $-\overrightarrow{y_0}$ .

L'effort à fournir pour soulever la masse est divisé par 2, c'est la fonction d'un palan : démultiplier l'effort.