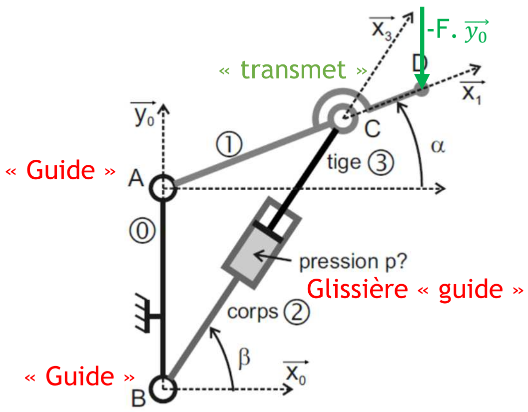
Exercice 2



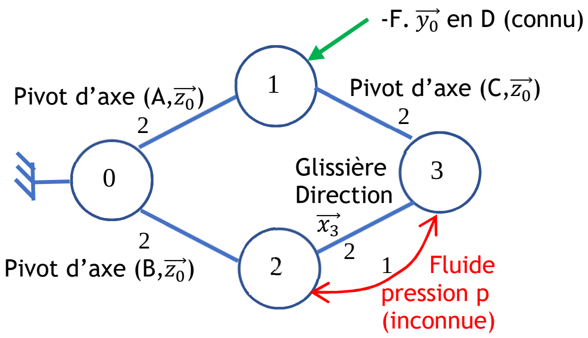
Déterminer la pression p dans le vérin en fonction de l'effort F exercé en D sur **1** et des données géométriques, afin de maintenir le système à l'équilibre dans $\mathcal{R}_0$ galiléen.

$$\overrightarrow{BA} = h.\vec{y}_0;\ \overrightarrow{AC} = \ell.\vec{x}_1;\ \overrightarrow{AD} = L.\vec{x}_1;$$

$$\left\{\mathcal{T}(ext \to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -F.\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_D$$

Hypothèses : *Le problème est plan par symétrie du chargement. On néglige l'action de la pesanteur.*

Graphe des liaisons



Is = 4*2 + 1 = 9 inconnues
Es = 3 * Nb isolements = 3*3 =9 équations
h = Is - Es = 0 ⇒ on peut résoudre.

Méthode : on isole les solides/ensembles de solides soumis à 2 glisseurs, puis on suit le cheminement de l'effort (en partant de l'action connue) sans faire intervenir les actions dans les liaisons de « guidage » car on cherche à relier les actions d'entrée et de sortie et non les actions dans les liaisons.

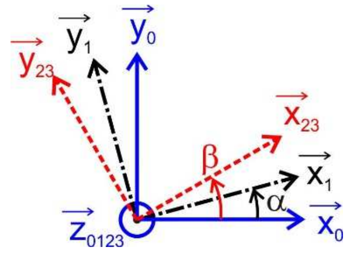
1. On isole {2+3+fluide} soumis à 2 glisseurs, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 0⟶ 2 Pivot d'axe (B,$\vec{z_0}$) : $\{T_{(0\to2)}\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_{(0\to2)}}\\ \vec{M}_{B,(0\to2)}\end{array}\right\}_B$ avec $\vec{M}_{B,(0\to2)}.\vec{z_0} = 0$
   - Action transmissible 1⟶ 3 Pivot d'axe (C,$\vec{z_0}$) : $\{T_{(1\to3)}\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_{(1\to3)}}\\ \vec{M}_{C,(1\to3)}\end{array}\right\}_C$ avec $\vec{M}_{C,(1\to3)}.\vec{z_0} = 0$

Sans démo on peut dire :
{2+3+fluide} est à l'équilibre dans R0 galiléen sous l'action de 2 glisseurs en B et C donc :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{R}_{(0\to2)}} = -\overrightarrow{\boldsymbol{R}_{(1\to3)}} = -\boldsymbol{X}_{13}.\vec{\boldsymbol{x_3}}$$

2. On isole le solide 1, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 0⟶ 1 Pivot d'axe (A,$\vec{z_0}$) : $\{T_{(0\to1)}\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_{(0\to1)}}\\ \vec{M}_{A,(0\to1)}\end{array}\right\}_A$ avec $\vec{M}_{A,(0\to1)}.\vec{z_0} = 0$
   - Action transmissible 3⟶ 1 Pivot d'axe (C,$\vec{z_0}$) : $\{T_{(3\to1)}\}=\left\{\begin{array}{c}-\overrightarrow{R_{(1\to3)}} = -X_{13}.\vec{x_3}\\ -\vec{M}_{C,(1\to3)}\end{array}\right\}_C$ $\vec{M}_{C,(1\to3)}.\vec{z_0} = 0$
   - Action extérieure glisseur -F. $\vec{y}$ en D : $\{T_{(\text{ext}\to1)}\}=\left\{\begin{array}{c}-\text{F}.\vec{y_0}\\ \vec{0}\end{array}\right\}_D$

On applique au solide 1, à l'équilibre dans R0 galiléen, le TMS en A projeté sur $\overrightarrow{z_0}$ « pour ne pas faire intervenir les inconnues dans la pivot 0-1 » et déterminer X_{02} qui « transmet » l'action connue :



$$\left(-\boldsymbol{X_{13}}.\overrightarrow{\boldsymbol{x_3}} \wedge \overrightarrow{CA}\right) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}} + \left(-F\,\overrightarrow{\boldsymbol{y_0}} \wedge \overrightarrow{DA}\right) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}} = \boldsymbol{0}$$

soit $$\left(-\boldsymbol{X_{13}}.\overrightarrow{\boldsymbol{x_3}} \wedge -\boldsymbol{\ell}\overrightarrow{x_1}\right) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}} + \left(-F\,\overrightarrow{\boldsymbol{y_0}} \wedge -L\overrightarrow{x_1}\right) \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{z_0}} = \boldsymbol{0}$$

$$-\ell.X_{13}.sin(\beta-\alpha) - L.F.\cos\alpha = 0$$

$$\boldsymbol{X_{13}} = -\frac{\boldsymbol{L.F.\cos\alpha}}{\boldsymbol{\ell.sin(\beta-\alpha)}}$$

3. On isole le solide 3, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 1→ 3 Pivot d'axe (C,$\overrightarrow{z_0}$) : $\{T_{(1\to3)}\}=\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{(1\to3)}} = X_{13}.\overrightarrow{x_3}\\ \overrightarrow{M}_{C,(1\to3)}\end{Bmatrix}_C$ avec $\overrightarrow{M}_{C,(1\to3)}.\overrightarrow{z_0} = 0$
   - Action transmissible 2→ 3 dans la glissière $\overrightarrow{x_3}$: $\{T_{(2\to3)}\}=\begin{Bmatrix}\overrightarrow{R_{(2\to3)}}\\ \overrightarrow{M}_{P,(2\to3)}\end{Bmatrix}_{\forall P}$ avec $\vec{R}_{(2\to3)}.\overrightarrow{x_3} = 0$
   - Action du fluide sur le piston (*hyp : sans frottement*) : $\{T_{\text{fluide}\to3}\}=\begin{Bmatrix}\text{p}.\text{S}.\overrightarrow{x_3}\\ \vec{0}\end{Bmatrix}_{\forall\, \text{P}\in(\text{C},\overrightarrow{x_3})}$

On applique au solide 3, à l'équilibre dans R0 galiléen, le TRS projeté sur $\overrightarrow{\boldsymbol{x_3}}$ « pour ne pas faire intervenir les inconnues dans la glissière » et déterminer p en fonction de $\boldsymbol{X_{13}}$ qui « transmet » l'action connue :

$$\boldsymbol{X_{13}} + \text{p}.\text{S} = \boldsymbol{0}$$

$$\text{p} = -\frac{\boldsymbol{X_{13}}}{S}$$

$$\boxed{\mathbf{p} = \frac{\boldsymbol{L.F.\cos\alpha}}{\boldsymbol{\ell.S.sin(\beta-\alpha)}}}$$