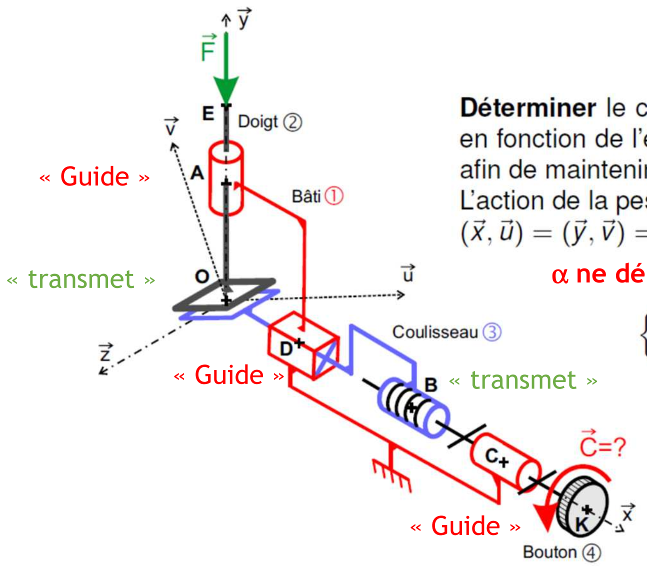
Exercice 3

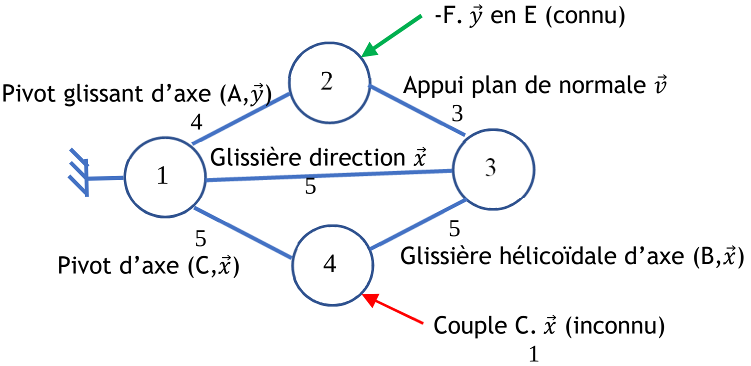


Déterminer le couple $C.\vec{x}$ à fournir au bouton de manoeuvre **4** en fonction de l'effort extérieur F et des données géométriques, afin de maintenir le système à l'équilibre dans $\mathcal{R}_1$ galiléen.
L'action de la pesanteur est négligée.
$(\vec{x}, \vec{u}) = (\vec{y}, \vec{v}) = \alpha(t)$; vis à droite de pas p

α ne dépend pas du temps !

$$\{\mathcal{T}(ext \to 2)\} = \begin{Bmatrix} -F.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$$

Graphe des liaisons



Is = 3*5 + 4 + 3 + 1 = 23 inconnues
Es = 6 * Nb isolements = 6*3 =18 équations
h = Is - Es = 5 ⇒ l'application du PFS ne nous permet pas de déterminer <u>toutes</u> les inconnues d'action mécanique, mais il est toutefois possible de trouver la relation entre F et C.

Pour cela il s'agit de déterminer les inconnues dans les liaisons qui transmettent les actions mécaniques en suivant le cheminement de l'effort, sans faire intervenir les inconnues des liaisons de « guidage ».

Hypothèse : *On néglige l'action de la pesanteur.*

1. On isole le solide 2, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 3⟶ 2 dans l'appui plan de normale $\vec{v}$:

$\{T_{(3\to2)}\}=\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(3\to2)}} \\ \vec{M}_{0,(3\to2)} \end{Bmatrix}_D$ avec $\overrightarrow{R_{(3\to2)}} = R_{32}.\vec{v}$ et $\vec{M}_{0,(3\to2)}.\vec{v} = 0$ (même forme ∀ P) ou $\{T_{(3\to2)}\}=\begin{Bmatrix} R_{32}.\vec{v} \\ L_{32}.\vec{u} + N_{32}.\vec{z} \end{Bmatrix}_D$

   - Action transmissible 1⟶ 2 dans la pivot glissant (A,$\vec{y}$) :

$\{T_{1\to2}\}=\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(1\to2)}} \\ \vec{M}_{A,(1\to2)} \end{Bmatrix}_A$ avec $\overrightarrow{R_{(1\to2)}}.\vec{y} = 0$ et $\vec{M}_{A,(1\to2)}.\vec{y} = 0$ (même forme ∀ P∈ (A, $\vec{y}$))

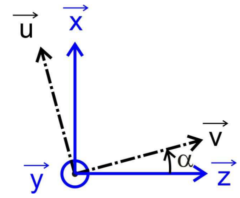
   - Action extérieure glisseur -F. $\vec{y}$ en E : $\{T_{(ext\to2)}\}=\begin{Bmatrix} -F.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$

On applique au solide 2, à l'équilibre dans R1 galiléen, le TRS projeté sur $\vec{y}$ « pour ne pas faire intervenir les inconnues dans la pivot glissant » et déterminer R_{23} qui « transmet » l'action connue :

$$R_{32}.\vec{v}.\vec{y} - F = 0$$

$$R_{32} = \frac{F}{\cos\alpha}$$

$\vec{u} = \cos\alpha.\vec{x} + \sin\alpha.\vec{y}$ et
$\vec{v} = -\sin\alpha.\vec{x} + \cos\alpha.\vec{y}$



2. On isole le solide 3, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 2→ 3 dans l'appui plan de normale $\vec{v}$: $\{T_{(2\to3)}\}$= - $\begin{Bmatrix} R_{32}.\vec{v} \\ L_{32}.\vec{u}+N_{32}.\vec{z} \end{Bmatrix}_D$
   - Action transmissible 1→ 3 dans la glissière de direction $\vec{x}$:
   $\{T_{(1\to3)}\}$=$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(1\to3)}} \\ \vec{M}_{D,(1\to3)} \end{Bmatrix}_D$ avec $\overrightarrow{R_{(1\to3)}}.\vec{x}=0$ (même forme ∀ P)
   - Action transmissible 4→ 3 dans la glissière hélicoïdale (B,$\vec{x}$) :
   $\{T_{(4\to3)}\}$=$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(4\to3)}} \\ \vec{M}_{B,(4\to3)} \end{Bmatrix}_B$ avec $\vec{M}_{B,(4\to3)}.\vec{x}=-\frac{p}{2\pi}\overrightarrow{R_{(4\to3)}}.\vec{x}$ (ou $L_{43}=-\frac{p}{2\pi}X_{43}$) si pas à droite (même forme ∀ P∈ (B, $\vec{x}$))

On applique au solide 3, à l'équilibre dans R1 galiléen, le TRS projeté sur $\vec{x}$ « pour ne pas faire intervenir les inconnues dans la glissière » et déterminer X_{43} qui « transmet » l'action connue :

$$-\boldsymbol{R_{32}.\vec{v}.\vec{x}+\overrightarrow{R_{(4\to3)}}.\vec{x}}\ =\mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{R_{32}}.\mathbf{sin}\alpha+\boldsymbol{X_{43}}\ =\mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{X_{43}}=-\boldsymbol{R_{32}}.\mathbf{sin}\alpha=-\boldsymbol{F}.\mathbf{tan}\alpha$$

3. On isole le solide 4, Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :
   - Action transmissible 1→ 4 dans la pivot (C,$\vec{x}$) :
   $\{T_{(1\to4)}\}$=$\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(1\to4)}} \\ \vec{M}_{C,(1\to4)} \end{Bmatrix}_C$ avec $\vec{M}_{C,(1\to4)}.\vec{x}=0$ (même forme ∀ P∈ (C, $\vec{x}$))
   - Action transmissible 3→ 4 dans la glissière hélicoïdale (B,$\vec{x}$) : $\{T_{(3\to4)}\}$= - $\begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{(4\to3)}} \\ \vec{M}_{B,(4\to3)} \end{Bmatrix}_B$ ∀P∈ (B, $\vec{x}$)
   - Couple extérieur C. $\vec{x}$: $\{T_{\text{ext}\to4}\}$=$\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \text{C}.\vec{x} \end{Bmatrix}_{\forall\,\text{P}}$

On applique au solide 4, à l'équilibre dans R1 galiléen, le TMS en C projeté sur $\vec{x}$ « pour ne pas faire intervenir les inconnues dans la pivot » et déterminer C en fonction de L_{43} et donc X_{43} qui « transmet » l'action connue :

$$-\boldsymbol{\vec{M}_{C,(4\to3)}.\vec{x}}+\mathbf{C}=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{C}=\boldsymbol{L_{43}}=-\boldsymbol{\frac{p}{2\pi}X_{43}}$$

$$\boxed{\mathbf{C}=\boldsymbol{\frac{p}{2\pi}F}.\mathbf{tan}\alpha}$$