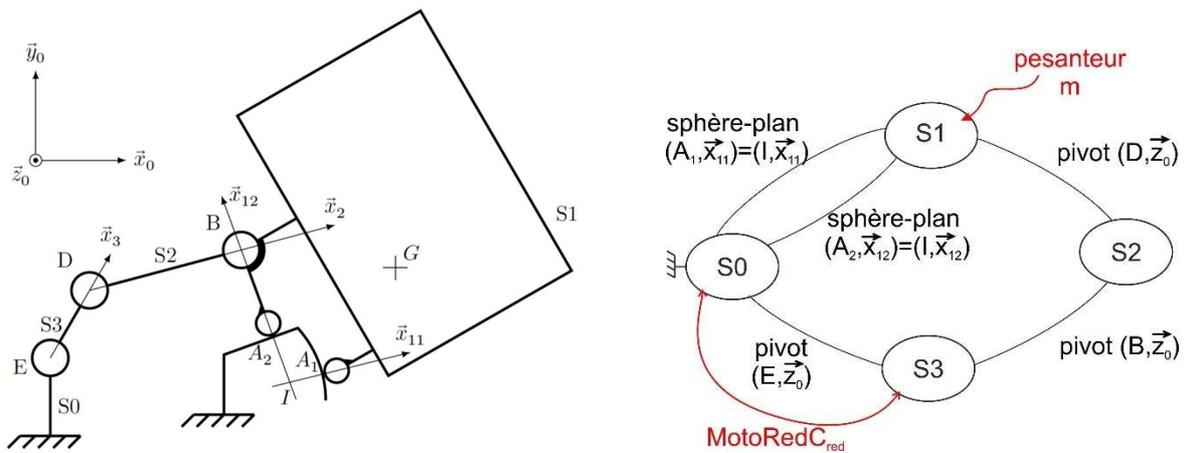


Dépose de bagages automatique (DBA) dans les aéroports
Éléments de corrigé



Q1. Déterminer la forme des torseurs $\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\}$ au point A_1 et $\{T_{S0 \rightarrow S1}^2\}$ au point A_2 des actions mécaniques des rampes du bâti S_0 s'appliquant sur le chariot S_1 . La somme des torseurs $\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\}$ et $\{T_{S0 \rightarrow S1}^2\}$ est-elle un glisseur ? Si oui, déterminer un point de son axe central.

La liaison sphère- plan de normale (A_1, \vec{x}_{11}) a pour torseur $\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\} = \begin{Bmatrix} X_1 \cdot \vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A1 \text{ ou } I}$

La liaison sphère- plan de normale (A_2, \vec{x}_{12}) a pour torseur $\{T_{S0 \rightarrow S1}^2\} = \begin{Bmatrix} X_2 \cdot \vec{x}_{12} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A2 \text{ ou } I}$

Le moment de ces 2 torseurs est nul en A_1 et A_2 respectivement, ce sont donc des glisseurs.

Le point I appartient aux axes centraux des 2 torseurs $\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\}$ et $\{T_{S0 \rightarrow S1}^2\}$, et :

$$\boxed{\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\} + \{T_{S0 \rightarrow S1}^2\} = \begin{Bmatrix} X_1 \cdot \vec{x}_{11} + X_2 \cdot \vec{x}_{12} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_I}$$

Le point I est un point de l'axe central du torseur $\{T_{S0 \rightarrow S1}^1\} + \{T_{S0 \rightarrow S1}^2\}$.

Q2. Déterminer la forme du torseur $\{T_{S2 \rightarrow S1}\}$ de l'action mécanique de la bielle S_2 sur S_1 au point B .

Montrer que $\vec{R}_{S2 \rightarrow S1} = F_B \vec{x}_2$.

On isole la bielle S_2 à l'équilibre dans R_0 galiléen soumise à 2 glisseurs en D et B (liaisons pivots en 2D) :

- pesanteur négligé,
- Pivot (B, \vec{z}_0) : $\{T_{S1 \rightarrow S2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{S1 \rightarrow S2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$ ($\vec{M}_{B, S1 \rightarrow S2} = \vec{0}$ car pb plan)
- Pivot (D, \vec{z}_0) : $\{T_{S3 \rightarrow S2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{S3 \rightarrow S2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$ ($\vec{M}_{D, S3 \rightarrow S2} = \vec{0}$ car pb plan)

TMS en D : $\vec{0} + \overrightarrow{DB} \wedge \vec{R}_{S1 \rightarrow S2} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_{S1 \rightarrow S2}$ colinéaire à \overrightarrow{DB} c'est-à-dire colinéaire à \vec{x}_2

D'où : $\boxed{\{T_{S2 \rightarrow S1}\} = \begin{Bmatrix} F_B \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B}$

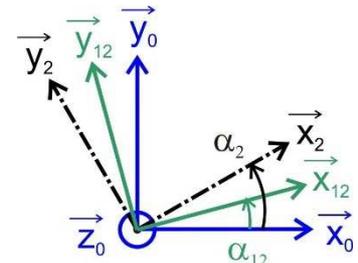
Q3. Déterminer l'expression de F_B en fonction de la masse m de $S1$, des angles α_i et des constantes du problème, on précisera le/les solide(s) isolé(s) et théorème(s) appliqué(s).

On isole $S1$, BAME :

- Pesanteur $\{T_{pes \rightarrow S1}\} = \left\{ \begin{matrix} -m \cdot g \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$
- Pivot $(B, \vec{Z}_0) : \{T_{S2 \rightarrow S1}\} = \left\{ \begin{matrix} F_B \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$ ($\overrightarrow{M_{B,S2 \rightarrow S1}} = \vec{0}$ car pb plan)
- $\{T_{S0 \rightarrow S1}^{eq}\} = \left\{ \begin{matrix} X_1 \cdot \vec{x}_{11} + X_2 \cdot \vec{x}_{12} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_I$

$S1$ à l'équilibre dans $R0$ galiléen, on applique le TMS en I projeté sur \vec{z}_0 afin d'exprimer F_B en fonction de m sans faire intervenir les inconnues des liaisons $S0 \rightarrow S1$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{I,pes \rightarrow S1}} + \overrightarrow{M_{I,S2 \rightarrow S1}} + \overrightarrow{M_{I,S0 \rightarrow S1}} \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ (\overrightarrow{IG} \wedge -m \cdot g \cdot \vec{y}_0) \cdot \vec{z}_0 + (\overrightarrow{IB} \wedge F_B \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ ((x_G \cdot \vec{x}_0 + y_G \cdot \vec{y}_0) \wedge -m \cdot g \cdot \vec{y}_0) \cdot \vec{z}_0 + ((L_2 \cdot \vec{x}_{12}) \wedge F_B \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\ -m \cdot g \cdot x_G + L_2 \cdot F_B (\vec{x}_{12} \wedge \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \end{aligned}$$



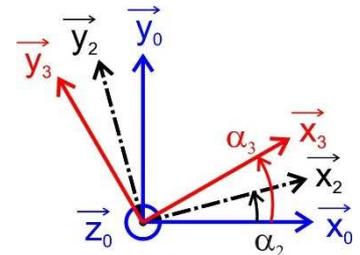
Avec $(\vec{x}_{12} \wedge \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 = (\vec{z}_0 \wedge \vec{x}_{12}) \cdot \vec{x}_2 = \vec{y}_{12} \cdot \vec{x}_2 = \sin(\alpha_2 - \alpha_{12})$

$$F_B = \frac{m \cdot g \cdot x_G}{L_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_{12})}$$

Q4. Montrer que $C_{red} + R \cdot F_B \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$.

On isole $\{S2+S3\}$, BAME :

- Pivot $(B, \vec{Z}_0) : \{T_{S1 \rightarrow S2}\} = \left\{ \begin{matrix} -F_B \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$ ($\overrightarrow{M_{B,S1 \rightarrow S2}} = \vec{0}$ car pb plan)
- Pivot $(E, \vec{Z}_0) : \{T_{S0 \rightarrow S3}\} = \left\{ \begin{matrix} R_{S0 \rightarrow S3} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_E$ ($\overrightarrow{M_{E,S0 \rightarrow S3}} = \vec{0}$ car pb plan)
- Moto-reducteur: $\{T_{MotRed \rightarrow S3}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_{Red} \cdot \vec{z}_0 \end{matrix} \right\}_{\nu P}$



$S1$ à l'équilibre dans $R0$ galiléen, on applique le TMS en E projeté sur \vec{z}_0 afin d'exprimer C_R en fonction de F_B sans faire intervenir les inconnues des liaisons $S0 \rightarrow S3$:

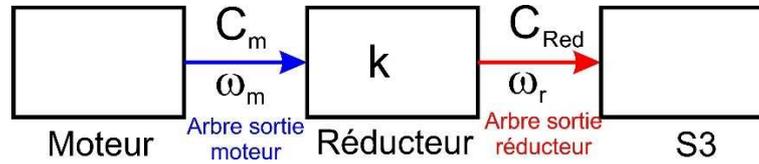
$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{E,S1 \rightarrow S2}} + \overrightarrow{M_{E,S0 \rightarrow S3}} + \overrightarrow{M_{E,MotoRed \rightarrow S3}} \cdot \vec{z}_0 &= \vec{0} \\ (\overrightarrow{EB} \wedge -F_B \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 + C_{Red} &= 0 \\ ((R \cdot \vec{x}_3 + \ell_{DB} \vec{x}_2) \wedge -F_B \cdot \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 + C_{Red} &= 0 \\ C_{Red} - R \cdot F_B \cdot (\vec{x}_3 \wedge \vec{x}_2) \cdot \vec{z}_0 = C_{Red} - R \cdot F_B \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_3) &= 0 \end{aligned}$$

$$C_{Red} + R \cdot F_B \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$$

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506 \text{ mm}$, $L_2 = 140 \text{ mm}$, $\alpha_3 = 91^\circ$, $\alpha_{12} = 108^\circ$ et $\alpha_2 = 3^\circ$.

Q5. En déduire l'expression du couple C_m qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur en fonction du poids du chariot, des angles α_i et des constantes du problème (on supposera le rendement du réducteur égal à 1). Faire l'application numérique. Conclure sur le choix du moteur.

Chaîne de transmission



Le couple en sortie du réducteur (exercé sur S3) est

$$C_{Red} = -R \cdot F_B \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = -\frac{m \cdot g \cdot x_G R \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{L_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_{12})}$$

Dans le réducteur parfait (sans perte), la puissance en entrée est égale à la puissance en sortie :

$$C_{Red} \cdot \omega_R = C_m \cdot \omega_m$$

il y a réduction de la vitesse angulaire et augmentation du couple.

$$C_m = C_{Red} \cdot \frac{\omega_R}{\omega_m} = -k \cdot \frac{m \cdot g \cdot x_G R \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{L_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_{12})}$$

Application Numérique :

$$C_m = -\frac{1}{107,7} \cdot \frac{80 \cdot 9,81 \cdot 506 \cdot 10^{-3} \cdot 86 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(91 - 3)}{140 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(3 - 108)}$$

$$\boxed{C_m = 2,34 \text{ N.m}}$$

Conclusion $C_{Nom} = 4,9 \text{ N.m} \Rightarrow C_m < C_{Nom}$ le moteur convient.

Le couple nominal d'un moteur est une caractéristique du moteur, c'est la valeur maximale du couple qu'il peut produire de manière continue sans risque de dommage.