CITROEN AMI (d'après Concours ATS 2025)

Objectif : **réaliser** le modèle mécanique de la direction afin de **valider** la valeur numérique du rayon de braquage de 7,5 m.

La Citroën AMI possède des caractéristiques géométriques intéressantes pour la circulation en ville. Ses faibles dimensions permettent une conduite très efficiente en circuit urbain avec un rayon de braquage très faible. Le modèle mécanique de la direction du véhicule est représenté sur le schéma cinématique de la figure **1**.

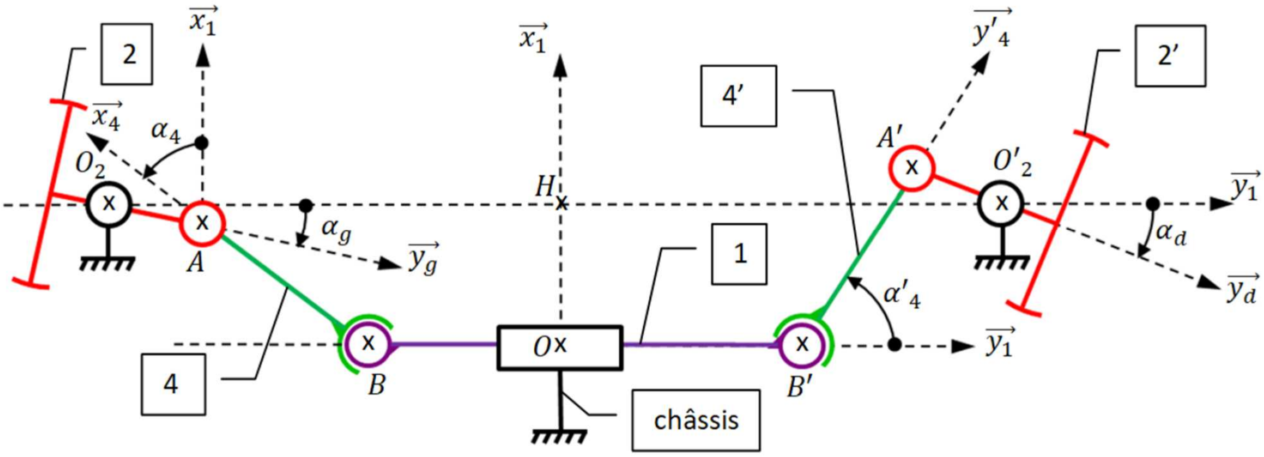

Figure 1 : schéma cinématique de la direction

La crémaillère 1 est reliée à la colonne de direction par l'intermédiaire d'un système pignon-crémaillère, l'amplitude de rotation du volant est de 2 tours (= amplitude de la rotation du pignon).
La crémaillère 1 est en liaison glissière de direction $\vec{y_1}$ avec le châssis du véhicule.
Les biellettes de direction 4 et 4' sont en liaison sphérique de centre B (respectivement B') avec la crémaillère 1. Elles sont également en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z_1})$ (respectivement $(A', \vec{z_1})$) avec les ensembles roue avant droite 2 et gauche 2′.
Les roues avant droite 2 et gauche 2′ sont en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{z_1})$ (respectivement $(O_{2'}, \vec{z_1})$) avec le châssis.

On pose :

$\overrightarrow{O_2A} = a.\vec{y_g}$	$\overrightarrow{AB} = -l.\vec{x_4}$	$\overrightarrow{A'B'} = -l'.\vec{y'_4}$
$\overrightarrow{O'_2A'} = -a.\vec{y_d}$	$\overrightarrow{O_2O'_2} = d.\vec{y_1}$	$\overrightarrow{BB'} = L.\vec{y_1}$
$\overrightarrow{OB} = -y(t).\vec{y_1}$	$\overrightarrow{OH} = e.\vec{x_1}$	$\overrightarrow{O_2H} = \frac{d}{2}.\vec{y_1}$

Q1. **Réaliser** le graphe des liaisons du mécanisme de la direction représenté sur la figure **1** et **dessiner** les figures de changement de bases associées aux angles α_4 et α_g.

Le rayon de braquage du véhicule dépend de l'angle de braquage des roues avant, il faut donc pouvoir déterminer l'amplitude de ces angles lors de la rotation de 2 tours du volant.

Q2. **Ecrire** la fermeture géométrique vectorielle $\{OBAO_2HO\}$. **En déduire** l'expression de $y(t)$ en fonction de $\alpha_g(t)$ et des constantes du problème.

Nous considérerons que la position centrale du volant, et donc de la crémaillère, correspond au couple de valeurs : $(\alpha_{g\,0} = 0°,\ y_0 = 200\ mm)$. Le rayon de la crémaillère vaut $r = 15\ mm$.

Q3. Indiquer les valeurs extrêmes (y_{min}, y_{max}) permettant de déterminer toutes les valeurs de α_g lors du déplacement complet de la crémaillère.

Un modèle numérique permet de déterminer l'évolution des angles de braquage α_d et α_g en fonction d'une rotation à gauche du volant de 1 tour à partir de la position centrale. Le résultat de cette simulation numérique est représenté sur les courbes de la figure **2**.

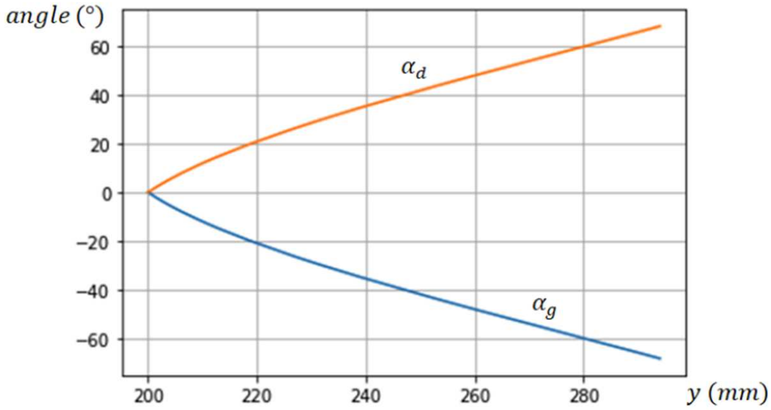

Figure 2 : évolution des angles $\boldsymbol{\alpha_d}$ et $\boldsymbol{\alpha_g}$ en fonction du déplacement de la crémaillère $\boldsymbol{y}$

Q4. Déterminer les angles de braquage maximal des roues avant.

Sur la Citroën AMI, les roues avant sont directrices et motorisées. Lors d'un virage, les vitesses des roues s'adaptent automatiquement afin d'assurer en permanence le roulement sans glissement.
Les roues arrières sont non motorisées et non directrices.
Un différentiel mécanique permet d'assurer la compatibilité des vitesses de rotation des roues avant avec la condition de roulement sans glissement.
Supposons une prise de virage vers la gauche du véhicule. Le modèle mécanique de cette étude de cas est représenté sur la figure **3**.

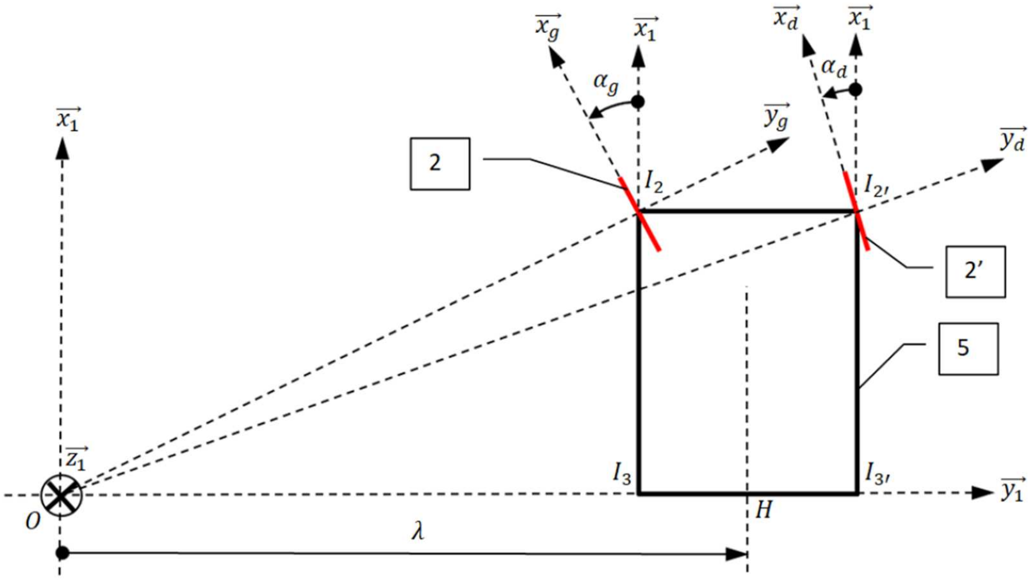

Figure 3 : modèle mécanique pour un virage vers la gauche

Le mouvement de la roue avant gauche par rapport au châssis est modélisé par le torseur cinématique suivant : $\{V_{2/5}\} = \begin{Bmatrix} \omega_g \cdot \overrightarrow{y_g} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_2}$ avec ω_g vitesse angulaire de la roue gauche 2 par rapport au châssis 5.

Le mouvement de la roue avant droite par rapport au châssis est modélisé par le torseur cinématique suivant : $\{V_{2'/5}\} = \begin{Bmatrix} \omega_d \cdot \overrightarrow{y_d} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_{2'}}$ avec ω_d vitesse angulaire de la roue droite 2' par rapport au châssis 5.

Le mouvement du châssis 5 du véhicule par rapport au sol 0 est représenté par le torseur cinématique suivant : $\{V_{5/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{50} \cdot \overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O}$ avec ω_{50} vitesse angulaire du châssis par rapport au sol.

Il s'agit d'une rotation autour du point O.

Pour assurer ce virage, le conducteur actionne la colonne direction en orientant les roues avant 2 et 2' d'un angle de braquage α_g et α_d par rapport au châssis.
Il sera supposé dans toute cette partie que la condition de roulement sans glissement est assurée pour tous les points de contact entre les 4 roues et le sol en I_2, $I_{2'}$, I_3 et $I_{3'}$. Les centres des roues sont notés O_2, $O_{2'}$, O_3 et $O_{3'}$. Le rayon de braquage du véhicule est la longueur $\|\overrightarrow{OH}\| = \lambda$.

On pose :

$\overrightarrow{I_2I_{2'}} = d.\overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{OH} = \lambda.\overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_{3'}I_{2'}} = L.\overrightarrow{x_1}$
$\overrightarrow{I_3I_{3'}} = d.\overrightarrow{y_1}$	$\overrightarrow{I_3I_2} = L.\overrightarrow{x_1}$	$\overrightarrow{HI_{3'}} = \frac{d}{2}.\overrightarrow{y_1}$
$\overrightarrow{I_2O_2} = \overrightarrow{I_{2'}O_{2'}} = -R.\overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_3O_3} = \overrightarrow{I_{3'}O_{3'}} = -R.\overrightarrow{z_1}$	$\overrightarrow{I_2O} = -l.\overrightarrow{y_g}$ $\overrightarrow{I_{2'}O} = -l'.\overrightarrow{y_d}$

avec L = 1,85 m et d = 1,23 m.

Q5. Déterminer la relation entre α_d, d, L et λ, puis celle entre α_g, d, L et λ. **En déduire** les valeurs numériques de α_d et α_g pour assurer un rayon de braquage λ = 7,5 m. En comparaison avec les valeurs déterminées Q4, **conclure** quant au respect de l'exigence 1.3.1.

Q6. Traduire la condition de roulement sans glissement en I_2, puis **déterminer** l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant gauche 2, notée ω_g, en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et l.

Q7. Sans calcul, **en déduire** l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant droite 2', notée ω_d, en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et l'. **Exprimer** le rapport des vitesses entre les roues gauche et droite noté $\frac{\omega_g}{\omega_d}$ en fonction de α_d et α_g. **Conclure** sur le rôle du différentiel pour respecter l'exigence 1.3.1.

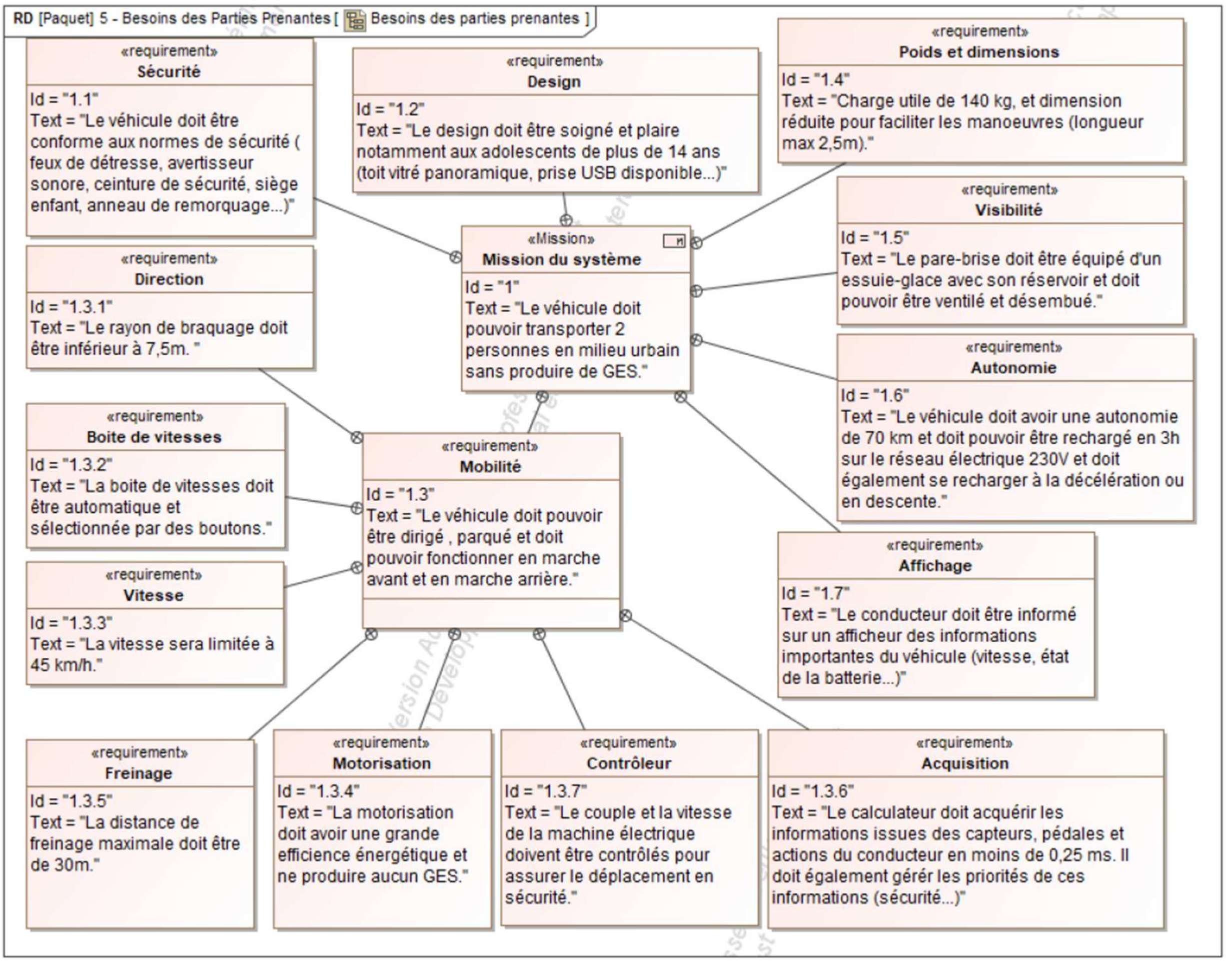

Figure 4 : diagramme des exigences