CITROEN AMI (d'après Concours ATS 2025) CORRIGÉ

3. Validation de l'exigence 1.3.1

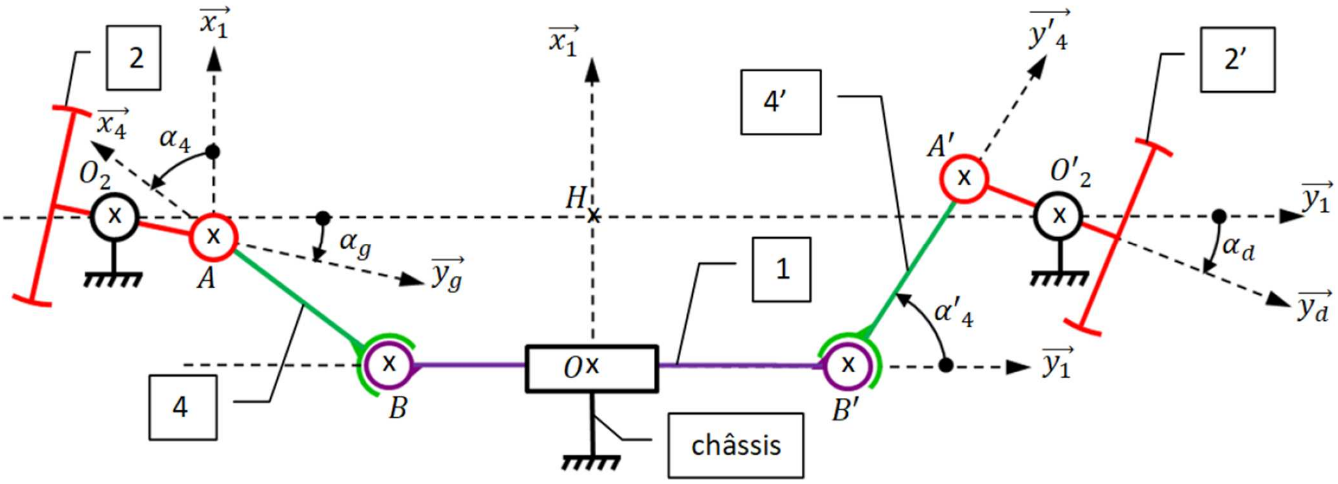
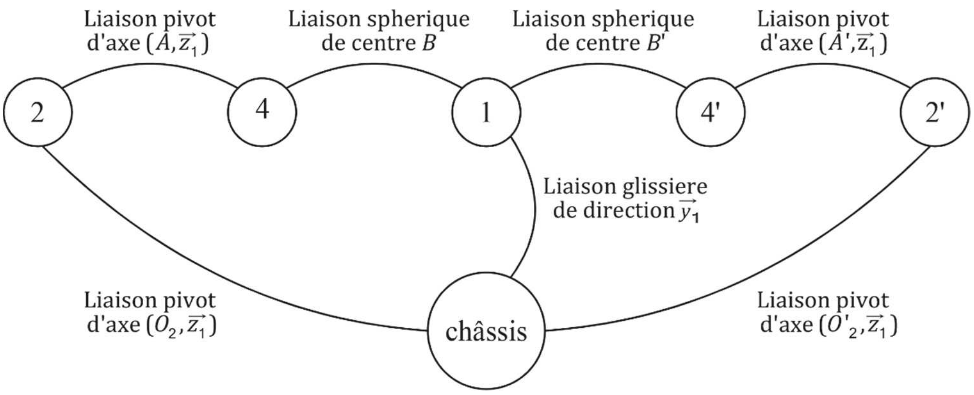
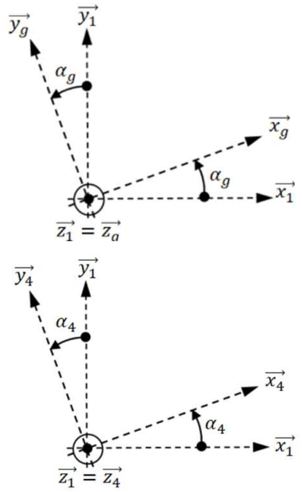


Figure 1 : schéma cinématique de la direction

Q1. **Réaliser** le graphe des liaisons du mécanisme de la direction représenté sur la figure 6 et **dessiner** les figures de changement de bases associées aux angles α_4 et α_g.





Q2. **Ecrire** la fermeture géométrique vectorielle $\{OBAO_2HO\}$. **En déduire** l'expression de $y(t)$ en fonction de $\alpha_g(t)$ et des constantes du problème.

$$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AO_2}+\overrightarrow{O_2H}+\overrightarrow{HO}=\vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad -y(t)\vec{y_1}+l\vec{x_4}-a\vec{y_g}+\frac{d}{2}\vec{y_1}-e\vec{x_1}=\vec{0}$$

La projection de l'expression obtenue à la question précédente sur la base $(\vec{x_1},\vec{y_1})$ permet d'obtenir le système d'équations suivant :

$$\begin{array}{l} /\vec{x_1} \\ /\vec{y_1} \end{array}\begin{cases} l\cos\alpha_4+a\sin\alpha_g-e=0 \\ -y(t)+l\sin\alpha_4-a\cos\alpha_g+\dfrac{d}{2}=0 \end{cases}$$

Pour éliminer l'angle α_4 et obtenir l'expression demandée, on utilise la relation $\cos^2\alpha_4+\sin^2\alpha_4=1$.

$$\begin{cases} \ell\cos\alpha_4=-a\sin\alpha_g+e \\ \ell\sin\alpha_4=y(t)+a\cos\alpha_g-\dfrac{d}{2} \end{cases} \Rightarrow \ell^2=\left(-a\sin\alpha_g+e\right)^2+\left(y(t)+a\cos\alpha_g-\frac{d}{2}\right)^2$$

En isolant $y(t)$: $\left(y(t) + a\cos\alpha_g - \frac{d}{2}\right)^2 = \ell^2 - \left(-a\sin\alpha_g + e\right)^2$.

$\Rightarrow \quad y(t) + a\cos\alpha_g - \frac{d}{2} = \pm\sqrt{\ell^2 - \left(-a\sin\alpha_g + e\right)^2}$.

Or, $y(t) + a\cos\alpha_g - \frac{d}{2} < 0$ donc $y(t) + a\cos\alpha_g - \frac{d}{2} = -\sqrt{\ell^2 - \left(-a\sin\alpha_g + e\right)^2}$.

$$\boxed{y(t) = \frac{d}{2} - a\cos\alpha_g - \sqrt{\ell^2 - \left(-a\sin\alpha_g + e\right)^2}}$$

Q3. Indiquer les valeurs extrêmes (y_{min}, y_{max}) pour déterminer toutes les valeurs de α_g lors du déplacement complet de la crémaillère.

L'amplitude de rotation du volant étant de deux tours et la position centrale correspondant à $\alpha_g = 0$, il n'est possible pour le conducteur de faire au maximum qu'un tour de volant, soit à gauche, soit à droite, à partir de la position centrale.
On a la variation du déplacement de la crémaillère qui vaut $\Delta y = R_c \Delta\theta$ avec R_c le rayon de la crémaillère et $\Delta\theta$ la variation de l'angle du volant.
Pour un tour complet de volant, on a donc $\Delta y = 2\pi \times 15.10^{-3} = 94{,}2\ mm$.
Ainsi $y_{min} = y_{ini} - \Delta y = 200 - 94{,}2$, soit $\boxed{y_{min} = 105{,}8\ mm}$

et $y_{max} = y_{ini} + \Delta y = 200 + 94{,}2$, soit $\boxed{y_{max} = 294{,}2\ mm}$.

Q4. Déterminer les angles de braquage maximal des roues avant.

D'après la figure 2 ci-contre, les angles de braquage maximal des roues avant sont de 70° en valeur absolue.

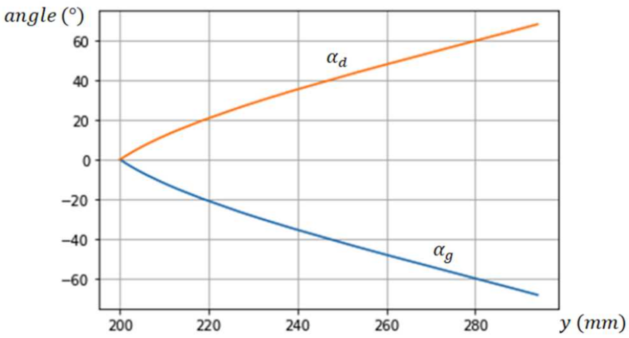


Figure 2 : évolution des angles $\boldsymbol{\alpha_d}$ et $\boldsymbol{\alpha_g}$ en fonction du déplacement de la crémaillère $\boldsymbol{y}$

Q5. Déterminer la relation entre α_d, d, L et λ, puis celle entre α_g, d, L et λ. **En déduire** les valeurs numériques de α_d et α_g pour assurer un rayon de braquage $\lambda = 7{,}5\ m$. En comparaison avec les valeurs déterminées Q4, **conclure** quant au respect de l'exigence 1.3.1.

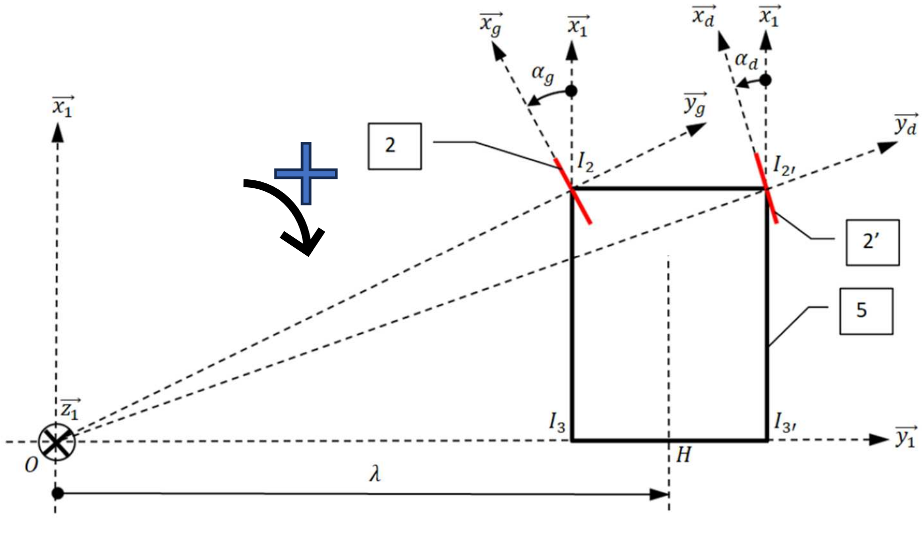


Figure 3 : modèle mécanique pour un virage vers la gauche

D'après la figure 3 ci-dessus, $\boxed{\tan\alpha_g = -\frac{L}{\lambda - \frac{d}{2}}}$ et $\boxed{\tan\alpha_d = -\frac{L}{\lambda + \frac{d}{2}}}$ (les angles sont négatifs sur la figure 3).

L'application numérique donne :

$$\alpha_g = \text{atan}\left(-\frac{1{,}85}{7{,}5 - \frac{1{,}23}{2}}\right) \Leftrightarrow \boxed{\alpha_g = -15°}$$

$$\alpha_d = \text{atan}\left(-\frac{1{,}85}{7{,}5 + \frac{1{,}23}{2}}\right) \Leftrightarrow \boxed{\alpha_d = -12{,}84°}$$

Les deux angles obtenus sont bien inférieurs à 70°. Le mécanisme de direction permet donc bien d'avoir un rayon de braquage plus petit que $7{,}5\ m$ et l'exigence 1.3.1 est bien respectée.

Q6. Traduire la condition de roulement sans glissement en I_2, puis **déterminer** l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant gauche 2, notée ω_g, en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et l.

La condition de roulement sans glissement en I_2 entre la Roue gauche 2 et le sol 0 s'écrit $\overrightarrow{V_{I_2\in 2/0}} = \vec{0}$.
Or par composition des vitesses $\overrightarrow{V_{I_2\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{I_2\in 2/5}} + \overrightarrow{V_{I_2\in 5/0}}$.
Avec :

- $\overrightarrow{V_{I_2\in 2/5}} = \overrightarrow{V_{O_2\in 2/5}} + \overrightarrow{I_2O_2} \wedge \omega_g\overrightarrow{y_g} = -R\overrightarrow{z_1} \wedge \omega_g\overrightarrow{y_g} = R\omega_g\overrightarrow{x_g}$
- $\overrightarrow{V_{I_2\in 5/0}} = \overrightarrow{V_{O\in 5/0}} + \overrightarrow{I_2O} \wedge \omega_{50}\overrightarrow{z_1} = -\ell.\overrightarrow{y_g} \wedge \omega_{50}\overrightarrow{z_1} = -\ell.\omega_{50}\overrightarrow{x_g}$

Finalement $R\omega_g\overrightarrow{x_g} - \ell.\omega_{50}\overrightarrow{x_g} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\omega_g = \frac{\ell.\omega_{50}}{R}}$

Q7. Sans calcul, **en déduire** l'expression de la vitesse angulaire de la roue avant droite 2', notée ω_d, en fonction de la vitesse angulaire du véhicule par rapport au sol ω_{50} et des longueurs R et ℓ'. **Exprimer** le rapport des vitesses entre les roues gauche et droite noté $\frac{\omega_g}{\omega_d}$ en fonction de α_d et α_g. **Conclure** sur le rôle du différentiel pour respecter l'exigence 1.3.1.

Par analogie, $\boxed{\omega_d = \frac{\ell'.\omega_{50}}{R}}$. En utilisant les résultats des deux questions précédentes, on obtient :

$$\boxed{\frac{\omega_g}{\omega_d} = \frac{\frac{\ell\omega_{50}}{R}}{\frac{\ell'\omega_{50}}{R}} = \frac{\ell}{\ell'}}$$

Le **différentiel permet de faire tourner les deux roues motrices à différentes vitesses** avec une seule chaîne de motorisation ce qui permet de maitriser les virages avec le véhicule et donc de respecter l'exigence 1.3.