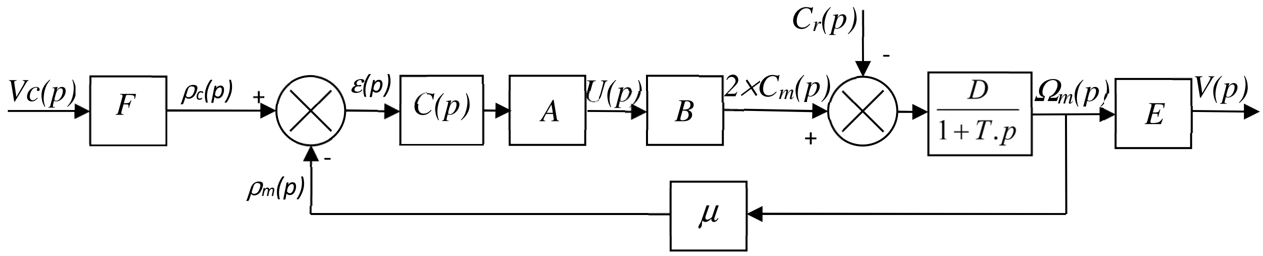
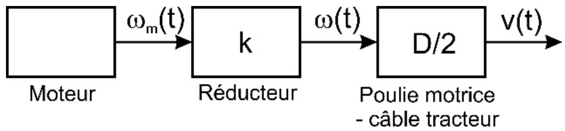
Etude du téléphérique Vanoise Express (E3A PSI 2014)



Q 1. A partir de l'**Annexe 1**, **déterminer** l'expression du gain « *E* ».

Chaine de transmission :



$v(t) = \frac{D}{2} \cdot \omega(t) = \frac{D}{2} \cdot k \cdot \omega_m(t)$ $\boxed{\boldsymbol{E = \frac{D}{2}.k}}$

Q 2. **Déterminer** l'expression du gain « *F* » *afin d'assurer le bon fonctionnement du comparateur.*

$\varepsilon(t) = F \cdot v_c(t) - \frac{\mu}{E} v(t) = 0$ quand $v_c(t) = v(t)$ si $\boxed{\boldsymbol{F = \frac{\mu}{E}}}$

Q 3. **Calculer** la fonction de transfert en boucle ouverte du système asservi en vitesse.

$$\boxed{\boldsymbol{FTBO(p) = \frac{\rho_m(p)}{\varepsilon(p)} = C(p).A.B.\frac{D}{1+T.p}.\mu}}$$

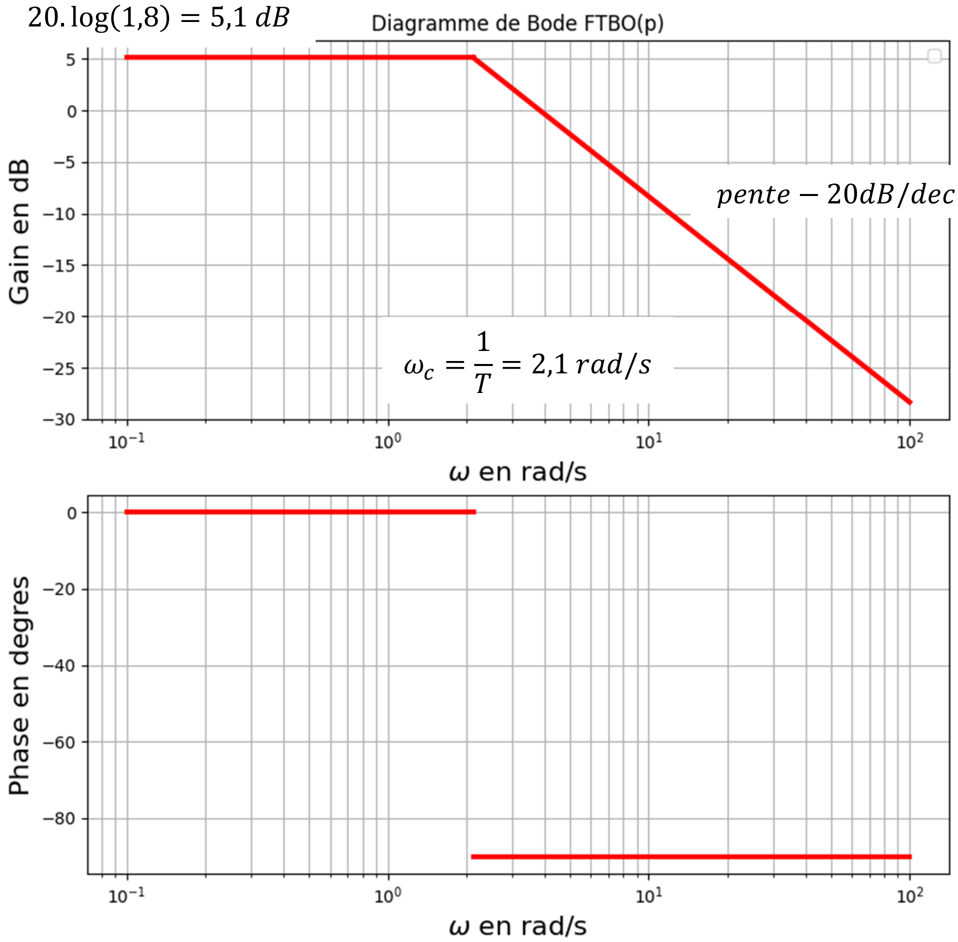
La perturbation n'a pas d'influence sur la FTBO, on peut prendre Cr(p)=0 pour la calculer.

Q 4. **Tracer** le diagramme de Bode asymptotique de la fonction de transfert en boucle ouverte.

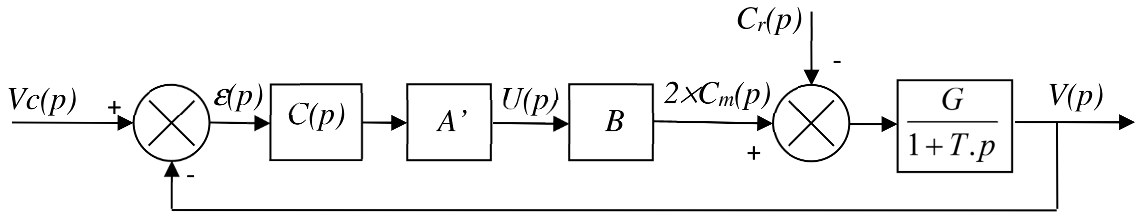
On prendra C(p) = 1 ; $ABD\mu = 1{,}8 \;\; et \;\; T = 0.47\; s$.

$$\boldsymbol{FTBO(p) = \frac{1,8}{1+0,47.p}}$$

$20.\log(1{,}8) = 5{,}1\; dB$



Par transformation du schéma-blocs, le système est mis en retour unitaire. On obtient le résultat ci-dessous :



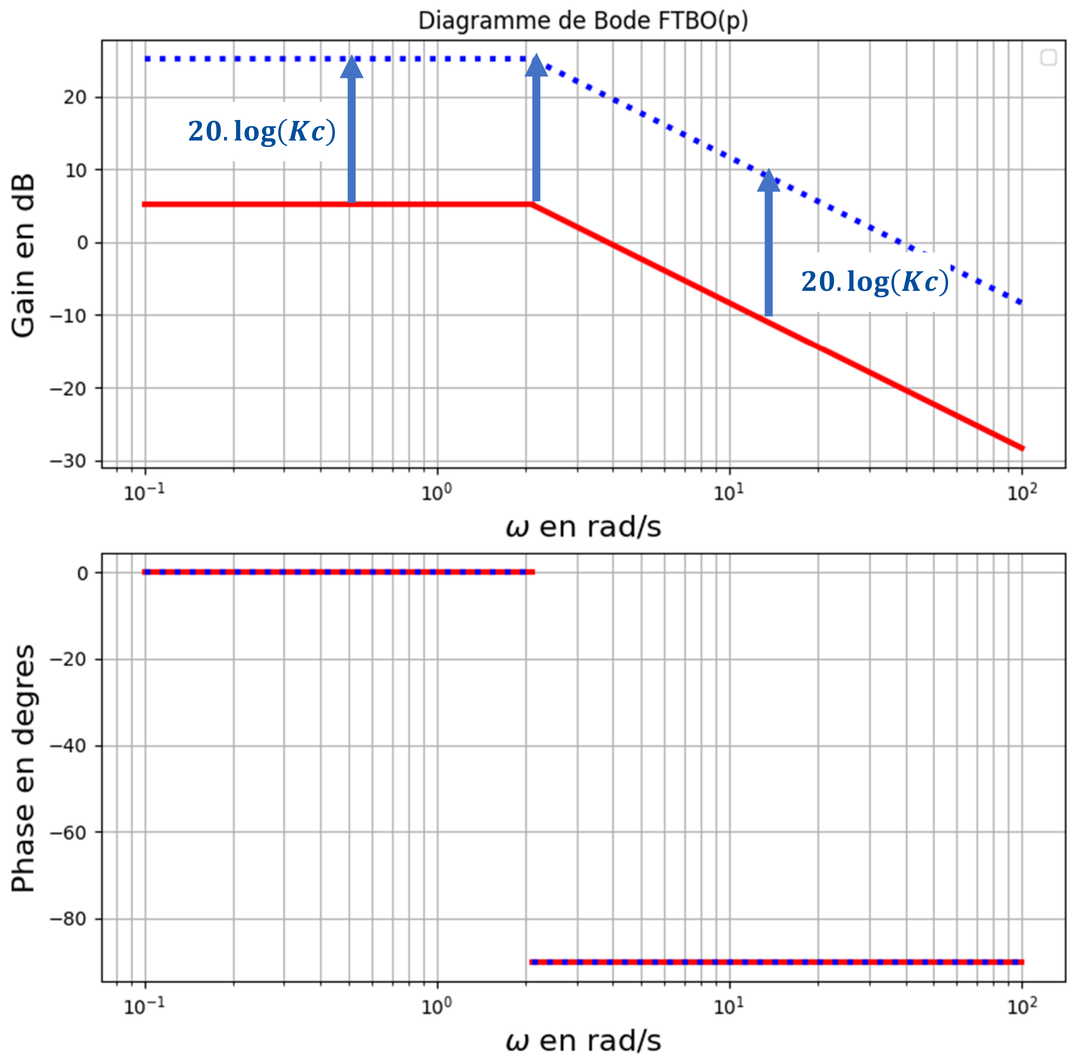
Les coefficients *E* et *F* sont intégrés dans les nouveaux coefficients *A'* et *G*. Pour la suite, on continuera avec les valeurs suivantes : $A'.B = 3\times10^4\ s.N\ ;\ G = 6\times10^{-5}\ m/(s.N.m)\ \ et\ \ T = 0.47\ s.$

B/ Utilisation d'un correcteur proportionnel : *C(p) = Kc*

Q 5. Comment est modifié le diagramme de Bode de la FTBO ?

$$\boldsymbol{FTBO_{COR}(p) = Kc * FTBO(p)}$$

Gain : $GdB_{\{BO_{COR}\}}(\omega) = 20.log(Kc) + GdB_{\{BO\}}(\omega) \Rightarrow$ translation de la courbe de gain de $20.log(Kc)$
Déphasage : $\varphi_{\{BO_{COR}\}}(\omega) = \underbrace{arg(Kc)}_{0} + \varphi_{\{BO\}}(\omega) \Rightarrow$ courbe du déphasage inchangée



Q 6. **Calculer** la fonction de transfert $\frac{V(p)}{V_c(p)}$. **Justifier** que le système est stable avec ce correcteur.

$$\frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{Kc.A'.B.G}{1 + T.p + Kc.A'.B.G}$$

Système du premier ordre stable si et seulement si les coefficients du dénominateur sont de même signe :

T > 0 et 1+ Kc.A'.B.G > 0 ⇒ **le système est stable en boucle fermée.**

Q 7. On suppose *$C_r(p) = 0$*. **Calculer** en fonction de *Kc, A', B, G, et V_0* l'expression de l'erreur statique *$Er_{s\ cons}$* engendré par une consigne en échelon d'amplitude *V_0*.

$FTBO(p) = \frac{Kc.A'.B.G}{1+T.p}$, pas d'intégrateur dans la FTBO ⇒ le système est de classe α = 0

Donc pour une consigne en échelon d'amplitude *V_0* :

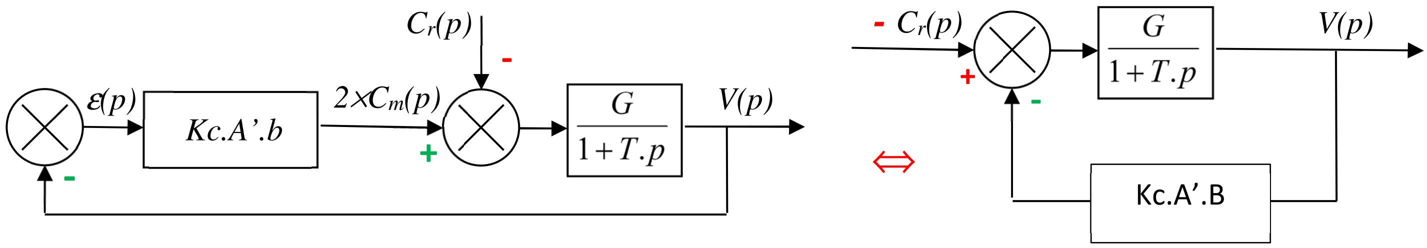
$$\boxed{Er_{S\ cons} = \frac{V_0}{1+K_{BO}} = \frac{V_0}{1+Kc.A'.B.G}}$$

Q 8. On suppose *$Vc(p) = 0$*. **Calculer** en fonction de *Kc, A', B, G, et C_{r0}* l'expression de l'erreur statique *$Er_{s\ pert}$* engendré par une perturbation échelon d'amplitude *C_{r0}*.

$$Er_{S\ pert} = \lim_{p\to 0} p\left(\underbrace{V_c(p)}_{0} - V(p)\right) = \lim_{p\to 0} p\left(\underbrace{V_c(p)}_{0} - \left(Hc(p).\underbrace{V_c(p)}_{0} + Hpert(p).C_r(p)\right)\right)$$

$$\boldsymbol{Er_{S\ pert} = \lim_{p\to 0} -p.Hpert(p).C_r(p)}$$

Avec si Vc(p) = 0 :



$$\boldsymbol{Hpert(p) = -\frac{\frac{G}{1+T.p}}{1+\frac{G}{1+T.p} * K_c.A'.B} = -\frac{G}{1+T.p+G.K_c.A'.B}}$$

$$Er_{S\ pert} = \lim_{p\to 0} +\cancel{p}.\frac{G}{1+T.p+G.K_c.A'.B}.\frac{C_{r0}}{\cancel{p}} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{Er_{S\ pert} = \frac{G.C_{r0}}{1+G.K_c.A'.B}}}$$

Q 9. **Existe-t-il** une valeur réaliste de *Kc* pour laquelle le critère « **Ecart statique** en présence d'une perturbation échelon » serait vérifié ? **Justifier**.

$$\boxed{Er_S = Er_{S\ cons} + Er_{S\ pert} = \frac{V_0}{1+Kc.A'.B.G} + \frac{G.C_{r0}}{1+G.K_c.A'.B}}$$

$Er_S = 0 \Leftrightarrow Kc$ infini, ce qui est impossible,il faudra ajouter un correcteur avec effet intégral.