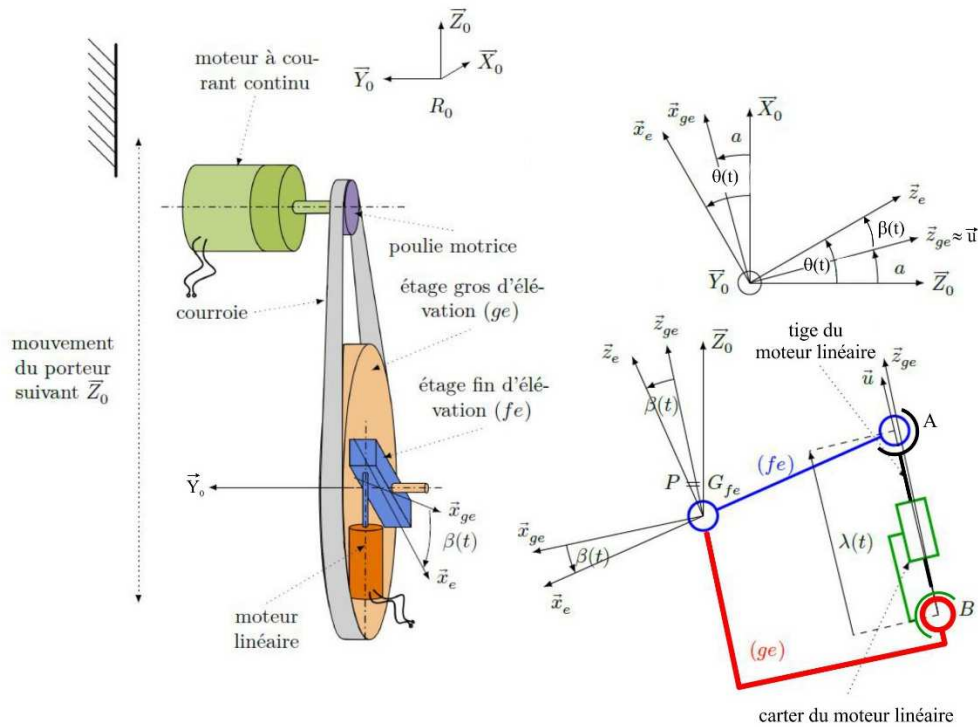


Vision en réalité augmentée pour hélicoptère - CORRIGÉ

1.1 Modélisation de l'asservissement de l'étage fin d'élévation



Question 1. Exprimer le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{A,fe/ge}}$ en fonction de r , et $\dot{\theta}_{feo}(t)$, puis en déduire une relation entre $v_{tige}(t)$ et $\dot{\theta}_{feo}(t)$.

$$\overrightarrow{V_{A,fe/ge}} = \overrightarrow{V_{G_{fe},fe/ge}} + \overrightarrow{\Omega_{fe/R_0}} \wedge \overrightarrow{G_{fe}A} = r\dot{\theta}_{feo}\overrightarrow{z_e} \text{ avec } \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AG_{fe}} = r\overrightarrow{x_e}.$$

Or par composition de mouvement $\overrightarrow{V_{A,fe/ge}} = v_{tige}(t)\overrightarrow{z_e}$ ce qui donne par identification $v_{tige} = r\dot{\theta}_{feo}$

Question 2. En appliquant le théorème du moment dynamique à l'étage fin d'élévation (f_e), exprimer littéralement la fonction de transfert $\frac{\Omega_{feo}(p)}{F_{mot}(p)}$ et en déduire les expressions de M_{eq} et K_1 .

On isole (f_e), BAME :

- pesanteur : $\{T_{pes \rightarrow fe}\} = \begin{Bmatrix} -m_{fe}g\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_{fe}=P}$
- liaison pivot ($P, \overrightarrow{y_0}$) entre l'étage gros d'élévation et fin d'élévation : $\overrightarrow{M_{P,ge \rightarrow fe}} \cdot \overrightarrow{y_0} = 0$
- moteur : $\{T_{mot \rightarrow fe}\} = \begin{Bmatrix} F_{mot}\vec{u} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$ hyp : $\vec{u} = \overrightarrow{z_e}$

(f_e) en mouvement dans R_0 galiléen, applique le TMD en P projeté sur $\overrightarrow{y_0}$:

$$\overrightarrow{\delta_{P,fe/R_0}} \cdot \overrightarrow{y_0} = (\overrightarrow{PA} \wedge F_{mot}\overrightarrow{z_e}) \cdot \overrightarrow{y_{0e}}$$

Détail des calculs

$$\bullet \quad \overrightarrow{\delta_{P,fe/R_0}} \cdot \overrightarrow{y_0} = \frac{d\overrightarrow{\sigma_{P,fe/R_0}} \cdot \overrightarrow{y_0}}{dt} \text{ car } P = G_{fe} \text{ et } \left. \frac{d\overrightarrow{y_0}}{dt} \right|_{R_0} = \vec{0}$$

$$\text{Avec } \overrightarrow{\sigma_{P,fe/R_0}} \cdot \overrightarrow{y_0} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & B_{fe} & - \\ - & - & - \end{bmatrix}_{(-,\overrightarrow{y_0},-)} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_{feo} \\ 0 \end{bmatrix}_{(-,\overrightarrow{y_0},-)} \end{pmatrix} \cdot \overrightarrow{y_0} = B_{fe} \cdot \dot{\theta}_{feo} \Rightarrow \overrightarrow{\delta_{P,fe/R_0}} \cdot \overrightarrow{y_0} = B_{fe}\ddot{\theta}_{feo}$$

$$\bullet \quad (\overrightarrow{PA} \wedge F_{mot}\overrightarrow{z_e}) \cdot \overrightarrow{y_{0e}} = (-r\overrightarrow{x_e} \wedge F_{mot}\overrightarrow{z_e}) \cdot \overrightarrow{y_{0e}} = rF_{mot}$$

Conclusion : l'équation du mouvement s'écrit : $B_{fe}\ddot{\theta}_{feo} = rF_{mot}$

On passe cette expression dans le domaine de Laplace (en considérant les conditions initiales nulles) ce qui conduit à : $B_{fe}p^2\theta_{feo}(p) = rF_{mot}(p)$ ou $B_{fe}p\Omega_{feo}(p) = rF_{mot}(p)$ d'où la fonction de transfert recherchée :

$$\frac{\Omega_{fe}(p)}{F_{mot}(p)} = \frac{r}{B_{fe}p}$$

La lecture du schéma bloc proposé permet d'écrire $\frac{\Omega_{fe}(p)}{F_{mot}(p)} = \frac{K_1}{M_{eq}p}$ soit par identification :

$$K_1 = \frac{1}{r} (m^{-1}) \quad M_{eq} = \frac{B_{fe}}{r^2} (kg)$$

Question 3. Calculer la valeur numérique de τ .

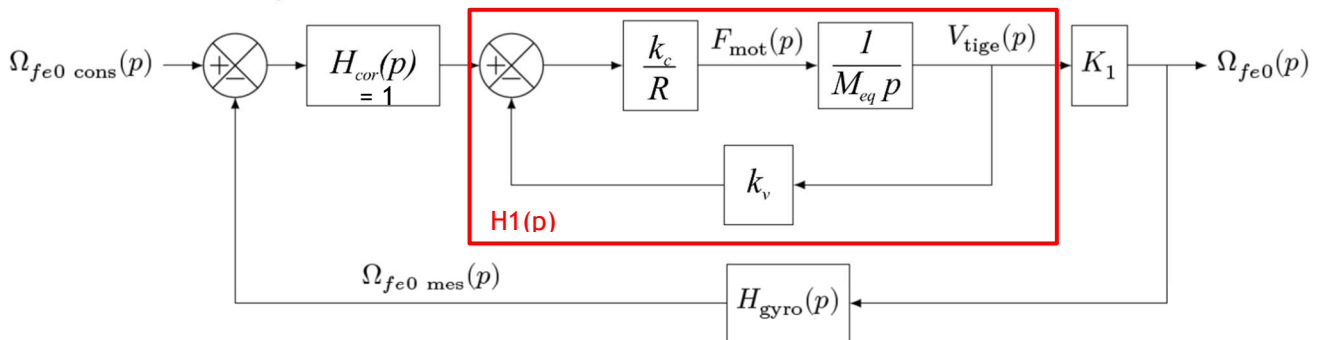
le gyromètre est modélisé par une fonction de transfert du 1er ordre de bande passante à -3 dB égale à 100 Hz, la pulsation de coupure à -3dB est directement donnée par $\omega_{-3dB} = \frac{1}{\tau}$ d'où

$$\tau = \frac{1}{2\pi f} = \frac{1}{2\pi \cdot 100} \approx 1,6 (ms)$$

1.2 Conception de la commande de l'étage fin d'élévation

Question 4. Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert

$H_{fe}(p) = \frac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\text{ cons}}(p)}$, en fonction de K_1, τ, M_{eq}, K et R .



Critère	Valeur
Temps de réponse à 5%	< 40 ms
Ecart statique	nul
Marge de phase	$\Delta\Phi = 60^\circ$

$k_c = 10,2 \text{ N}\cdot\text{A}^{-1}$
 $k_v = 10,2 \text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$
 on note $K = k_c = k_v$
 $R = 7,5 \Omega$

Soit

$$H1(p) = \frac{\frac{K}{RM_{eq}p}}{1 + \frac{K^2}{RM_{eq}p}} = \frac{K}{RM_{eq}p + K^2}$$

$$H_{fe}(p) = \frac{\frac{K}{RM_{eq}p + K^2} K_1}{1 + \frac{K}{RM_{eq}p + K^2} K_1 \frac{1}{1 + \tau \cdot p}} = \frac{KK_1(1 + \tau \cdot p)}{KK_1 + K^2 + (RM_{eq} + \tau K^2) \cdot p + RM_{eq} \tau \cdot p^2}$$

soit sous forme canonique :

$$H_{fe}(p) = \frac{K}{K_1 + K} \frac{(1 + \tau \cdot p)}{1 + \frac{RM_{eq} + \tau K^2}{KK_1 + K^2} p + \frac{RM_{eq} \tau}{KK_1 + K^2} p^2}$$

Question 5. Déterminer l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire. Puis en utilisant l'abaque de la figure 16, déterminer le temps de réponse à 5% de cet asservissement.

Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision .

$$H_{fe}(p) \approx \frac{0,5}{1 + 3,65 \times 10^{-1} p + 6 \times 10^{-4} p^2} = \frac{K_{BF}}{1 + 2 \cdot \frac{z}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Précision :

Système du 2nd ordre : $Ers = e_0(1 - K_{BF}) = 1 * (1 - 0,5)$

$$\boxed{Ers = 0,5 \text{ rad/s} \neq 0} \text{ critère de précision du CdC non respecté}$$

Rapidité :

Pulsation propre non amortie du système : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6 \cdot 10^{-4}}} \approx 40,8 \text{ rad/s}$

Coefficient d'amortissement : $z = \frac{\omega_0}{2} * 3,65 \cdot 10^{-1} \approx 7,45$

Abaque : pour $z \approx 7,45$, on lit $t_{5\%} \cdot \omega_0 \approx 45$ soit

$$\boxed{t_{5\%} \approx \frac{45}{40,8} \approx 1,1 \text{ s} > 40 \text{ ms}} \text{ critère de rapidité du CdC non respecté}$$

Question 6. Vérifier l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire à partir de l'expression de la FTBO.

$$H_{BOfe}(p) = \frac{1}{1 + 0,75 p} \cdot \frac{1}{1 + 1,6 \times 10^{-3} p}$$

Pas d'intégrateur dans la FTBO \Rightarrow la classe du système est nulle donc pour une consigne en échelon :

$$\boxed{Ers = \frac{e_0}{1 + K_{BO}} = \frac{1}{2} \text{ rad/s}}$$

On retrouve l'erreur calculée Question 5.

Question 7. Sur quel critère de performance du système en BF ce correcteur aura-t-il un effet?

La FTBO corrigée s'écrit :

$$H_{BOfe}(p) = \frac{K_p}{T_i} \cdot \frac{1}{p} \cdot (T_i \cdot p + 1) \cdot \frac{1}{1 + 0,75 p} \cdot \frac{1}{1 + 1,6 \times 10^{-3} p}$$

On ajoute un intégrateur dans la FTBO \Rightarrow la classe du système est égale à 1 donc pour une consigne en échelon :

$$\boxed{Ers = 0 \text{ rad/s}}$$

Le correcteur proportionnel intégral de la forme $H_{cor}(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$ améliore la précision.

Question 8. Sur la figure DR1, tracer le diagramme de Bode asymptotique de la phase de $H_{BOfe}(j\omega)$ uniquement pour $T_i = 0,1 \text{ s}$, en indiquant la pulsation $1 / T_i$.

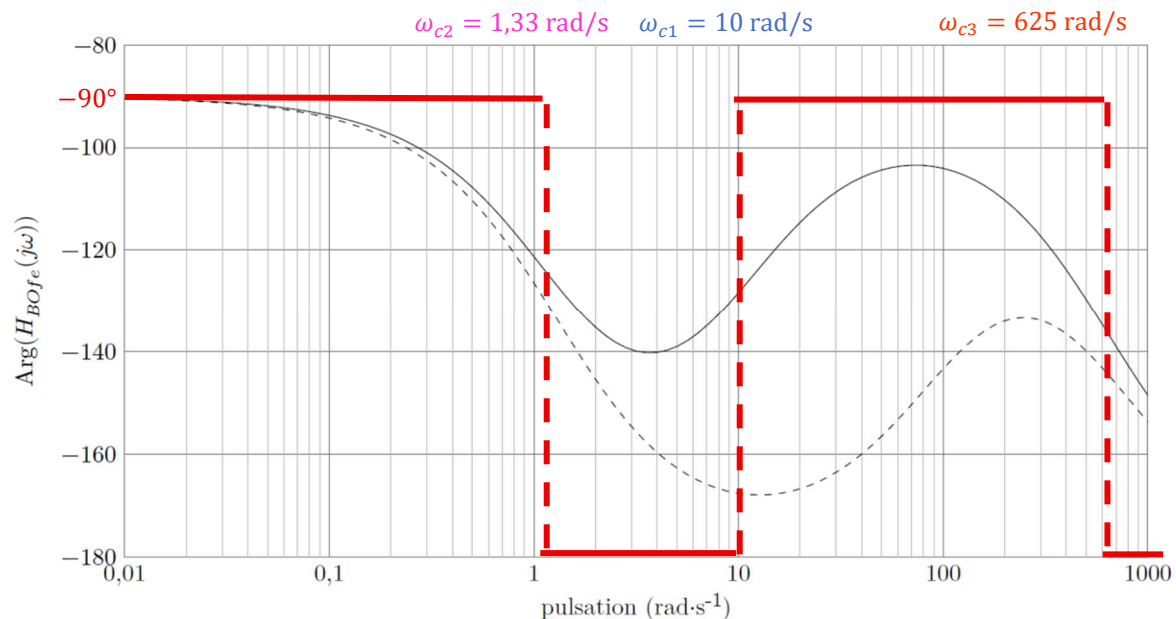
$$H_{BOfe}(p) = \frac{K_p}{T_i} \cdot \frac{1}{p} \cdot (T_i \cdot p + 1) \cdot \frac{1}{1 + 0,75 p} \cdot \frac{1}{1 + 1,6 \times 10^{-3} p}$$

$$\arg\left(\frac{K_p}{T_i}\right) = 0^\circ ; \arg\left(\frac{1}{j\omega}\right) = -90^\circ ;$$

Déphasage de $(T_i \cdot j\omega + 1)$: 0° pour $\omega < \frac{1}{T_i}$; $+90^\circ$ pour $\omega > \frac{1}{T_i}$; $\omega_{c1} = \frac{1}{T_i} = 10 \text{ rad/s}$

Déphasage de $\frac{1}{1+0,75j\omega}$: 0° pour $\omega < \omega_{c2}$; -90° pour $\omega > \omega_{c2}$; $\omega_{c2} = \frac{1}{0,75} = 1,33 \text{ rad/s}$

Déphasage de $\frac{1}{1+1,6 \times 10^{-3} p}$: 0° pour $\omega < \omega_{c3}$; -90° pour $\omega > \omega_{c3}$; $\omega_{c3} = \frac{1}{1,6 \times 10^{-3}} = 625 \text{ rad/s}$



DR1 : Diagramme de Bode de H_{BOfe} pour $T_i = 0,1 \text{ s}$ (trait plein) et $T_i = 0,01 \text{ s}$ (pointillés)

Question 9. D'après la **figure 17**, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. **Conclure** sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

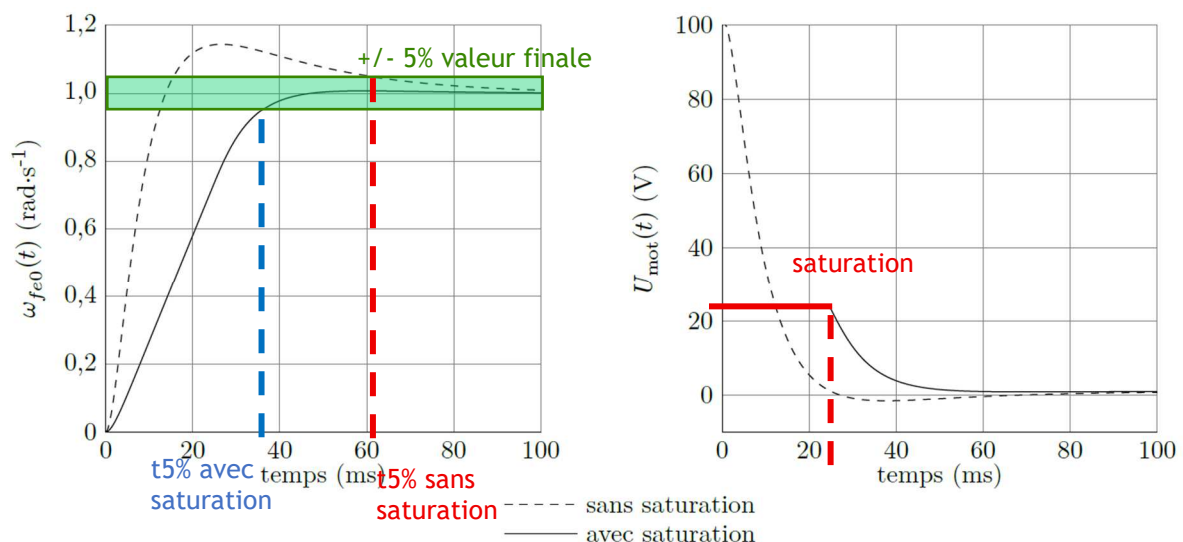


Figure 17 $\omega_{fe0}(t)$ et $U_{mot}(t)$ en fonction du temps avec et sans saturation de l'alimentation du moteur

La tension d'alimentation du moteur a été saturée pendant une durée de 25(ms) environ, soit presque 2 fois plus que ce la commande aurait exigé. Pendant cette durée le moteur n'est plus en régime asservi mais fonctionne en tout ou rien.

Le fait d'avoir prolongé cette durée de saturation de 13(ms) à 25 (ms) permet de limiter le dépassement et de ce fait de diminuer le temps de réponse du système.

Le correcteur ayant par ailleurs annulé l'erreur statique les contraintes du cahier des charges sont respectées .