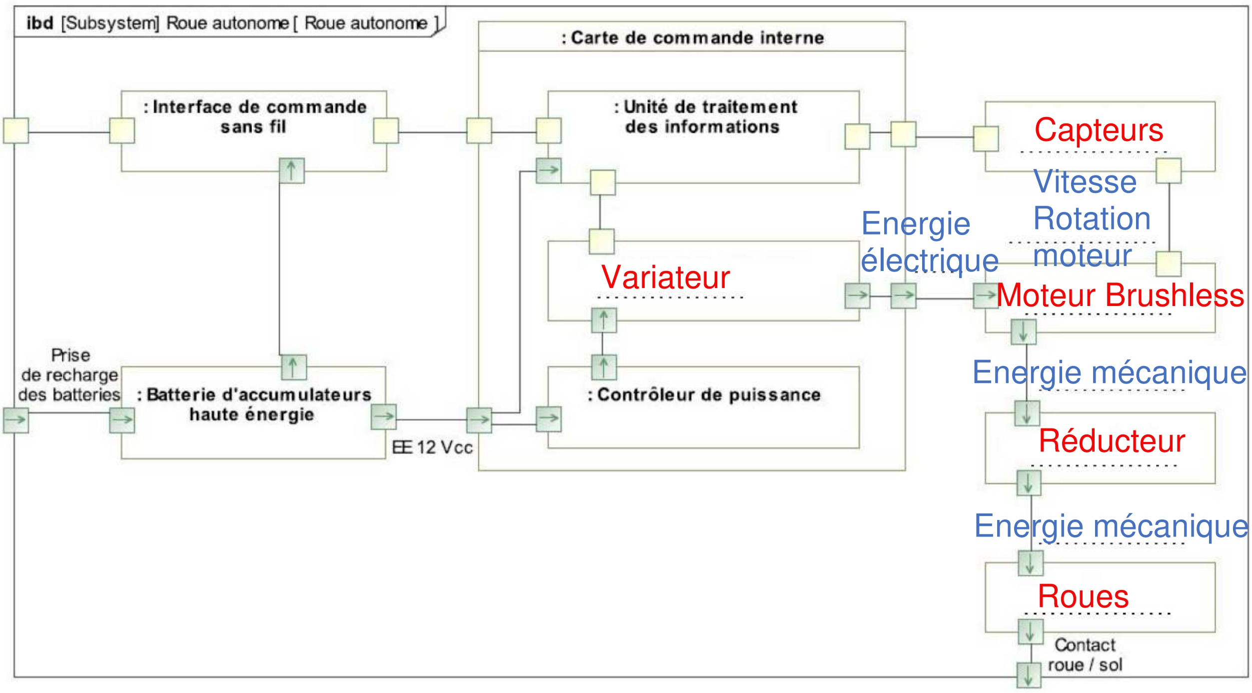
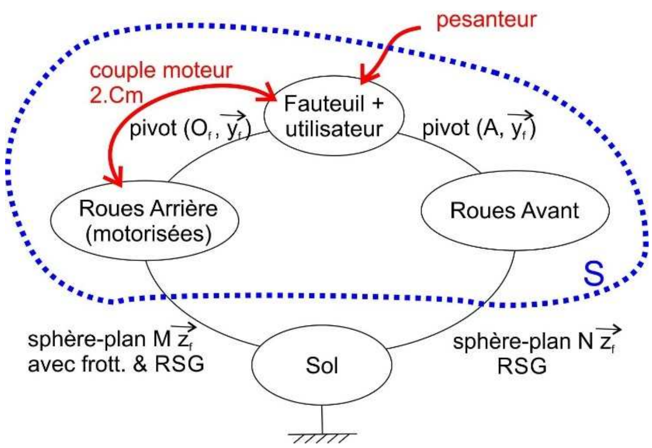
Q1 –

Diagramme des blocs internes :



Q3 – On isole S = {fauteuil+roues+utilisateur}, BAME :



- $$\boxed{\{T_{Sol\rightarrow rouesavant}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_N & 0 \end{Bmatrix}_{N,Rf} = \begin{Bmatrix} Z_N.\vec{z_f} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_N}$$

  (frottement négligé)

- $$\boxed{\{T_{Sol\rightarrow rouesarrière}\} = \begin{Bmatrix} X_M & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_M & 0 \end{Bmatrix}_{M,Rf} = \begin{Bmatrix} X_M.\vec{x_f} + Z_M.\vec{z_f} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M}$$

- $$\boxed{\{T_{pes\rightarrow S}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -M_s.g & 0 \end{Bmatrix}_{G,R_0} = \begin{Bmatrix} -M_s.g.\vec{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G}$$

Q4- Moment dynamique en G de l'ensemble S en mouvement dans R_0 :

$$\overrightarrow{\delta_{G,(S/R_0)}} = \overrightarrow{\delta_{G,(fauteuil+utilisateur/R_0)}} + \overrightarrow{\delta_{G,(Roues\ avant/R_0)}} + \overrightarrow{\delta_{G,(Roues\ arrière/R_0)}}$$

Les masses et inerties des roues motorisées sont négligeables , donc :

$$\overrightarrow{\delta_{G,(Roues\ avant/R_0)}} = \vec{0}\ et\ \overrightarrow{\delta_{G,(Roues\ arrière/R_0)}} = \vec{0}$$

L'utilisateur et le fauteuil se déplacent en ligne droite (en translation): $\overrightarrow{\Omega_{(fauteuil+utilisateur/R_0)}} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{\delta_{G,(fauteuil+utilisateur/R_0)}} = \frac{d\ \overrightarrow{\sigma_{G,(fauteuil+utilisateur/R_0)}}}{dt/R_0} = \vec{0} \qquad \boxed{\overrightarrow{\delta_{G,(S/R_0)}} = \vec{0}}$$

Q5 - On isole S = {fauteuil+roues+utilisateur}, BAME effectué Q3-

On applique le PFD à S en mouvement dans R_0 galiléen :

TRD : $\overrightarrow{Rd_{(S/R_0)}} = Z_N.\overrightarrow{z_f} + X_M.\overrightarrow{x_f} + Z_M.\overrightarrow{z_f} - M_s.g.\vec{z}$

TMD en G : $\overrightarrow{\delta_{G,(S/R_0)}} = \overrightarrow{GN} \wedge Z_N.\overrightarrow{z_f} + \overrightarrow{GM} \wedge (X_M.\overrightarrow{x_f} + Z_M.\overrightarrow{z_f})$

Détails des calculs :

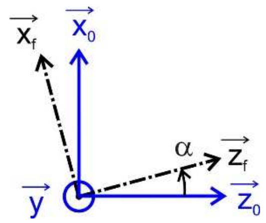
- $\overrightarrow{Rd_{(S/R_0)}} = M_s.\overrightarrow{a_{G,(fauteuil+utilisateur/R_0)}}$ car les masses et inerties des roues motorisées sont négligeables.
  Fauteuil+utilisateur en translation selon $\overrightarrow{x_f}$: $\overrightarrow{Rd_{(S/R_0)}} = M_s.\ddot{x}(t).\overrightarrow{x_f}$ (car $\overrightarrow{a_{G,(f+u/R_0)}} = \frac{d^2\ \overrightarrow{OO_f}}{dt^2/R_0}$)
- $\overrightarrow{\delta_{G,(S/R_0)}} = \vec{0}$ (Q4)2
- $\overrightarrow{GN} \wedge Z_N.\overrightarrow{z_f} = \left(-h.\overrightarrow{z_f} + e.\overrightarrow{x_f}\right) \wedge Z_N.\overrightarrow{z_f} = -e.Z_N.\overrightarrow{y_f}$
- $\overrightarrow{GM} \wedge \left(X_M.\overrightarrow{x_f} + Z_M.\overrightarrow{z_f}\right) = \left(-h.\overrightarrow{z_f} - \ell.\overrightarrow{x_f}\right) \wedge \left(X_M.\overrightarrow{x_f} + Z_M.\overrightarrow{z_f}\right) = (-h.X_M + \ell.Z_M).\overrightarrow{y_f}$

D'où les 3 équations :

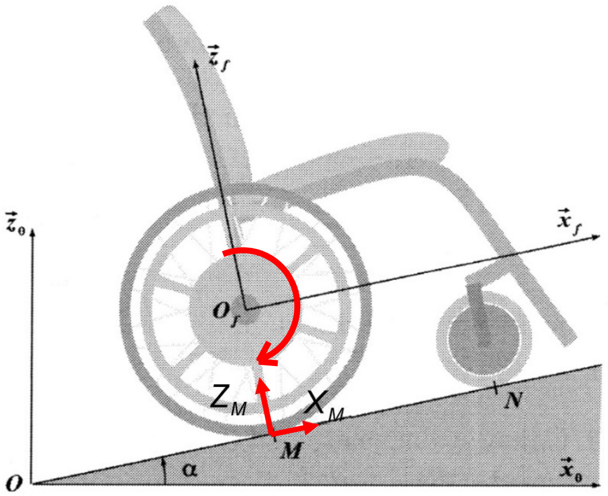
TRD projeté sur $\overrightarrow{x_f}$: (1) $\quad \boldsymbol{M_s.\ddot{x}(t) = X_M + M_s.g.\sin\alpha}$

TRD projeté sur $\overrightarrow{z_f}$: (2) $\quad \boldsymbol{0 = Z_N + Z_M - M_s.g.\cos\alpha}$

TMD en G projeté sur $\overrightarrow{y_f}$: (3) $\quad \boldsymbol{0 = -e.Z_N - h.X_M + \ell.Z_M}$



Q6 - D'après la loi de Coulomb, à la limite du glissement : (4) $\boxed{X_M = f.Z_M}$



Remarque : Le fauteuil monte donc la roue motrice tourne dans le sens positif, l'action tangentielle du sol sur la roue motorisée s'oppose à la vitesse de glissement qui pourrait exister (selon $-\overrightarrow{x_f}$ si la roue patine), elle est dirigée selon $+\overrightarrow{x_f}$, $X_M > 0$.

On a donc le système d'équations suivant :

$$(1)\ \boldsymbol{M_s.\ddot{x}(t) = f.Z_M + M_s.g.\sin\alpha}$$

$$(2)\ \boldsymbol{0 = Z_N + Z_M - M_s.g.\cos\alpha}$$

$$(3)\ \boldsymbol{0 = -e.Z_N - h.f.Z_M + \ell.Z_M}$$

(2)+(3) $\Rightarrow (e - h.f + \ell).Z_M = e.M_s.g.\cos\alpha$ d'où :

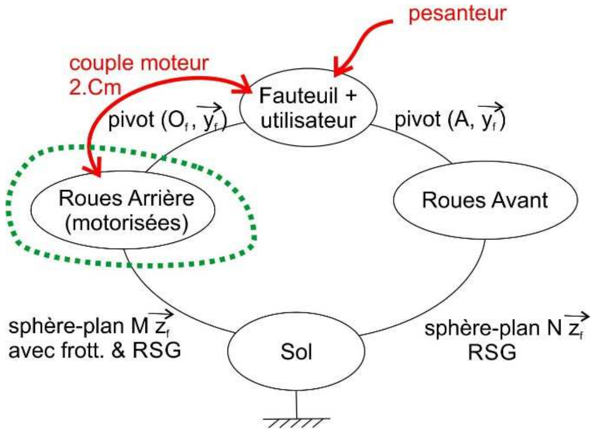
$$\boxed{\ddot{x}(t) = g.\left[\frac{f.e.\cos\alpha}{(e - h.f + \ell)} + \sin\alpha\right]}$$

Application numérique :

on a alors $tan|\alpha| = \frac{12}{100}$ pour une pente de 12%, d'où $\alpha = -6{,}8\,°$ et $\boxed{\ddot{x} = \boldsymbol{4{,}15 m.s^{-2}}}$

Q7- On cherche le couple moteur (en sortie du « motoréducteur ») en fonction de l'accélération

On isole les deux roues motorisées, BAME :



- Masse négligée
- $\{T_{Sol\to rouesarrière}\} = \begin{Bmatrix} X_M.\vec{x_f} + Z_M.\vec{z_f} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$
- $\{T_{fauteuil\to rouesarrière}\}$ $avec\ \overrightarrow{M_{O_f,(Faut\to RoueAr)}} \cdot \vec{y_f} = 0$
- $\{T_{moteur\to rouesarrière}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ 2.C_M.\vec{y_f} \end{Bmatrix}_{\forall P}$

On applique le théorème du moment dynamique en O_f en projection sur $\vec{y_f}$ aux roues arrière en mouvement par rapport à R0 gallileén :

$$\vec{M}_{Of(Sol\to rouesarrière)} \cdot \vec{y_f} + 2.C_m = \cancel{\overrightarrow{\delta_{O_f}(rouesArrière/0)} \cdot \vec{y_f}}$$

car masses et inerties négligées

Détails des calculs :

$$\vec{M}_{Of(Sol\to rouesarrière)} \cdot \vec{y_f} = \left(\overrightarrow{O_f M} \wedge \left[X_M\,\vec{x_f} + Z_M\,\vec{z_f}\right]\right) \cdot \vec{y_f} = \left[-R\,\vec{z_f} \wedge X_M\,\vec{x_f}\right] \cdot \vec{y_f} = -RX_M$$

(5) $\boldsymbol{2.Cm - R.X_M = 0}$

avec $\boldsymbol{X_M = f.Z_M}$ à la limite du glissement.

On a donc : $2.Cm - R.f.Z_M = 0$

On avait précédemment trouvé :

$$(1) \quad f.Z_M + M_S.g.\sin\alpha = M_S.\ddot{x}(t) \;\Leftrightarrow\; 2\frac{C_m}{R} = M_S(\ddot{x}(t) - g\sin\alpha)$$

$$\boxed{\boldsymbol{Cm = \frac{R}{2} M_S(\ddot{x}(t) - g\sin\alpha)}}$$

Application numérique dans le cas du glissement : $\ddot{x} = 4{,}15 m.s^{-2}$

$$\boxed{\boldsymbol{Cm \approx 160\ Nm}}$$

Q8- Chaque moteur fournit 70 Nm au maximum et on trouve qu'à la limite du glissement, c'est-à-dire lorsque le fauteuil patine sur une pente de béton mouillé de 12%, le couple moteur est de 160 Nm. **Donc les roues arrières ne patineront pas avec les moteurs choisis.**

Calcul de l'action mécanique du sol sur la roue avant :

L'application du TRD à S a donné : (2) $Z_N + Z_M - M_S.g.\cos\alpha = 0$

et l'application du TMD en O_f aux roues arrière a donné : (5) $2.Cm - R.f.Z_M = 0$

d'où : $Z_N = M_S.g.\cos\alpha - Z_M = M_S.g.\cos\alpha - \frac{2.Cm}{R.f} = 1461 - 1778 \quad [N]$

$$\boldsymbol{Z_N = -317\ N}$$

Z_N ne peut être que positif s'il y a contact entre la roue avant et le sol. Donc, le fauteuil bascule autour du point M quand le couple moteur est de 160 Nm.

D'où la nécessité de limiter le couple moteur pour empêcher le basculement.

Remarque : pour $Cm = 70\ N.m,\ Z_N = 1461 - 778 = 683\ N > 0$ pas de basculement.

Q9 - On a maintenant le système d'équations suivant avec C_m=70 Nm

(1) $X_M + M_S.g.\sin\alpha = M_S\ddot{x}(t)$

(5) $2Cm - RX_M = 0 \Rightarrow X_M = 350N$

$$\boxed{\boldsymbol{\ddot{x}(t) = \frac{2Cm}{RM_S} + g\sin\alpha}}$$

Application numérique : $\boxed{\boldsymbol{\ddot{x}(t) = 1,17\ m.s^{-2}}}$

Le fauteuil ne glissera pas sur une pente de béton mouillé de 12% puisque Cm<160 Nm.

On cherche à présent Z_N pour vérifier qu'il y a contact entre la roue avant et le sol.

On a le système d'équations :

$$(2) \quad Z_N + Z_M = M_S g\cos\alpha$$

$$(3) \quad -eZ_N + lZ_M = hX_M$$

$l \times (2) - (3) \Leftrightarrow (e+l)Z_N = eM_S g\cos\alpha - hX_M$ avec (5) $X_M = \frac{2Cm}{R}$

On a donc :$Z_N = \frac{lM_S g\cos\alpha - h\frac{2C_M}{R}}{e+l}$

Application numérique : $Z_N = 137N$>0 Le fauteuil ne bascule pas, les roues avant sont en contact avec le sol.

On peut vérifier qu'on n'a pas glissement en M :

$$e \times (2) + (3) \Leftrightarrow (e+l)Z_M = eM_S g\cos\alpha + hX_M$$

$$Z_M = \frac{eM_S g\cos\alpha + h\frac{2C_M}{R}}{e+l}$$

Application numérique : $Z_M = 1324N$, d'après la loi de Coulomb, on n'a pas glissement en M si : $|X_M| < f|Z_M|$

Le coefficient de frottement f des roues sur une rampe de béton mouillé de pente 12% est $f = 0,45$

On a bien : $350 < 0,45 \times 1324$.

Le fauteuil ne glisse pas sur une rampe de béton mouillé dont la pente est 12%. .

Ce cas de figure étant le cas le plus défavorable, les moteurs mis en place sur le fauteuil permettent de respecter les normes d'accès aux bâtiments.

Q13-

Mouvement du fauteuil	rayon de courbure	Relation entre ω_g et ω_d
(a) Translation rectiligne	Infini $\rho \to +\infty$	$\omega_g = \omega_d$
(a) Rotation autour de l'axe $(O_f, \vec{z}_0)$ (pivote sur lui-même)	Nul $\rho = 0$	$\omega_g = -\omega_d$
(b) Rotation autour de l'axe $(O_g, \vec{z}_0)$	$\rho = \frac{a}{2}$	$\omega_g = 0$

Q14a- Roulement sans glissement en I_g entre Rg et R0: $\vec{V}\,(Ig, Rg/R_0) = \vec{0}$

$$\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \underbrace{\vec{V}\left(O_f, Rf/Rg\right)}_{\vec{0}\ car\ Of \in axe\ rotation} + \vec{V}\left(O_f, Rg/R_0\right) = \underbrace{\vec{V}\left(I_g, Rg/R_0\right)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f I_g} \wedge \vec{\Omega}\,(Rg/R_0)$$

$$\vec{\Omega}\,(Rg/R_0) = \vec{\Omega}\,(Rg/Rf) + \vec{\Omega}\,(Rf/R_0) = \omega_g\,\vec{y_f} + \dot{\beta}\,\vec{z_f}$$

$$\vec{V}\,(Of, Rf/R_0) = \left(\frac{a}{2}\vec{y_f} - R\,\vec{z_f}\right) \wedge \left(\omega_g\,\vec{y_f} + \dot{\beta}\,\vec{z_f}\right) = \frac{a}{2}\vec{y_f} \wedge \dot{\beta}\,\vec{z_f} - R\,\vec{z_f} \wedge \omega_g\,\vec{y_f}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \left(\frac{a}{2}\dot{\beta} + R\omega_g\right)\vec{x_f}}}$$

Q14b- Roulement sans glissement en I_d: $\vec{V}\,(I_d, Rd/R_0) = \vec{0}$

$$\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \underbrace{\vec{V}\left(O_f, Rf/Rd\right)}_{\vec{0}\ carOf \in axe\ rotation} + \vec{V}\left(O_f, Rd/R_0\right) = \underbrace{\vec{V}\,(I_d, Rd/R_0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f I_d} \wedge \vec{\Omega}\,(Rd/R_0)$$

$$\vec{\Omega}\,(Rd/R_0) = \vec{\Omega}\,(Rd/Rf) + \vec{\Omega}\,(Rf/R_0) = \omega_d\,\vec{y_f} + \dot{\beta}\,\vec{z_f}$$

$$\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \left(-\frac{a}{2}\vec{y}\,f - R\,\vec{z}\,f\right) \wedge \left(\omega_d\,\vec{y}\,f + \dot{\beta}\,\vec{z}\,f\right) = -\frac{a}{2}\vec{y_f} \wedge \dot{\beta}\,\vec{z_f} - R\,\vec{z_f} \wedge \omega_d\,\vec{y_f}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \left(-\frac{a}{2}\dot{\beta} + R\omega_d\right)\vec{x_f}}}$$

Q14c- $\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \underbrace{\vec{V}\,(O, Rf/R_0)}_{\vec{0}} + \overrightarrow{O_f O} \wedge \vec{\Omega}\,(Rf/R_0)$

$$\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \rho\,\vec{y_f} \wedge \dot{\beta}\,\vec{z}_0$$

$$\boxed{\boldsymbol{\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right) = \rho.\dot{\beta}\,\vec{x_f}}}$$

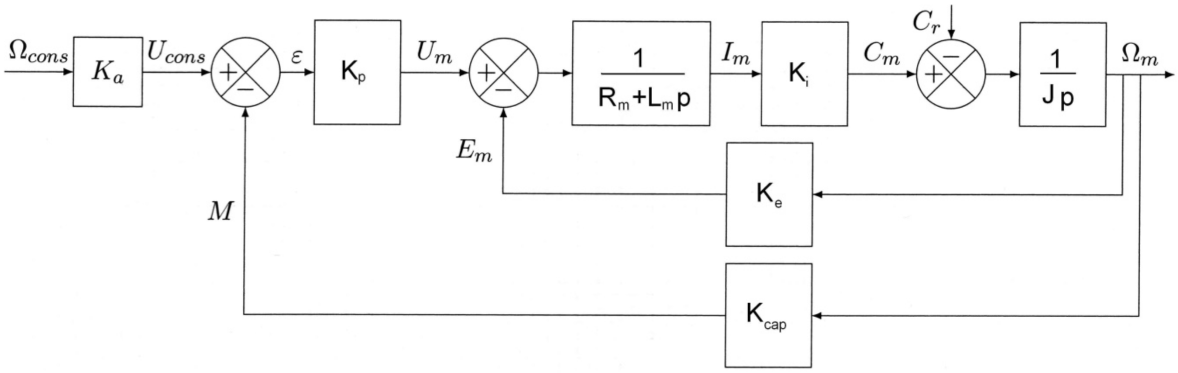
Q15 - $\left\|\boldsymbol{\vec{V}\left(O_f, Rf/R_0\right)}\right\| = \boldsymbol{V(t)}$ donc : $V(t) = \rho.\dot{\beta}$ et on obtient en utilisant les résultats de la Q14 :

$\frac{a}{2}\dot{\beta} + R\omega_g = \rho\dot{\beta} \Rightarrow \frac{a}{2}\frac{V(t)}{\rho} + R\omega_g = V(t)$ $\qquad \boxed{\boldsymbol{\omega_g = \frac{1}{R}V(t)\left(1 - \frac{a}{2\rho}\right)}}$

$-\frac{a}{2}\dot{\beta} + R\omega_d = \rho\dot{\beta} \Rightarrow -\frac{a}{2}\frac{V(t)}{\rho} + R\omega_d = V(t)$ $\qquad \boxed{\boldsymbol{\omega_d = \frac{1}{R}V(t)\left(1 + \frac{a}{2\rho}\right)}}$

Q16 -

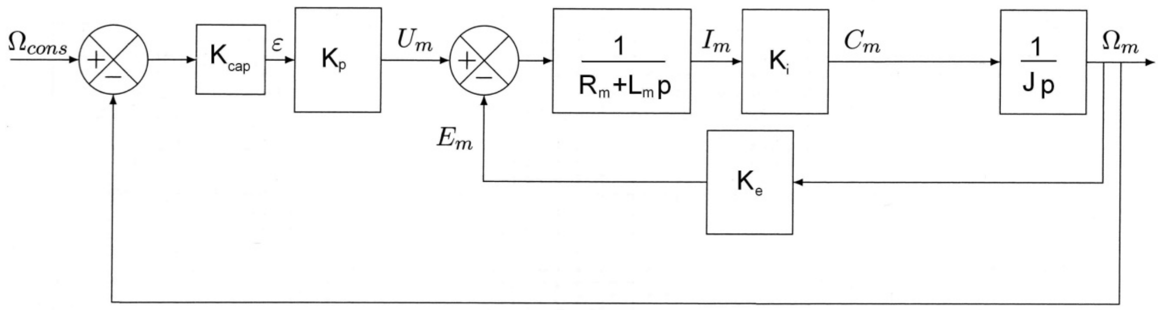
Document réponse 3 : modélisation de l'asservissement en vitesse de rotation d'un moteur



Pour que la vitesse de rotation du moteur soit correctement asservie il faut $\boxed{\boldsymbol{K_a = K_{cap}}}$

Q17- $H_1(p)$ est la fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cons}(p)}$ lorsqu'on le couple $C_r(p) = 0$.

Dans ce cas, puisque $K_a = K_{cap}$, le système peut être modélisé comme un système à retour unitaire :



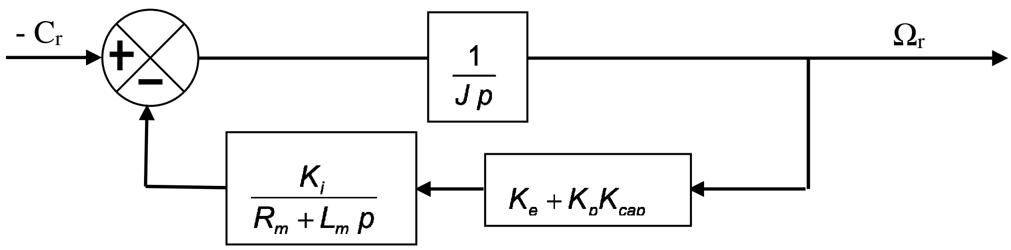
Boucle interne : $F(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_i}{Jp(R_m+L_mp)} \times \frac{1}{1+\frac{K_iK_e}{Jp(R_m+L_mp)}} = \frac{K_i}{K_iK_e+Jp(R_m+L_mp)}$

$$H_1(p) = \frac{K_{cap}K_pF(p)}{1+K_{cap}K_pF(p)} = \frac{\frac{K_{cap}K_pK_i}{K_iK_e+Jp(R_m+L_mp)}}{1+\frac{K_{cap}K_pK_i}{K_iK_e+Jp(R_m+L_mp)}} = \frac{K_{cap}K_pK_i}{K_{cap}K_pK_i + K_iK_e + Jp(R_m+L_mp)}$$

Sous forme canonique :

$$\boxed{\boldsymbol{H_1(p) = \frac{K_{cap}K_p}{K_{cap}K_p + K_e}\,\frac{1}{1+\frac{JR_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p+\frac{JL_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p^2}}}$$

Q18- $H_2(p)$ est la fonction de transfert $\frac{\Omega_m(p)}{-C_r(p)}$ lorsqu'on la consigne $\Omega_{cons}(p) = 0$. On a maintenant le schéma-blocs suivant :



$$\Omega_m(p)=\frac{\frac{1}{Jp}}{1+\frac{K_i(K_pK_{cap}+K_e)}{Jp(R_m+L_mp)}}\ [-C_r(p)]$$

$$\Omega_m(p)=\frac{(R_m+L_mp)}{Jp(R_m+L_mp)+K_i(K_pK_{cap}+K_e)}\ [-C_r(p)]$$

$$\boxed{\boldsymbol{H_2(p)=\frac{R_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}\frac{1+\frac{L_m}{R_m}p}{1+\frac{JR_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p+\frac{JL_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p^2}}}$$

Q19- La fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p)=\frac{K_{cap}K_p}{K_{cap}K_p+K_e}\frac{1}{1+\frac{JR_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p+\frac{JL_m}{K_i(K_{cap}K_p+K_e)}p^2}$ est **une fonction de transfert du 2nd ordre dont les coefficients du dénominateurs sont positifs**, donc stable en boucle fermée (racines à partie réelle négative) .

Q20 - D'après la Q17 , on a :$FTBO(p)=\frac{K_{cap}K_pK_i}{K_iK_e+Jp(R_m+L_mp)}$

Sous forme canonique :

$$\boldsymbol{FTBO(p)=\frac{K_{cap}K_p}{K_e}\frac{1}{1+\frac{JR_m}{K_iK_e}p+\frac{JL_m}{K_iK_e}p^2}}$$

Se simplifie avec $K_e=K_{cap}=K_i=0{,}2$ SI

$$\boxed{\boldsymbol{FTBO(p)=\frac{K_p}{1+\frac{JR_m}{K_i^2}p+\frac{JL_m}{K_i^2}p^2}}}$$

Q21- Diagramme de Bode de la FTBO (2nd ordre):

$$FTBO(p)=\frac{K_p}{1+\frac{JR_m}{K_i^2}p+\frac{JL_m}{K_i^2}p^2}=\frac{K_p}{1+2{,}25p+0{,}01p^2}=\frac{K_p}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

Cassure pour : $\omega_0=10\ rad.s^{-1}$.

Diagramme asymptotique 2nd ordre: GdB= $20.\log(K_p)$ en BF $\omega\ll\omega_0$, pente -40 dB/dec en HF $\omega\gg\omega_0$ $\varphi=0$ en BF, -180° en HF Diagramme réel 2nd ordre: Valeurs pour $\omega=\omega_0$: $GdB=20.\log\frac{K}{2.z}$ et $\varphi=-90°$

Ici le coefficient d'amortissement étant nettement supérieur à 1 , la FTBO est en fait un produit de 2 fonctions du premier ordre

$$\frac{2z}{\omega_0} = 2{,}25 \quad \Rightarrow z = \frac{2{,}25 \times 10}{2} = 11{,}25$$

$$FTBO(p) = K_p \frac{1}{1 + T_1 p} \, \frac{1}{1 + T_2 p}$$

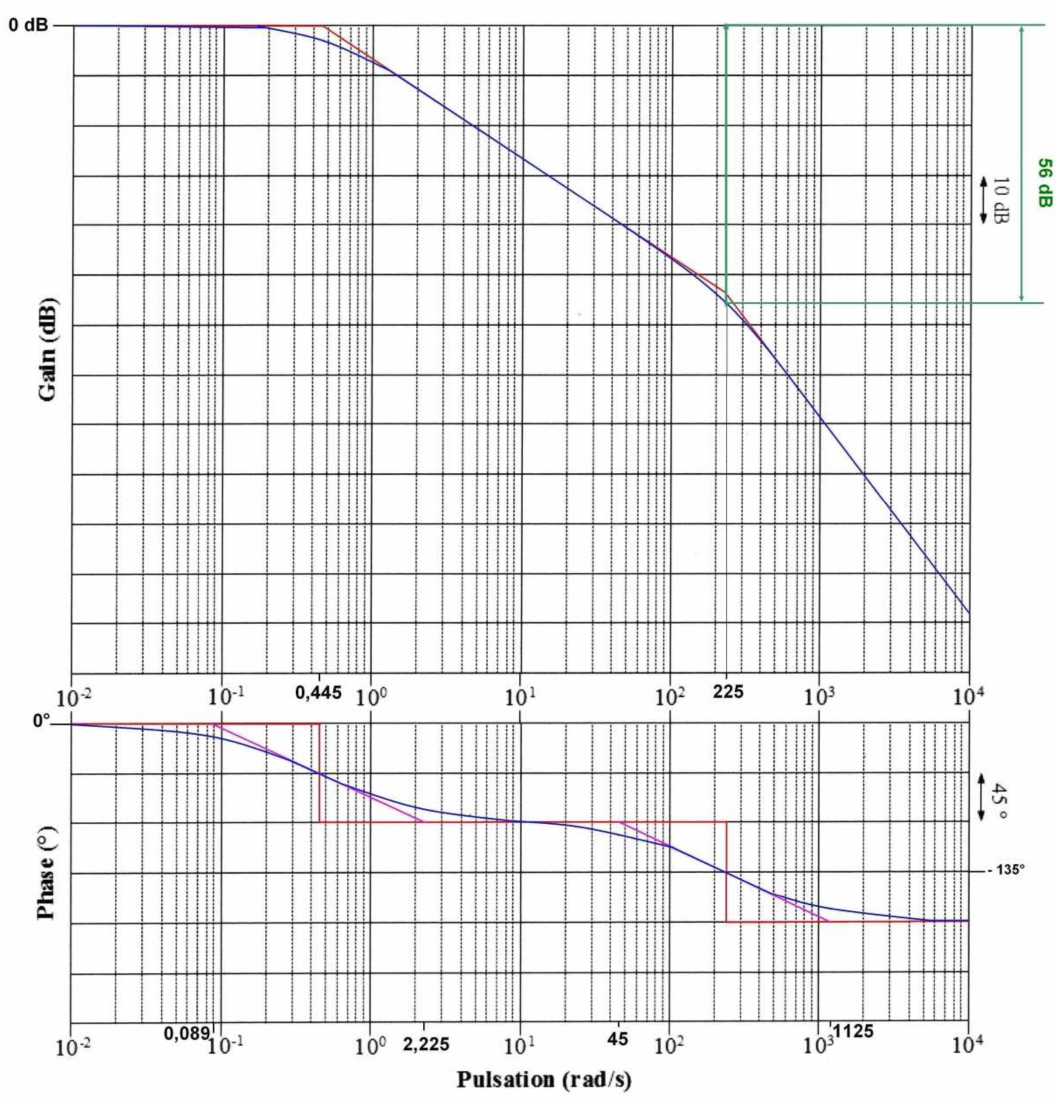
Les racines sont : $p_1 = \frac{-225+224{,}11}{2} \approx -0{,}445 \ \Rightarrow \frac{1}{T_1} = 0{,}445 \ rad.s^{-1}$

$p_2 = \frac{-225-224{,}11}{2} \approx -225 \ \Rightarrow \frac{1}{T_2} = 225 \ rad.s^{-1}$

Le tracé des asymptotes est en rouge.

Le tracé réel est en bleu. (un petit tableau de 5 valeurs de φ permet d'avoir un tracé correct)

Document réponse 4 : tracé asymptotique des diagrammes de Bode de $FTBO(p)$ pour $K_p = 1$

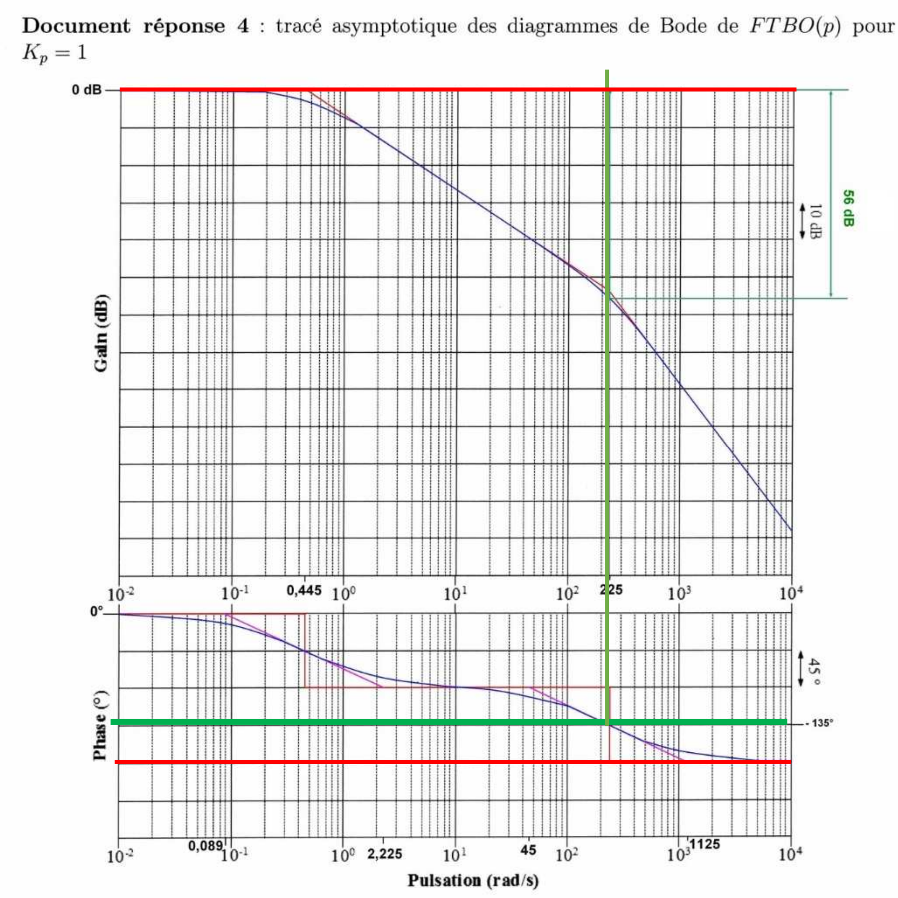


Q22- On veut une marge de gain supérieure ou égale à 15 dB. L'ordre 2 de la FTBO, la marge de gain tend vers l'infini, quelle que soit la valeur de K_p.

Q23 - On veut une marge de phase supérieure ou égale à 45°.Or la courbe de phase passe par –135° pour $\omega_2 = 225\ rad.s^{-1}$. Il faut $20\,log\,K_p = +56dB$ pour que $\omega_2 = 225\ rad.s^{-1}$soit la pulsation de coupure à 0dB.

$20\,log\,K_p = +56dB \quad \Rightarrow \quad K_p = 10^{\frac{56}{20}} \qquad\qquad K_p \approx 630$

Il faut donc $\boldsymbol{K_p \leq 630}$ pour que la marge de phase soit supérieure ou égale à 45°.



Q24- La valeur finale de $\omega_m(t)$ dépend du gain statique de la fonction

donc :

$$\boxed{\lim_{t\to+\infty} \omega_m(t) = \frac{K_{cap}K_p}{K_{cap}K_p + K_e}\omega_c} = \frac{K_p}{K_p+1}\omega_c$$

car $K_e=K_{cap}$

Le critère de précision sur la vitesse est une erreur statique de $\pm10\%$ pour la vitesse du chariot, or, en ligne droite , la vitesse du chariot est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur, donc on veut :

$$\frac{K_p}{K_p+1} \geq 0{,}9 \Rightarrow K_p \geq 0{,}9\left(K_p+1\right) \Rightarrow \boxed{K_p \geq 9}$$

Q25-

$$H_1(p) = \frac{K_{cap}K_p}{K_{cap}K_p + K_e}\frac{1}{1 + \frac{JR_m}{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}p + \frac{JL_m}{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}p^2}$$

D'où :

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}{JL_m}}}} ; \frac{2m}{\omega_0} = \frac{JR_m}{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)} \Rightarrow m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}{JL_m}}\frac{JR_m}{K_i\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{JR_m^2}{K_i.L_m\left(K_{cap}K_p + K_e\right)}}}$$

Or $K_e=K_{cap}=K_i$ donc $\omega_0 = K_i\sqrt{\frac{(K_p+1)}{JL_m}}$ et $m = \frac{R_m\sqrt{J}}{2K_i\sqrt{L_m(K_p+1)}}$

Application numérique :

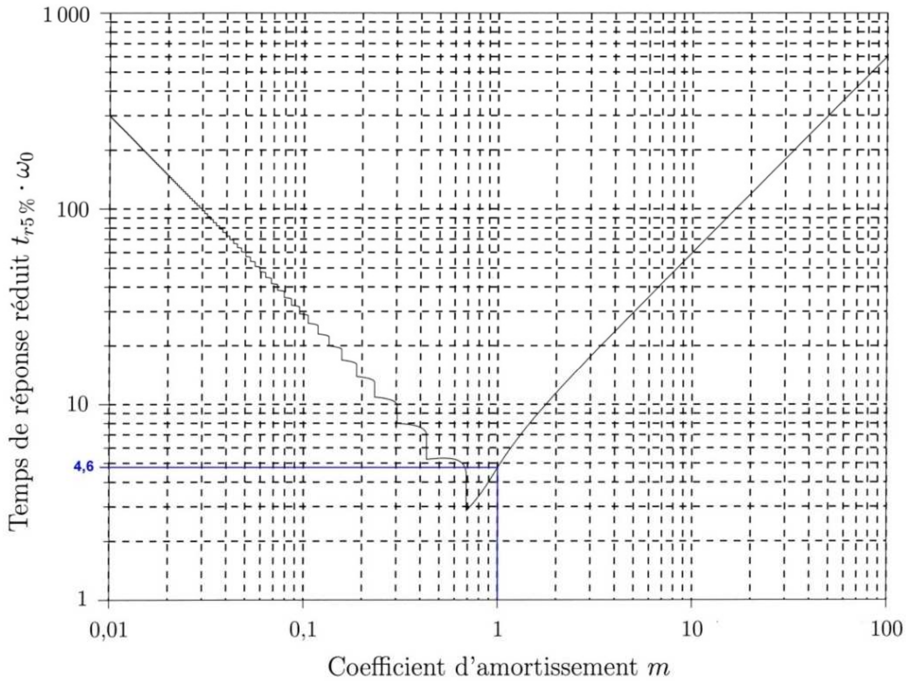
$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0 = 10\sqrt{K_p + 1};\ m = \frac{11,25}{\sqrt{K_p + 1}}}}$$

Q26- La réponse de la roue la **<u>plus rapide sans dépassement</u>** correspond à $\underline{\boldsymbol{m = 1}}$ d'où $\boxed{\boldsymbol{K_p = 125,5}}$.

Q27- Pour $K_p = 125{,}5$, la pulsation propre non amortie est $\omega_0 = 112{,}5\ rad.s^{-1}$, les tracés réalisés sur le document-réponse 5 , on a :

$$\boxed{\boldsymbol{t_{r_{5\%}} = 41.10^{-3}s}}$$

Document réponse 5 : rapidité du système



$t_{r5\%} \cdot \omega_0 = 4{,}6$

$t_{r5\%} = 41.10^{-3}$ s

Q28- On privilégie le critère de rapidité : on cherche la valeur de K_p qui permet d'obtenir le temps de réponse le plus faible obtenu pour un coefficient d'amortissement : **m = 0,69.** Avec la relation $m = \frac{11{,}25}{\sqrt{K_p+1}}$, on trouve alors la valeur de K_p :

$$\boxed{\boldsymbol{K_p = 264{,}8}}$$

Q29- $\boldsymbol{\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_{cons}(p) - H_2(p)C_r(p)}$ **, la vitesse de rotation du moteur diminue à partir du moment où on applique un couple perturbateur** $\boldsymbol{c_r(t) = 50\,U(t-\tau)}$ **[Nm].**

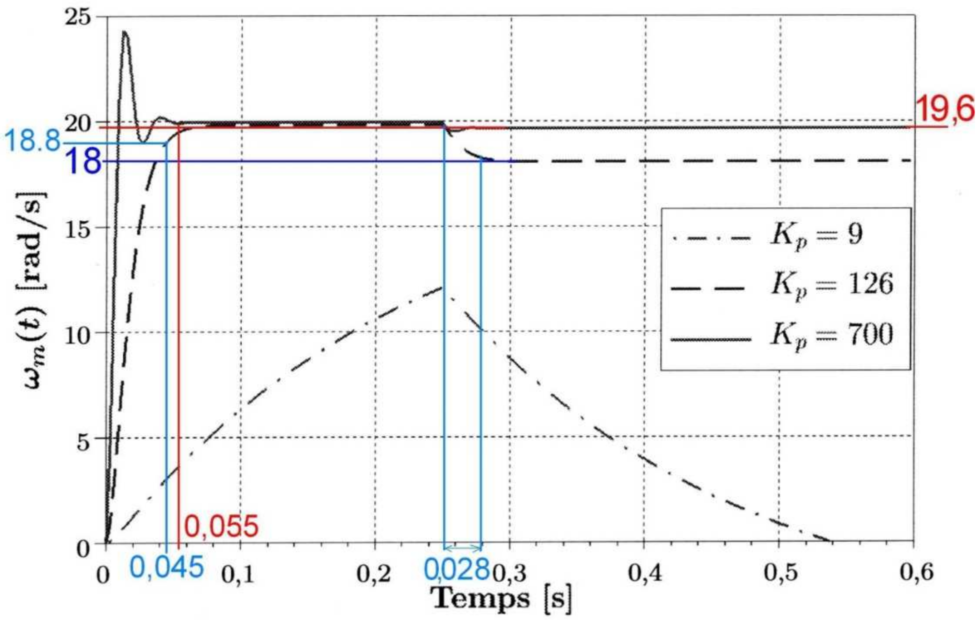


Figure 12 – Simulation du comportement d'une roue

	Précision	**Dépassement**	**Rapidité**
K_p = 9 (critère de précision)	Ers%>10% la précision n'est pas bonne car le gain K_p est peu élevé et l'influence de la perturbation importante.	Coeff. amortissement>1 : on trouve $m = \frac{11,25}{\sqrt{K_p+1}} = 3,56$ $\Rightarrow$ pas de dépassement .	fort amortissement $\Rightarrow$ système très lent $t_{5\%} > 0,3s$ Non compatible le cahier des charges
K_p = 126 (critère de rapidité sans dépassement)	Ers = 20 -18 = 2 rad.s^{-1} Ers%=10% vérifie le critère de précision malgré la perturbation.	Coeff. amortissement=1 , $\Rightarrow$ pas de dépassement .	$t_{5\%} = 45.10^{-3}s < 0,3s$ compatible le cahier des charges (proche de la valeur déterminée Q27 : 41.10^{-3} s).
K_p = 700	Ers= 20 –19,6 = 0,4 rad.s^{-1} Ers%=2%<10% vérifie le critère de précision malgré la perturbation.	Coeff. amortissement<1 , on trouve $m = \frac{11,25}{\sqrt{K_p+1}} = 0,42$ $\Rightarrow$ dépassement .	$t_{5\%} = 55.10^{-3}s < 0,3s$ compatible le cahier des charges

En conclusion , on choisit la valeur $\mathrm{Kp} = 126$ car cela garantit la vérification des critères de rapidité, de précision et de non-dépassement tels que spécifiés dans le cahier des charges.