

## Corrigé DS 4 - Concours Blanc MP

### Arthromoteur, Attelle de mobilité passive continue du genou (Centrale MP 2024)

## 1 Mise en situation et problématique

### 1.3 Génération de la consigne de mouvement du genou pour le protocole de la rééducation des ligaments croisés

**Q 1.** Montrer que les informations de réglage fournies par le thérapeute ou le patient permettent d'établir une loi de consigne angulaire  $\omega_{gc}(t)$  conforme au protocole de la rééducation des ligaments croisés. Pour cela, exprimer les durées  $T$  et  $t_1$  en fonction des quatre entrées du générateur de consigne angulaire du genou.

Les paramètres fixés sont  $\theta_i$  (angle en début de flexion),  $\theta_f$  (angle en fin de flexion),  $\omega_0$  et  $\ddot{\theta}_{gmc} =$  constante.

• Lors de la phase d'accélération (constante), on a :  $\ddot{\theta}_{gmc} = \frac{\omega_0}{t_1}$  donc  $t_1 = \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gmc}}$

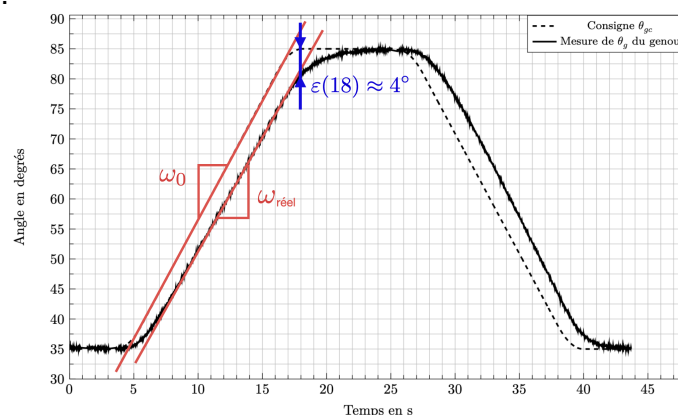
• Une flexion complète de durée  $T$  produit un déplacement angulaire :  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = \int_0^T \omega_g(t) dt$   
 Cette intégrale est « l'aire sous la courbe » de vitesse, d'où :  $\theta_f - \theta_i = (T - t_1)\omega_0$  donc  $T = \frac{\theta_f - \theta_i}{\omega_0} + t_1$

soit 
$$T = \frac{\theta_f - \theta_i}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\ddot{\theta}_{gmc}}$$

Tous les paramètres de la loi de mouvement seront donc entièrement déterminés à partir des quatre données  $\theta_i$ ,  $\theta_f$ ,  $\omega_0$  et  $\ddot{\theta}_{gmc}$ .

### 1.4 Vérification de la configuration standard de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé

**Q 2.** En analysant les écarts avec les exigences 1.2.1 et 1.2.3, expliquer en quoi le réglage par défaut de la carte de commande de l'arthromoteur automatisé n'est pas acceptable. Argumenter avec des comparaisons quantifiées.



**Figure 6** Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé dont la carte de commande est paramétrée par défaut

- 1.2.1 n'est pas respectée : par exemple, à l'instant  $t = 18s$ , l'erreur vaut  $\varepsilon(18) \approx 4^\circ > 2^\circ$
- 1.2.3 n'est pas respectée : on vérifie que la vitesse de consigne, quand elle est constante, vaut  $\omega_0 = \frac{80 - 40}{16 - 6} = 4^\circ \cdot s^{-1} = 4 * 60 = 240^\circ \cdot \text{min}^{-1}$ .  
La vitesse réelle pendant cette phase vaut :  $\omega_{\text{rel}} = \frac{77.5 - 40}{17 - 7} = 3.75^\circ \cdot s^{-1} = 225^\circ \cdot \text{min}^{-1}$   
soit une erreur de  $\omega_0 - \omega_{\text{rel}} = 15^\circ \cdot \text{min}^{-1} > 5^\circ \cdot \text{min}^{-1}$ .

## 2 Modélisation fonctionnelle de la structure de la commande angulaire du genou

### 2.1 Modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée

**Q 3.** À partir des éléments explicatifs sur le fonctionnement de l'arthromoteur et de son diagramme BDD, identifier les constituants repérés de 1 à 6 ainsi que les flux 7 et 8 dans la description chaîne d'information/chaîne de puissance.

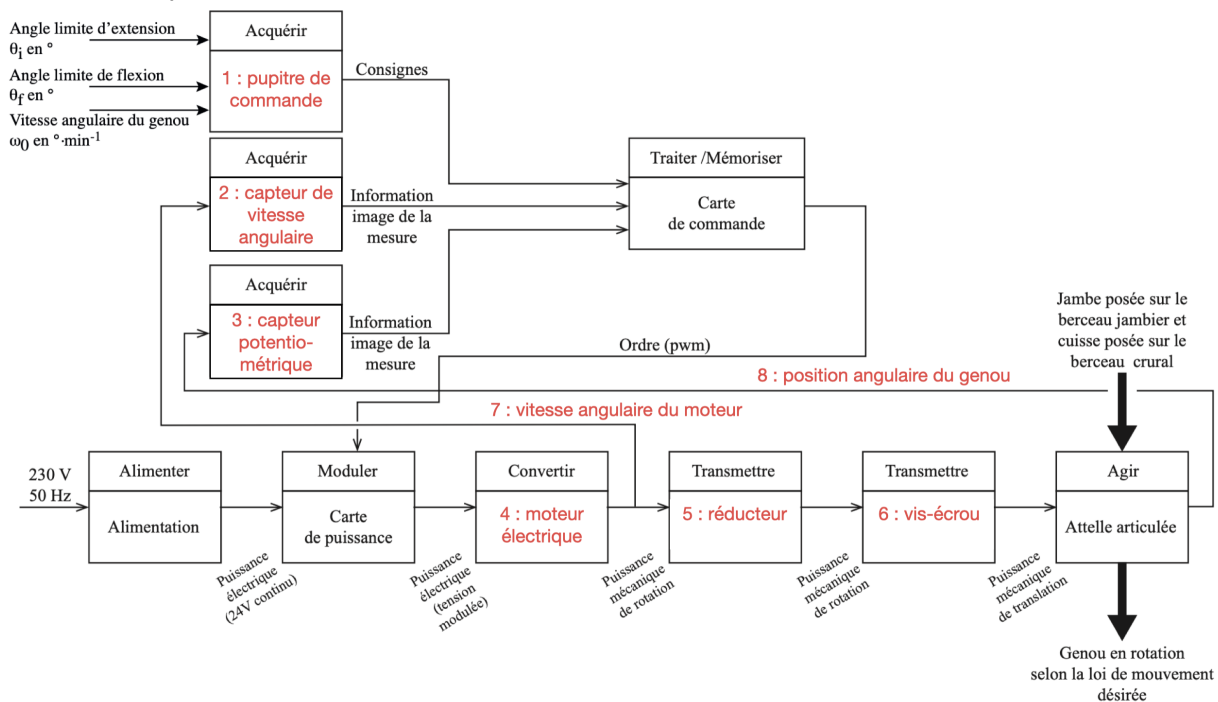
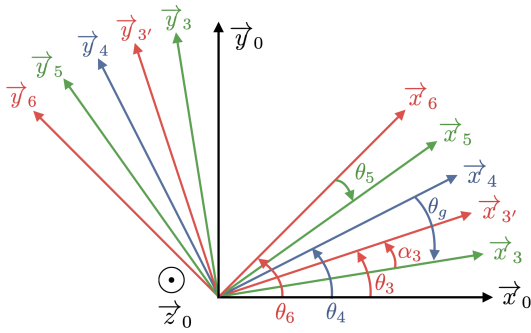


Figure 33 Chaînes d'information et de puissance de l'arthromoteur automatisé

## 3 Détermination des paramètres caractéristiques de la carte de commande angulaire du genou

### 3.1 Modèle de connaissance linéaire de l'attelle articulée

**Q 4.** Donner l'expression de l'angle du genou  $\theta_g(t)$  en fonction des angles  $\theta_3(t)$ ,  $\theta_4(t)$  et  $\alpha_3$ .



Par fermeture angulaire dans le plan de normale  $\vec{z}_0$ , on obtient :

$$\theta_g = (\vec{x}_4, \vec{x}_3) = (\vec{x}_4, \vec{x}_0) + (\vec{x}_0, \vec{x}_{3'}) + (\vec{x}_{3'}, \vec{x}_3)$$

D'où  $\theta_g = -\theta_4 + \theta_3 - \alpha_3$

**Q 5.** En exploitant la relation de fermeture géométrique de la chaîne fermée de liaisons et de solides {0-1-2-3-6-0}, déterminer l'expression de  $\lambda(t)$  en fonction de l'angle  $\theta_3(t)$  et des paramètres géométriques constants  $L_0, L_3, L_6, h$  et  $h_0$ .

On a la fermeture :  $\vec{OO}_1 + \vec{O}_1\vec{A} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$  soit  $-L_0\vec{x}_0 + h\vec{y}_0 + \lambda\vec{x}_0 + h_0\vec{y}_0 + L_3\vec{x}'_3 + L_6\vec{x}_6 = \vec{0}$

En projection sur  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$ , on obtient :

$\vec{x}_0$  :  $-L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3) + L_6 \cos(\theta_6) = 0$

$\vec{y}_0$  :  $h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3) + L_6 \sin(\theta_6) = 0$

En sommant les carrés des termes en  $L_6$ , on obtient :

$$L_6^2 (\underbrace{\cos^2(\theta_6) + \sin^2(\theta_6)}_{=1}) = (-L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3))^2 + (h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2$$

donc  $-L_0 + \lambda + L_3 \cos(\theta_3) = \pm \sqrt{-(h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2 + L_6^2}$

et  $\lambda = L_0 - L_3 \cos(\theta_3) - \sqrt{-(h + h_0 + L_3 \sin(\theta_3))^2 + L_6^2}$

On garde le signe négatif devant la racine car en  $\theta_3 = 0^\circ$ , on observe que  $\lambda < L_0 - L_3$  donc le 3ème terme doit être négatif.

**Q 6.** Donner le système de deux équations liant  $\theta_{gk_{k \in [1,n]}}$ ,  $\lambda_{k \in [1,n]}$ , a et b et traduisant le fait que a et b minimisent Q(a, b).

On a : 
$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

Or  $\frac{\partial Q}{\partial a} = \sum_{k=1}^n (2a\lambda_k^2 - 2\lambda_k(\theta_{gk} - b)) = 2a \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - 2 \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} + 2b \sum_{k=1}^n \lambda_k$

et  $\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum_{k=1}^n (2b - 2(\theta_{gk} - a\lambda_k)) = 2bn - 2 \sum_{k=1}^n \theta_{gk} + 2a \sum_{k=1}^n \lambda_k$

Ainsi : 
$$\begin{cases} 0 = a \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} + b \sum_{k=1}^n \lambda_k \\ 0 = bn - \sum_{k=1}^n \theta_{gk} + a \sum_{k=1}^n \lambda_k \end{cases}$$

**Q 7.** Montrer que  $a = \frac{n \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} - \sum_{k=1}^n \theta_{gk} \sum_{k=1}^n \lambda_k}{n \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - \left( \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)^2}$  et  $b = \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n \theta_{gk} - a \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)$ .

En divisant par n, on obtient le système et en notant  $\bar{x}_k = \sum_{k=1}^n x_k$  la moyenne :  $\begin{cases} 0 = a \overline{\lambda_k^2} - \overline{\lambda_k \theta_{gk}} + b \overline{\lambda_k} & (1) \\ 0 = b - \overline{\theta_{gk}} + a \overline{\lambda_k} & (2) \end{cases}$

(2)  $\Rightarrow b = \overline{\theta_{gk}} - a \overline{\lambda_k}$  donc en substituant dans (1) :

$$0 = a \overline{\lambda_k^2} - \overline{\lambda_k \theta_{gk}} + (\overline{\theta_{gk}} - a \overline{\lambda_k}) \overline{\lambda_k}$$

d'où :

Soit avec les notations de l'énoncé :

$$a = \frac{\overline{\lambda_k \theta_{gk}} - \overline{\theta_{gk}} \cdot \overline{\lambda_k}}{\overline{\lambda_k^2} - (\overline{\lambda_k})^2}$$

$$b = \overline{\theta_{gk}} - \frac{\overline{\lambda_k \theta_{gk}} - \overline{\theta_{gk}} \cdot \overline{\lambda_k}}{\overline{\lambda_k^2} - (\overline{\lambda_k})^2} \overline{\lambda_k}$$

$$a = \frac{n \sum_{k=1}^n \lambda_k \theta_{gk} - \sum_{k=1}^n \theta_{gk} \sum_{k=1}^n \lambda_k}{n \sum_{k=1}^n \lambda_k^2 - \left( \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n \theta_{gk} - a \sum_{k=1}^n \lambda_k \right)$$

**Q 8.** Écrire en langage Python une fonction Sum\_Li(Li) qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes de cette liste.

Écrire en langage Python une fonction Sum\_Li\_2(Li) qui prend en argument une liste Li de nombres à virgule flottante et qui renvoie la somme des termes au carré de cette liste.

Écrire une fonction Sum\_XY(X,Y) qui prend en argument deux listes X et Y de nombres à virgule flottante, de même longueur et qui renvoie la somme des produits  $x_k \cdot y_k$  avec  $x_k$  et  $y_k$  les termes des listes X et Y.

```
def Sum_Li(Li):
    S = Li[0] # Li n'est pas vide
    for k in range(1, len(Li)):
        S += Li[k]
    return S
```

```
def Sum_Li_2(Li):
    S2 = Li[0]**2
    for k in range(1, len(Li)):
        S += Li[k]**2
    return S2
```

```
def Sum_XY(X,Y):
    SXY = X[0]*Y[0]
    for k in range(1, len(X)):
        SXY += X[k]*Y[k]
    return SXY
```

**Q 9.** Écrire en langage Python une fonction red\_lin(L, T) prenant en argument les listes L et T retournant les valeurs de a et de b définissant la relation  $\theta_g(t) = a \cdot \lambda(t) + b$ .

```
def red_lin(L,T):
    n = len(L)
    a = (n*Sum_XY(L,T) - Sum_Li(L)*Sum_Li(T)) / (n*Sum_Li_2(L) - Sum_Li(L)**2)
    b = 1/n*(Sum_Li(T) - a*Sum_Li(L))
    return a, b
```

### 3.2 Modélisation, identification et réglage de la boucle de vitesse

#### 3.2.1 Modèle de comportement dynamique de la boucle de vitesse de l'arthromoteur automatisé

**Q 10.** Réaliser l'inventaire des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble  $\Sigma$  qui a permis d'obtenir l'équation (1). L'expression des puissances est demandée et les justifications apportées doivent être claires et précises. L'inventaire doit être réalisé soigneusement de manière à distinguer nettement les puissances extérieures et intérieures.

Bilan de puissances sur  $\Sigma = \{\text{arbre moteur, rducteur, 1, 2, 3, 4, 5, 6}\}$  en mouvement dans  $R_0$  galiléen.

$P_{\text{ext} \rightarrow \Sigma / R_0}$	$P_{\text{int}(\Sigma)}$
$P_{\text{pes} \rightarrow \text{patient} / R_0} = C_{\text{pes}} \cdot \omega_m$	$P_{S_i \leftrightarrow S_j} = 0 \text{ (LP)}$
$P_{\text{mot} \rightarrow \text{rotor1} / R_0} = C_m \cdot \omega_m$	
$P_{\text{fvisq} \rightarrow \text{rotor1} / R_0} = C_f \cdot \omega_m = -f_v \cdot \omega_m^2$	
$P_{\text{fsec} \rightarrow \text{rotor1} / R_0} = C_{\text{sec}} \cdot \omega_m$	
$P_{0 \rightarrow S_j / R_0} = 0 \text{ (LP)}$	
pesanteur et frottements rapportés sur l'axe moteur	

#### 3.2.2 Identification des grandeurs caractéristiques de l'ensemble moteur

**Q 11.** Écrire l'équation (1) en régime permanent dans les conditions matérielles N°1 et déduire de la figure 14 la valeur numérique du coefficient de frottement visqueux  $f_v$  et du couple de frottement sec  $C_{\text{sec}}$ .

On a :

$$J_{\text{eq}} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f_v \cdot \omega_m(t) + C_{\text{sec}} + C_{\text{pes}}$$

Avec  $\frac{d\omega_m(t)}{dt} = 0$  (régime permanent),  $C_m(t) = k_t \cdot i_m$ ;  $C_{\text{pes}} = 0$  (pas de jambe), et  $C_{\text{sec}} = -K_{\text{sec}}$  car  $\omega_m > 0$  lors des essais.

$$\text{d'où } i_m = \frac{1}{k_t} (f_v \cdot \omega_m + K_{\text{sec}})$$

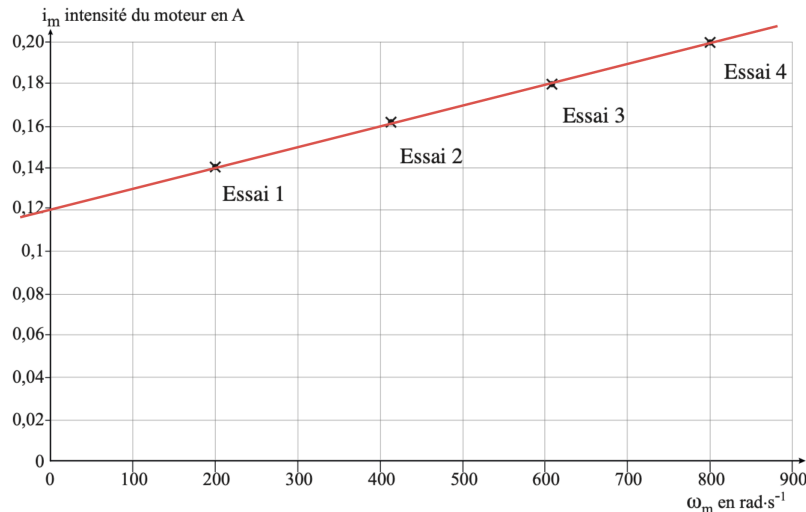


Figure 14 Intensité  $i_m$  en fonction de  $\omega_m$  en régime permanent

On identifie une fonction affine d'ordonnée à l'origine 0.12 A et de pente  $\frac{0.20-0.12}{800} = 10^{-4} \text{ A.s.rad}^{-1}$

d'où  $\frac{K_{\text{sec}}}{k_t} = 0.12$  soit  $C_{\text{sec}} = -K_{\text{sec}} = -0.12 \cdot 0.0256$  d'où  $C_{\text{sec}} = -3.1 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$

et  $\frac{f_v}{k_t} = 10^{-4}$  donc  $f_v = 0.0256 \cdot 10^{-4}$  d'où  $f_v = 2.6 \cdot 10^{-6} \text{ N.m.s.rad}^{-1}$

**Q 12.** En considérant les conditions initiales nulles, déterminer l'expression de la fonction de transfert du moteur  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{I_m(p)}$  de l'asservissement en vitesse du moteur.

Dans les conditions de Heaviside, sans frottements secs et sans jambe, l'équation (1) donne dans le domaine de Laplace :

$$J_{\text{eqmot}} \cdot p \cdot \Omega_m(p) = \underbrace{C_m(p)}_{k_t \cdot I_m(p)} - f_v \cdot \Omega_m(p)$$

d'où  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{I_m(p)} = \frac{k_t}{J_{\text{eqmot}} \cdot p + f_v}$

**Q 13.** Donner l'expression littérale sous forme canonique de la fonction de transfert  $H_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{\text{cm}}(p)}$  en fonction de  $K_p$ ,  $J_{\text{eqmot}}$ ,  $k_t$  et  $f_v$ .

La formule de Black donne :  $\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{\text{cm}}(p)} = \frac{K_p H_m(p)}{1 + K_p H_m(p)} = \frac{K_p k_t}{(J_{\text{eqmot}} p + f_v) + K_p k_t}$

d'où  $H_v(p) = \frac{\frac{K_p k_t}{f_v + K_p k_t}}{1 + p \frac{J_{\text{eqmot}}}{f_v + K_p k_t}}$

**Q 14.** Dédurre de l'essai figure 17 la valeur numérique de l'inertie équivalente  $J_{\text{eqmot}}$ .

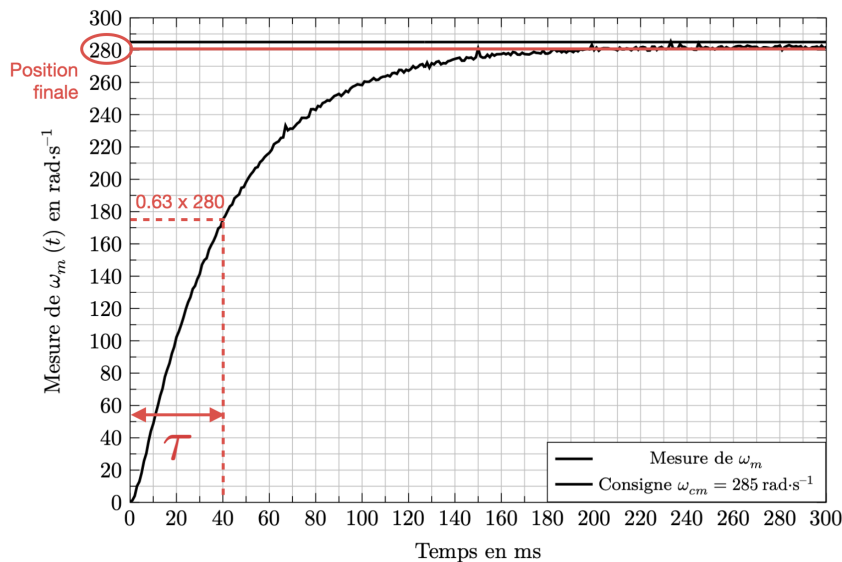


Figure 17 Vitesse de rotation du moteur pour une consigne en échelon de vitesse de 285 rad.s<sup>-1</sup>

La réponse peut être modélisée par un système d'ordre 1 de constante de temps  $\tau = 40$  ms

d'où :  $\frac{J_{eqmot}}{f_v + K_p k_t} = \tau$  soit  $J_{eqmot} = \tau(f_v + K_p k_t) = 40 \cdot 10^{-3}(2.6 \cdot 10^{-6} + 9.4 \cdot 10^{-3} \cdot 0.0256)$

$$J_{eqmot} = 9.7 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$$

Q 15. Déterminer l'expression de  $J_{eq}$  en fonction de  $J_{eqmot}$ ,  $m_2$ ,  $K_v$  et  $K_r$ . Montrer que  $J_{eq} \approx J_{eqmot}$ .

Pour le système complet  $\Sigma$ , l'énergie cinétique vaut :

$$E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2}(J_{eqmot}\omega_m^2 + m_2\dot{\lambda}^2) \text{ avec } \dot{\lambda} = K_v\omega_v = K_vK_r\omega_m$$

$$\text{d'où : } E_c(\Sigma/R_0) = \frac{1}{2} \underbrace{(J_{eqmot} + m_2K_v^2K_r^2)}_{J_{eq}} \omega_m^2 \quad \text{A.N. : } m_2K_v^2K_r^2 = 0.49 \cdot \frac{1}{16^2} \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi}\right)^2 \sim 10^{-9} \ll J_{eqmot}$$

donc  $J_{eq} \approx J_{eqmot}$

Q 16. Proposer les conditions matérielles (N°1 ou N°2) ainsi que le protocole de mesure (N°1 ou N°2) d'un troisième essai qui valideraient les hypothèses  $C_{sec.moteur} \approx 0$  et  $f_{v.attelle} \approx 0$ . Justifier brièvement ce choix, reproduire la figure 18 sur la copie puis compléter pour résumer les conditions de mise en œuvre de l'essai retenu.

On peut conserver le 1er protocole de mesure qui nous a permis de déterminer  $C_{sec}$  et  $f_v$  mais cette fois sans attelle (condition N° 2) pour vérifier qu'on obtient bien une loi linéaire (et non plus affine :  $C_{sec.moteur} \approx 0$ ) de même pente ( $f_v = f_{v.moteur} + 0$ ).

Conditions matérielles	N°2		
Attelle en mouvement	Non	Jambe et cuisse posées sur l'attelle	Non
Boucle de vitesse connectée	Oui	Boucle de position connectée	Non
Protocole de mesure	N°1		

Figure 18 Résumé des conditions de mise en œuvre d'un essai de validation de  $C_{sec.moteur} \approx 0$  et  $f_{v.attelle} \approx 0$

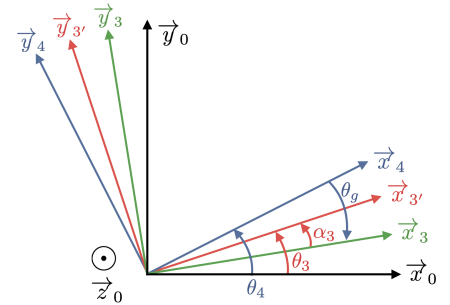
### 3.2.3 Détermination des grandeurs caractéristiques du couple résistant dû à l'action de pesanteur

**Q 17.** Déterminer l'expression de  $\vec{V}_{G_j,3/0}$  en fonction de  $L_{cu}$ ,  $L_j$ ,  $\dot{\theta}_4$ ,  $\dot{\theta}_3$  et de vecteurs unitaires du paramétrage.

$$\vec{V}_{G_j,3/0} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{C_h G_j} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (-L_{cu} \vec{x}_4 - L_j \vec{x}_3) \Big|_0$$

avec  $C_h$  fixe dans  $R_0$  et  $G_j$  point matériel du berceau 3.

$$\boxed{\vec{V}_{G_j,3/0} = -L_{cu} \dot{\theta}_4 \vec{y}_4 - L_j \dot{\theta}_3 \vec{y}_3} \quad (\text{en effet, } \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}'_3 \text{ car } \alpha \text{ est fixe})$$



**Q 18.** Exprimer la puissance  $P_{\text{pes} \rightarrow 3/0}$  de l'action mécanique de pesanteur sur 3 en fonction de  $M_j$ ,  $g$ ,  $L_j$ ,  $L_{cu}$ ,  $\theta_3$ ,  $\alpha_3$ ,  $\theta_4$ ,  $\dot{\theta}_4$  et  $\dot{\theta}_3$ .

$$P_{\text{pes} \rightarrow 3/0} = (-M_j g \vec{y}_0) \cdot \vec{V}_{G_j,3/0} \text{ car on est au centre de gravité.}$$

$$\text{Donc } \boxed{P_{\text{pes} \rightarrow 3/0} = M_j g (L_{cu} \dot{\theta}_4 \cos(\theta_4) + L_j \dot{\theta}_3 \cos(\theta_3 - \alpha_3))}$$

**Q 19.** Exprimer  $P_{\text{pes}}$  en fonction de  $\theta_3$ ,  $\alpha_3$ ,  $\theta_4$  et  $\omega_m(t)$ .

$$\dot{\theta}_g = a \dot{\lambda} = a K_v K_r \omega_m \text{ donc } \boxed{P_{\text{pes}} = (K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos(\theta_4)) a K_v K_r \omega_m(t)}$$

**Q 20.** Donner la valeur de  $\theta_3$  et celle de  $\theta_4$  pour lesquelles la valeur absolue du couple  $C_{\text{pes}}$  est maximale.

$$P_{\text{pes}} = C_{\text{pes}} \omega_m(t) \text{ donc } C_{\text{pes}} = (K_{p3} \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_3) + K_{p4} \cdot \cos(\theta_4)) a K_v K_r$$

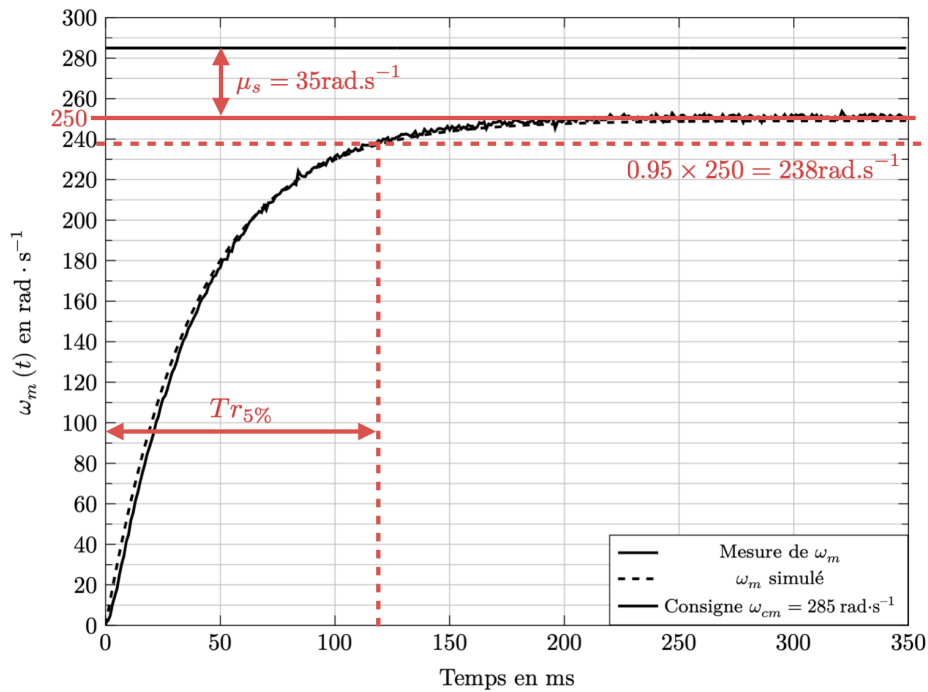
Ce terme est maximal si  $\cos(\theta_3 - \alpha_3)$  et  $-\cos(\theta_4)$  sont maximaux car les constantes sont positives sauf  $K_{p4}$ .

On voudrait donc avoir  $\theta_4 = 0$  et  $\theta_3 = \alpha_3$ , ce qui n'est pas possible dans les intervalles disponibles. On s'en approche le plus possible en choisissant les bornes de l'intervalle :

$$\boxed{\theta_3 = 23.8^\circ \text{ et } \theta_4 = -30.35^\circ}$$

Remarque : on peut justifier graphiquement ce résultat, il faut que le bras de levier de la pesanteur soit maximal au point A et donc que la jambe soit dans une position la plus proche possible de l'horizontale.

**Q 21.** Conclure sur la validité du modèle de la commande en vitesse angulaire du moteur en analysant l'écart simulé-mesuré. Par l'analyse de l'écart mesuré-souhaité, justifier que le correcteur  $C_v(p)$  choisi par défaut ne convient pas. La réponse apportée doit être argumentée et s'appuyer sur des critères clairs et précis.



**Figure 23** Mesure sur système réel et résultat de simulation pour une consigne de vitesse angulaire en échelon

- L'écart mesure-simulation est très faible et de l'ordre de grandeur du bruit de mesure : le modèle retenu est valide dans ce contexte.
- L'écart entre la mesure et la consigne donne à convergence une erreur statique  $\mu_S = 35 \text{ rad/s}$  ce qui n'est pas compatible avec l'erreur nulle demandée.  $\rightarrow$  le correcteur n'est pas adapté. La rapidité est cependant satisfaisante car  $Tr_{5\%} \simeq 0.12 \text{ s} < 0.3 \text{ s}$ .

**3.2.4 Réglage du correcteur de la boucle de vitesse angulaire  $C_V(p)$**

**Q 22.** Montrer que l'expression de  $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)}$  peut se mettre sous la forme  $H(p) = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ .

Déterminer l'expression du facteur d'amortissement  $\xi$  en fonction de  $K_p$ ,  $K_m$ ,  $K_i$  et  $\tau_m$ . Quelle est l'influence de  $K_i$  sur l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire ?

$$C_V(p) = \frac{K_p p + K_i}{p}$$

La formule de Black donne :  $\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{cm}(p)} = \frac{(K_p p + K_i)K_m}{p(1 + \tau_m p) + (K_p p + K_i)K_m}$

d'où  $\frac{1 + \frac{K_p}{K_i} p}{1 + p \frac{1 + K_p K_m}{K_i K_m} + p^2 \frac{\tau_m}{K_i K_m}}$

On identifie :  $\tau = \frac{K_p}{K_i}$ ,  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\tau_m}{K_i K_m}$  donc  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_i K_m}{\tau_m}}$ , et  $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1 + K_p K_m}{K_i K_m}$  donc  $\xi = \frac{1 + K_p K_m}{2\sqrt{\tau_m K_i K_m}}$

Une augmentation de  $K_i$  diminue l'amortissement.

**Q 23.** À l'aide de la figure 25, choisir la valeur de  $K_i$  qui permet à l'asservissement de vitesse angulaire du moteur de respecter tous les critères du tableau 3 sans dégrader l'amortissement de la réponse à un échelon de consigne de vitesse angulaire. Justifier ce choix.

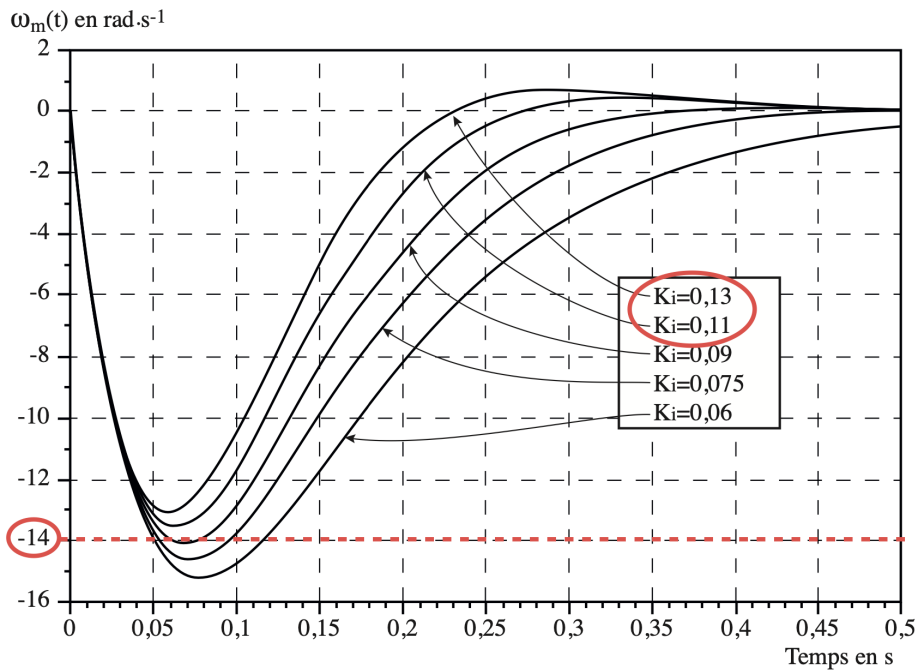


Figure 25 Chute de vitesse angulaire du moteur pour un échelon de perturbation de  $-0,005 \text{ N}\cdot\text{m}$

Seules les valeurs  $K_i = 0.11 \text{ A}$  et  $K_i = 0.13 \text{ A}$  respectent l'exigence d'amortissement (chute de vitesse  $\leq 14 \text{ rad/s}$  en norme). On choisira  $K_i = 0.11 \text{ A}$  qui diminue le moins l'amortissement.

### 3.3 Réglage du correcteur de la boucle de position

Q 24. Déterminer la valeur de  $K_g$  telle que la pulsation de coupure  $\omega_{0_{BO}}$  de la F.T.B.O.  $H_{BO}(p)$  soit égale à  $3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ .

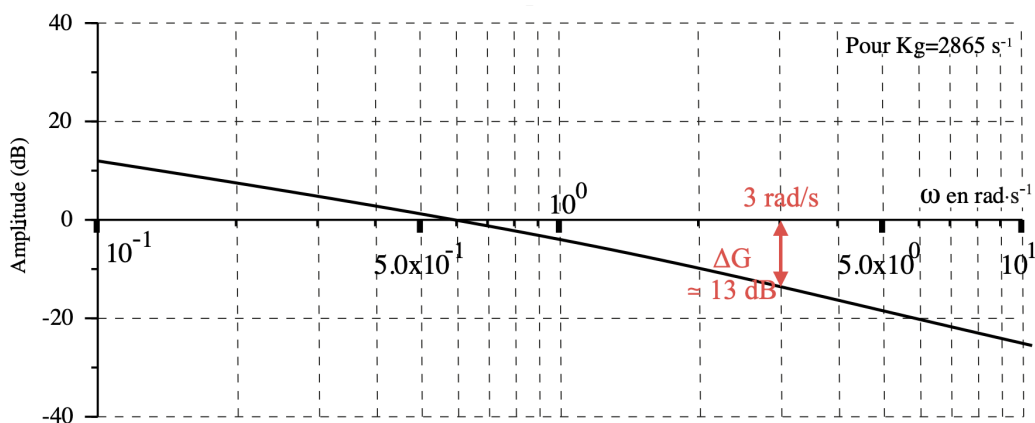


Figure 27 Diagramme de Bode en gain de la F.T.B.O de la commande en position angulaire du genou

On translate la courbe de Gain de  $\Delta G = 13 \text{ dB}$  vers le haut, il faut donc modifier  $K_g$  d'un facteur  $K = 10^{\frac{13}{20}} = 4.5$  ce qui donne donc :

$$K_g = 4.5 \times 2865 = 1.3 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$$

## 4 Conclusion et synthèse

### 4.1 Validation des réglages de la carte de commande

Q 25. Les exigences 1.2.1 et 1.2.3 sont-elles respectées par l'arthromoteur automatisé suite aux réglages du correcteur de la boucle de vitesse et du gain  $K_g$  du correcteur de la boucle de position ? Argumenter avec des comparaisons quantifiées.

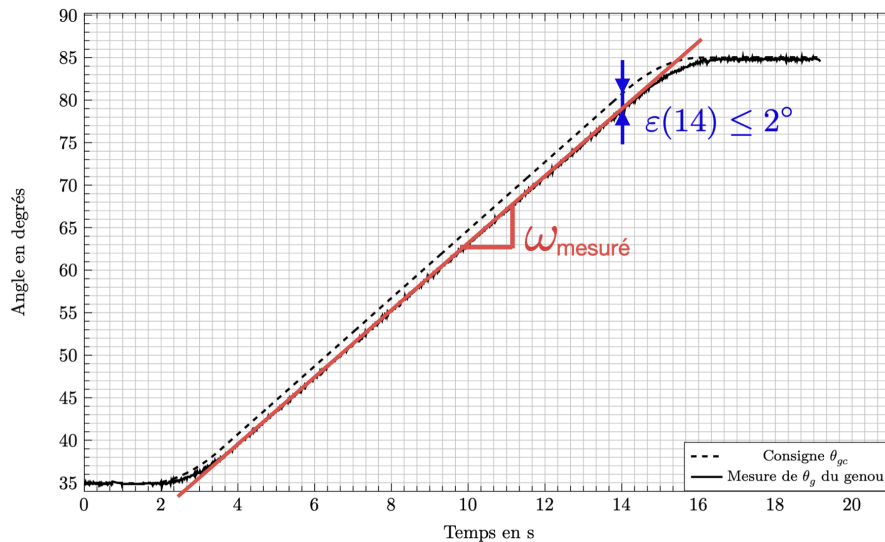


Figure 29 Essai réalisé avec l'arthromoteur automatisé réglé

- 1.2.1 est respectée : lorsque la position mesurée est la plus éloignée de la consigne, entre 14s et 15s environ, on constate que les écarts restent inférieurs à  $2^\circ$ .
- 1.2.3 :  $\omega_0 = 240^\circ \cdot \text{min}^{-1}$

$$\omega_{\text{mesur}} = \frac{83 - 38}{15 - 3.67} = 3.97^\circ \cdot \text{s}^{-1} = 238^\circ \cdot \text{min}^{-1}$$

L'erreur en vitesse angulaire à vitesse constante est de  $2^\circ \cdot \text{min}^{-1} < 5^\circ \cdot \text{min}^{-1}$  donc 1.2.3 est respectée.

## 4.2 Synthèse de l'étude

**Q 26.** Le modèle adopté pour le réglage des deux correcteurs de la commande de l'arthromoteur automatisé est un modèle linéaire. Quel paramètre du modèle de la figure 26, choisi constant pour cette étude, est affecté par le choix de  $\theta_i$ ,  $\theta_i \in [-5^\circ, 60^\circ]$  ?

Le choix du coefficient a dépend de la linéarisation choisie pour la loi de comportement géométrique et donc de la partie de la courbe Figure 30 retenue dans l'étude, qui dépend de  $\theta_i$ .

**Q 27.** Citer deux autres grandeurs physiques de la figure 26 qui sont fonction de ce paramètre et indiquer si l'étude effectuée prend en compte cette variation.

Pour une plage d'utilisation différente, on va modifier :

- La perturbation de la pesanteur ramenée au moteur : en effet, on a choisi le pire des cas dans nos conditions d'étude, mais le couple équivalent peut être plus élevé si la jambe est plus tendue ( $\theta_i$  proche de  $0^\circ$ , voir Question 20).
- $I_m(p)$  peut également augmenter, le courant d'entrée devra être plus important pour compenser des perturbations plus importantes.

L'étude présentée ne prend pas en compte cette variation qui influe par exemple sur la valeur de perturbation de  $-0.005 \text{ Nm}$  choisie, mais qui peut également entraîner une augmentation de l'intensité dans le circuit moteur et conduire à des saturations.

**Q 28.** Parmi les deux correcteurs de la commande, lequel aurait son réglage affecté par la variation de ce paramètre ? Justifier succinctement cette réponse.

Si a est modifié, il faut modifier le réglage de  $C_p(p) = K_g$  car le gain de la FTBO change et l'on veut garder la pulsation de coupure à 0 dB réglée Question 24.