

Asservissement rappels 2

Systèmes du 1er ordre et 2nd ordre

Spé MP–MP* 2026-2027

Lycée Thiers Marseille

1^{er} ordre

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$

K : Gain statique

τ : constante de temps

1er ordre

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$$

K : Gain statique

τ : constante de temps

2nd ordre

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

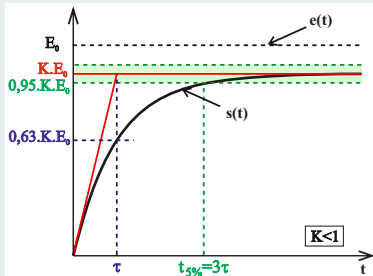
K : Gain statique

z : Coefficient d'amortissement ($z > 0$)

ω_0 : Pulsation propre non amortie ($\omega_0 > 0$)

2.1 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$

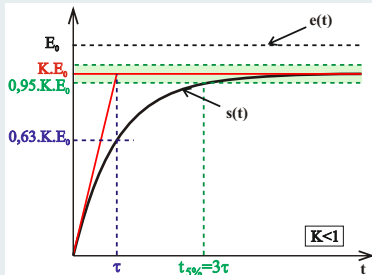


Propriétés de la réponse $s(t)$

- $s(t) = K.E_0.(1 - e^{-t/\tau}).u(t)$
- asymptote en $+\infty = K.E_0$
- pente de la tangente à l'origine :
 $\lim_{t \rightarrow 0} s'(t) = K.E_0/\tau$

2.1 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$



Propriétés de la réponse $s(t)$

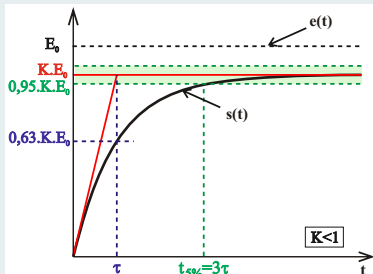
- $s(t) = K.E_0.(1 - e^{-t/\tau}).u(t)$
- asymptote en $+\infty = K.E_0$
- pente de la tangente à l'origine :
 $\lim_{t \rightarrow 0} s'(t) = K.E_0/\tau$

Identification

- K : asymptote en $+\infty = K.E_0$
- τ : temps à 63% de la valeur finale

2.1 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$



Propriétés de la réponse $s(t)$

- $s(t) = K.E_0.(1 - e^{-t/\tau}).u(t)$
- asymptote en $+\infty = K.E_0$
- pente de la tangente à l'origine :
 $\lim_{t \rightarrow 0} s'(t) = K.E_0/\tau$

Identification

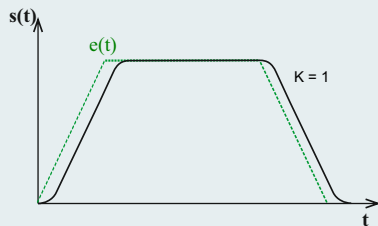
- K : asymptote en $+\infty = K.E_0$
- τ : temps à 63% de la valeur finale

Performances

- **Précision** : $Er_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = E_0.(1 - K)$
- **Rapidité** : $t_{5\%} \approx 3\tau$
- **Stabilité** : toujours stable (si $\tau > 0$)

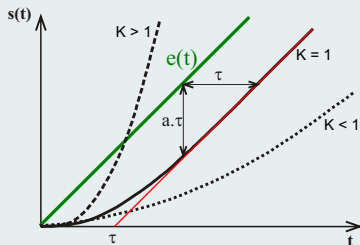
2.2 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à une rampe

Réponse à une entrée en trapèze

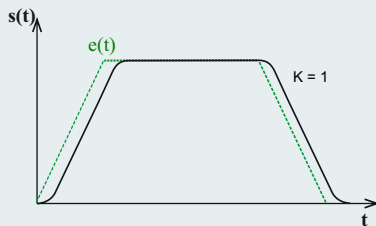


2.2 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à une rampe

Réponse à une rampe $e(t) = a.t.u(t)$

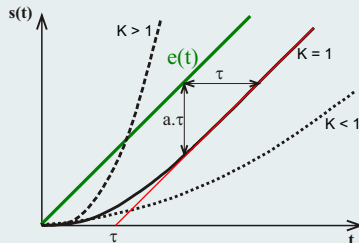


Réponse à une entrée en trapèze

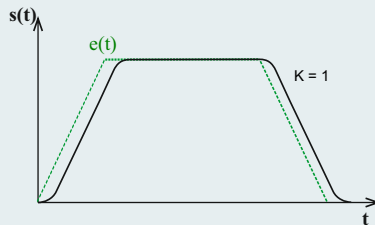


2.2 - Système du 1er ordre : Réponse temporelle à une rampe

Réponse à une rampe $e(t) = a.t.u(t)$



Réponse à une entrée en trapèze

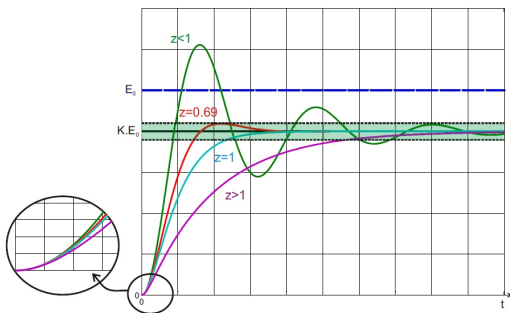


Propriétés de la réponse $s(t)$

- $s(t) = K.a.(t - \tau + \tau.e^{-t/\tau}).u(t)$
- **asymptote en $+\infty$:**
 $s(t) \approx K.a.(t - \tau)$, de pente $K.a$ et coupe l'axe des temps en $t = \tau$

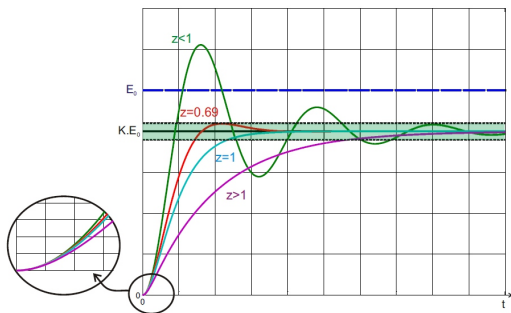
3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$



3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$

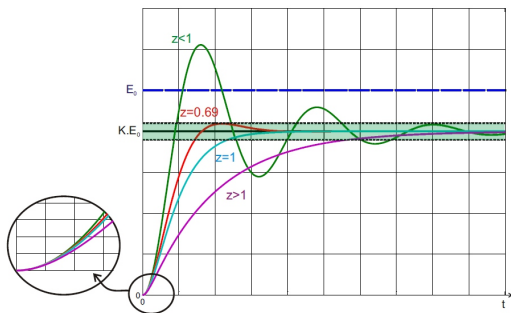


Propriétés de la réponse $s(t)$

z	pôles	à retenir

3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$

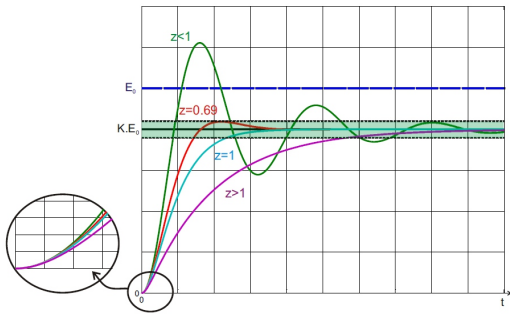


Propriétés de la réponse $s(t)$

z	pôles	à retenir
$z > 1$	$p = -z.\omega_0 \pm \omega_0.\sqrt{z^2 - 1}$	si $z > 4$ équivalent à un 1er ordre

3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$

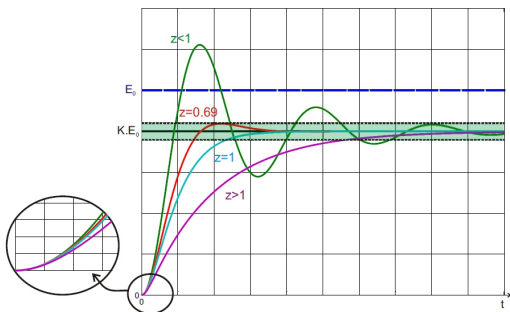


Propriétés de la réponse $s(t)$

z	pôles	à retenir
$z > 1$	$p = -z.\omega_0 \pm \omega_0.\sqrt{z^2 - 1}$	si $z > 4$ équivalent à un 1er ordre
$z = 1$	$p = -z.\omega_0$	réponse la plus rapide sans dépassement

3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Réponse à un échelon $e(t) = E_0.u(t)$

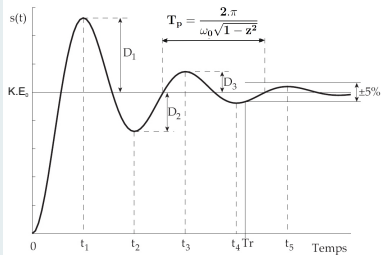


Propriétés de la réponse $s(t)$

z	pôles	à retenir
$z > 1$	$p = -z.\omega_0 \pm \omega_0.\sqrt{z^2 - 1}$	si $z > 4$ équivalent à un 1er ordre
$z = 1$	$p = -z.\omega_0$	réponse la plus rapide sans dépassement
$z < 1$ $z \approx 0.69$	$p = -z.\omega_0 \pm i.\omega_0.\sqrt{1 - z^2}$	$\omega_p = \omega_0.\sqrt{1 - z^2}$ pseudo-pulsation réponse la plus rapide , DR1 = 5%

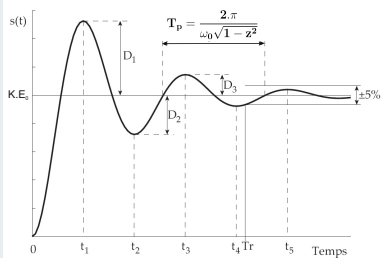
3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Identification de la réponse à un échelon pour $z < 1$



3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

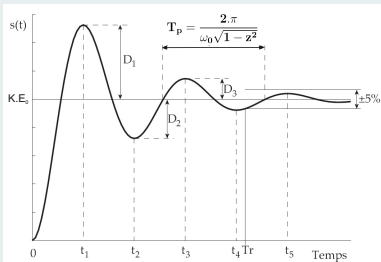
Identification de la réponse à un échelon pour $z < 1$



- pseudo-période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$

3 - Système du 2nd ordre : Réponse à un échelon

Identification de la réponse à un échelon pour $z < 1$

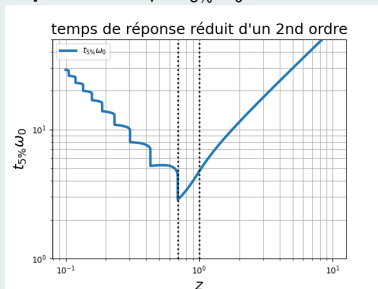


- pseudo-période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$

Performances $\forall z$

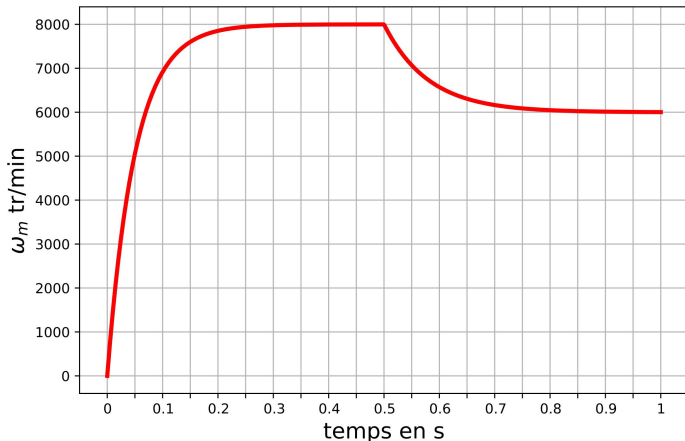
- **Précision :**

$$Er_{\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = E_0 \cdot (1 - K)$$
- **Rapidité :** abaque $t_{5\%} \cdot \omega_0$ en fonction de z



- **Stabilité** : toujours stable (si coefficients du dénominateur positifs)

Identifier à partir d'une réponse temporelle



Un moteur à courant continu est alimenté par une tension $u_m(t)$ d'amplitude $u_0 = 6V$, un couple résistant $c_r(t)$ de type échelon d'amplitude $c_{r0} = 0,007N.m$ est appliqué à l'instant $t = 0,5s$.

Déterminer les expressions numériques des fonctions $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ et $H_{Cr}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$.