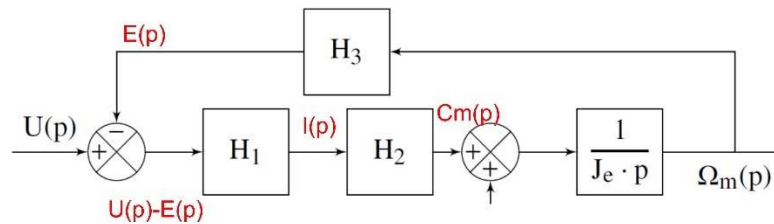


Q1 - À partir des équations caractéristiques du moteur, déterminer les fonctions H1, H2, et H3 du schéma blocs ci-dessus.



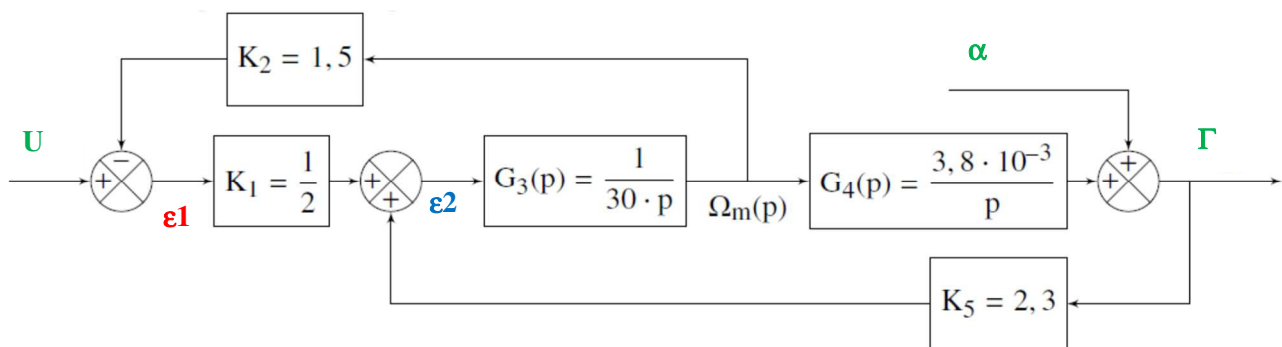
$$(4) \xrightarrow{L} U(p) - E(p) = (R + L \cdot p) \cdot I(p)$$

sous la forme Sortie=Fct de transfert*Entrée : $I(p) = \frac{1}{(R+L \cdot p)} (U(p) - E(p))$

$$(5) \xrightarrow{L} Cm(p) = Kt \cdot I(p)$$

$$(6) \xrightarrow{L} E(p) = Ke \cdot \Omega_m(p)$$

$$H_1(p) = \frac{1}{(R + L \cdot p)}; H_2(p) = Kt; H_3(p) = Ke$$



Q2 - Déterminer les fonctions de transfert T1(p) et T2(p) en fonction de K1, K2, G3(p), G4(p) et K5 telles que $\Gamma(p) = T1(p) \cdot U(p) + T2(p) \cdot \alpha(p)$.

Schéma-blocs initial :

Méthode des epsilons

$$\left. \begin{aligned} \epsilon1 &= U - K_2 \cdot G_3 \cdot \epsilon2 \\ \epsilon2 &= K_1 \cdot \epsilon1 + K_5 \cdot \Gamma \end{aligned} \right\} \Rightarrow \epsilon2 = \frac{1}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3} [K_1 \cdot U + K_5 \cdot \Gamma]$$

$$\Gamma = G_3 \cdot G_4 \cdot \epsilon2 + \alpha$$

$$\Gamma = G_3 \cdot G_4 \cdot \frac{1}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3} [K_1 \cdot U + K_5 \cdot \Gamma] + \alpha$$

$$[1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3 - K_5 \cdot G_3 \cdot G_4] \cdot \Gamma = K_1 \cdot G_3 \cdot G_4 \cdot U + [1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3] \alpha$$

$$\Gamma = \frac{K_1 \cdot G_3 \cdot G_4}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3 - K_5 \cdot G_3 \cdot G_4} \cdot U + \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3 - K_5 \cdot G_3 \cdot G_4} \alpha$$

Méthode algèbre des schémas (principe de superposition)

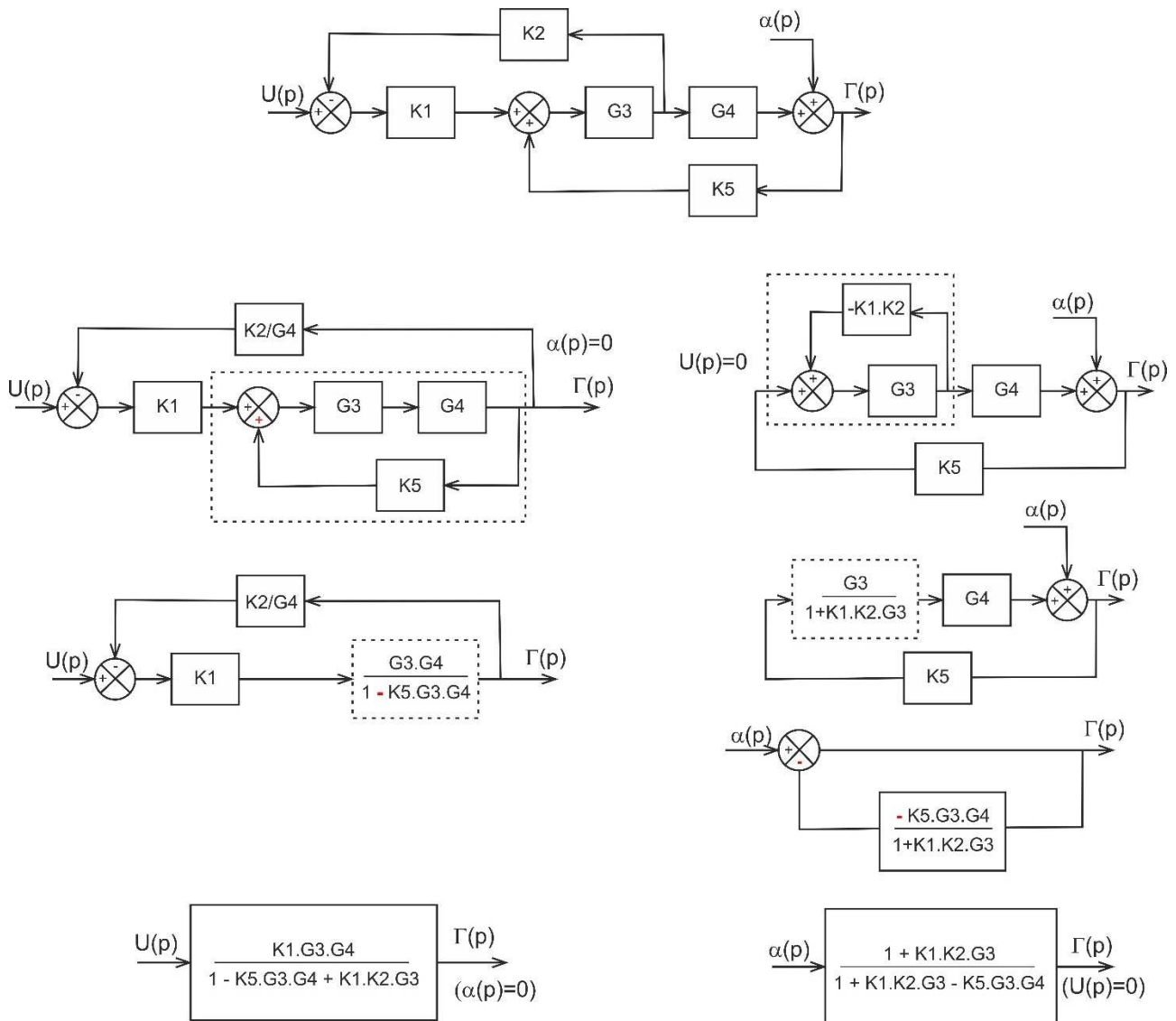
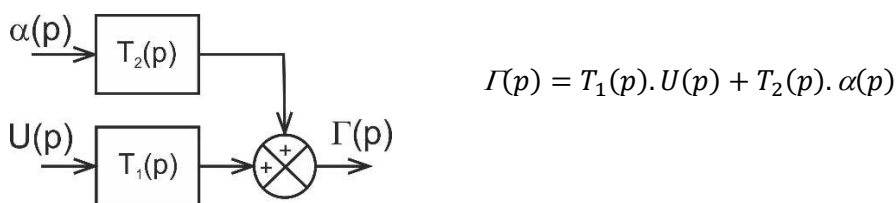


Schéma-blocs simplifié :



Par identification :

$$T_1 = \frac{K_1 \cdot G_3 \cdot G_4}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3 - K_5 \cdot G_3 \cdot G_4}; T_2 = \frac{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot G_3 - K_5 \cdot G_3 \cdot G_4}$$

Q3 - Expliciter $F_1(p)$ puis déterminer les valeurs de K_r pour lesquelles le système est stable.

$$F_1(p) = \left(\frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} \right)_{\alpha=0} = \frac{C(p) \cdot T_1(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r}$$

Un système du second ordre est stable si tous les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert sont de même signe : $-3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot K_r > 0 \Rightarrow K_r > \frac{3,2 \cdot 10^{-4}}{6,5 \cdot 10^{-5}}$

$$K_r > 4,92$$

Q4 - 1. Déterminer l'erreur ε_∞ en fonction de Kr avec $\varepsilon(t) = \gamma_c(t) - \gamma(t)$.

$$\varepsilon_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot (\Gamma_c(p) - \Gamma(p))$$

$$\Gamma(p) = F_1(p) \cdot \Gamma_c(p) + F_2(p) \cdot \alpha(p)$$

$$F_1(p) = \left(\frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} \right)_{\alpha=0} = \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}$$

$$F_2(p) = \left(\frac{\Gamma(p)}{\alpha(p)} \right)_{\alpha=0} = \frac{T_2(p)}{1 + C(p) \cdot T_1(p)} = \frac{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}$$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left(\frac{\gamma_0}{p} \left[1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr} \right] - \underbrace{\frac{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}}_{\rightarrow 0} \cdot \frac{10^\circ}{p} \right)$$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} \gamma_0 \left[1 - \frac{6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr} \right]$$

$$\varepsilon_\infty = \gamma_0 \left[\frac{-3,2 \cdot 10^{-4}}{-3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-5} \cdot Kr} \right]$$

$$\boxed{\varepsilon_\infty = \frac{-32 \cdot \gamma_0}{6,5 \cdot Kr - 32}}$$

(stabilité impose $6,5 \cdot Kr - 32 > 0$)

Q4 - 2. Pour quelles valeurs de Kr l'erreur relative $\left| \frac{\varepsilon_\infty}{\gamma_0} \right|$ est-elle inférieure à 10% ?

On veut $\left| \frac{\varepsilon_\infty}{\gamma_0} \right| < 0,1 \Leftrightarrow \frac{32}{6,5 \cdot Kr - 32} < 0,1 \Leftrightarrow \frac{320+32}{6,5} < Kr \quad \boxed{Kr > 54,15}$

Pour la suite, on choisit $Kr = 100$.

Q5- 1. Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique, déterminer le gain statique K_S , la pulsation propre ω_n et le facteur d'amortissement z .

2. Que pensez-vous de la valeur du facteur d'amortissement ?

Q5 - 1. Mettre $F_1(p)$ sous forme canonique, déterminer le gain statique K_S , la pulsation propre ω_n et le facteur d'amortissement z .

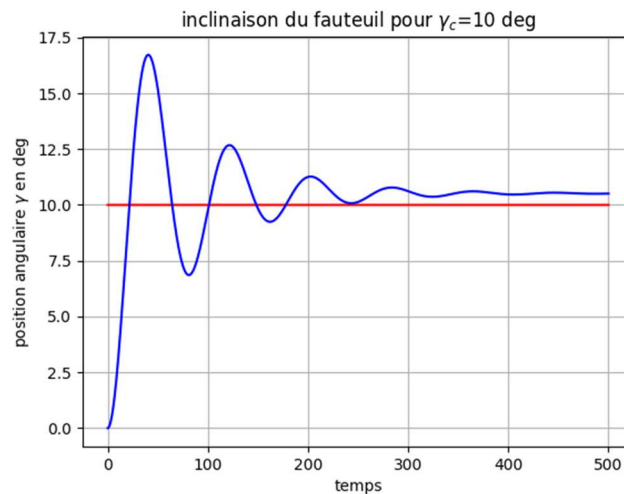
$$Kr = 100 \rightarrow F_1(p) = \frac{6,5 \cdot 10^{-3}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p - 3,2 \cdot 10^{-4} + 6,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{6,5 \cdot 10^{-3}}{p^2 + 2,6 \cdot 10^{-2} \cdot p + 6,18 \cdot 10^{-3}}$$

$$F_1(p) = \frac{K_S}{1 + 2z \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$K_S = \frac{6,5}{6,18} = 1,05 \quad \omega_n = \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}} = 78,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s} \quad z = \frac{\omega_n}{2} \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{6,18 \cdot 10^{-3}} = \frac{2,6 \cdot 10^{-2}}{2 \times \sqrt{6,18 \cdot 10^{-3}}} = 0,16$$

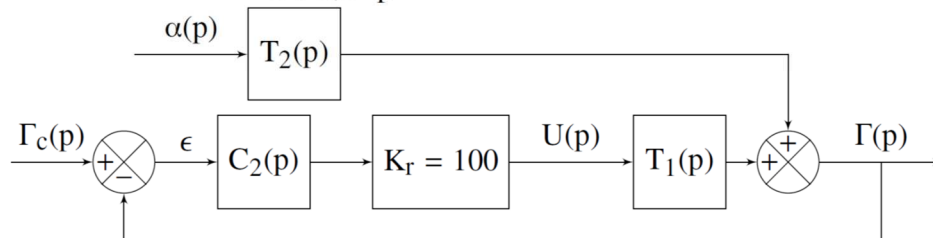
Q5 - 2. Que pensez-vous de la valeur du facteur d'amortissement ?

$z = 0,16$ est faible, le système est très peu (trop peu) amorti, très oscillant, le premier dépassement sera de l'ordre de 70%. Ce qui est contraire au cahier des charges « le fauteuil ne doit pas osciller autour de sa position finale mais on peut admettre un dépassement. » On a bien $\left| \frac{\varepsilon_\infty}{\gamma_0} \right| = 5\% < 0,1$. Voir résultat de la simulation page suivante.



Amélioration de la correction

Afin d'améliorer le comportement et de limiter les oscillations, on insère dans la chaîne directe un nouveau correcteur : $C_2(p) = 40 \cdot \frac{1 + 10 \cdot p}{1 + 0,1 \cdot p}$.



Q6- Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels du correcteur $C_2(p)$.

$$C_2(p) = \frac{40}{1 + 0,1 \cdot p} \cdot \frac{(1 + 10 \cdot p)}{H_2}$$

$20 \cdot \log 40 = 32 \text{ dB}; \omega_{c1} = 10 \text{ rad/s}; \omega_{c2} = 0,1 \text{ rad/s}$

