

Étude d'un buggy radiocommandé (d'après CCINP TSI 2024) - CORRIGÉ

1. Étude du différentiel à billes

Objectif : mettre en évidence l'intérêt du différentiel à billes dans le système de propulsion de la voiture.

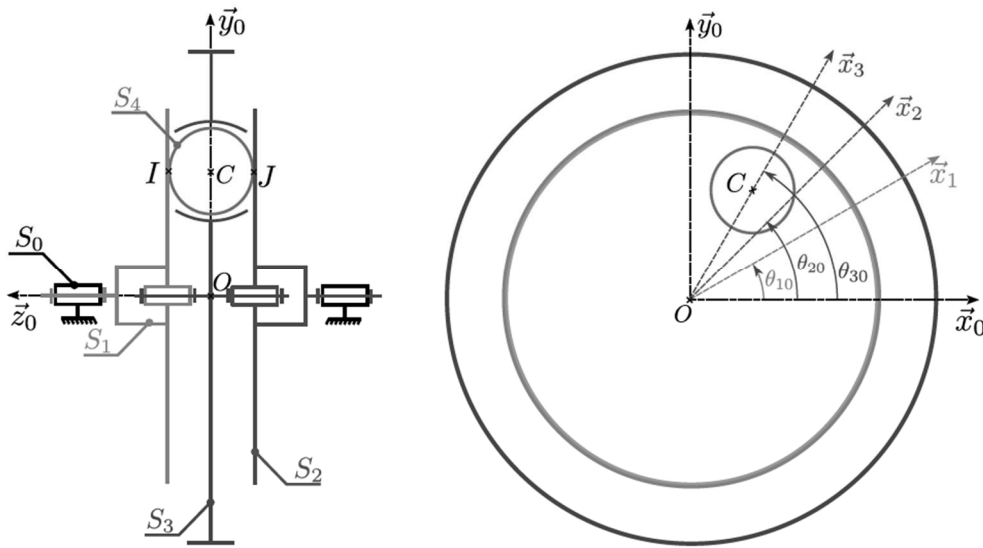
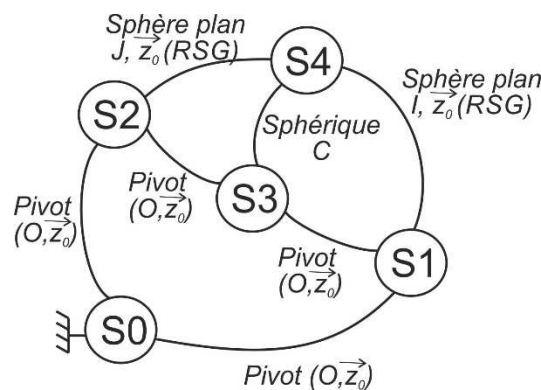


Figure 5 - Schéma cinématique simplifié du différentiel

Hypothèses et données:

- une seule balle S_4 est utilisée pour la modélisation;
- il y a roulement sans glissement en I et J entre la balle S_4 et les plateaux S_1 et S_2 ;
- à chaque solide S_i est lié un repère $\mathcal{R}_i(O, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$;
- $\vec{OC} = R\vec{x}_3$, $\vec{CJ} = -r\vec{z}_0$ et $\vec{CI} = r\vec{z}_0$;
- on note les vitesses angulaires $\omega_{i0} = \dot{\theta}_{i0}$, et ω_{ij} la vitesse de rotation du solide S_i par rapport au solide S_j .

Q1. Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme représenté figure 5.



Q2. Établir une relation entre $\vec{V}_{J,4/3}$ et $\vec{V}_{I,4/3}$ en écrivant une égalité de vitesses au point C.

$$\vec{V}_{C,4/3} = \vec{V}_{J,4/3} + \vec{CJ} \wedge \vec{\Omega}_{4/3} \quad \text{et} \quad \vec{V}_{C,4/3} = \vec{V}_{I,4/3} + \vec{CI} \wedge \vec{\Omega}_{4/3}$$

$$\text{or } \vec{V}_{C,4/3} = \vec{0} \text{ (C centre de la sphérique 4/3) et } \vec{CJ} = -\vec{CI} = -r \cdot \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{J,4/3} = -\vec{CJ} \wedge \vec{\Omega}_{4/3} = \vec{CI} \wedge \vec{\Omega}_{4/3} = -\vec{V}_{I,4/3} \quad \boxed{\vec{V}_{J,4/3} = -\vec{V}_{I,4/3}} \text{ Eq1}$$

Q3. Exprimer le vecteur vitesse de $\vec{V}_{I,4/3}$ en fonction de ω_{31} et de R , en précisant les hypothèses utiles.

$$\text{RSG en I entre S4 et S1 : } \vec{V}_{I,4/1} = \vec{0}$$

$$\text{Or } \vec{V}_{I,4/1} = \vec{V}_{I,4/3} + \vec{V}_{I,3/1} \text{ avec } \vec{V}_{I,3/1} = \vec{V}_{O,3/1} + \vec{IO} \wedge \vec{\Omega}_{3/1}$$

$$\text{Donc } \vec{V}_{I,4/3} = -\vec{V}_{I,3/1} = -(-r \vec{z}_0 - R \vec{x}_3) \wedge \omega_{31} \vec{z}_0 \quad \boxed{\vec{V}_{I,4/3} = -R \omega_{31} \vec{y}_3} \text{ Eq2}$$

Q4. De même, exprimer le vecteur vitesse de $\overrightarrow{V}_{J,4/3}$ en fonction de ω_{32} et de R , en précisant les hypothèses utiles.

RSG en J entre S4 et S2 : $\overrightarrow{V}_{J,4/2} = \vec{0}$

Or $\overrightarrow{V}_{J,4/2} = \overrightarrow{V}_{J,4/3} + \overrightarrow{V}_{J,3/2}$ avec $\overrightarrow{V}_{J,3/2} = \overrightarrow{V}_{O,3/2} + \overrightarrow{JO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}}$

Donc $\overrightarrow{V}_{J,4/3} = -\overrightarrow{V}_{J,3/2} = -(r \overrightarrow{z_0} - R \overrightarrow{x_3}) \wedge \omega_{32} \overrightarrow{z_0}$

$$\overrightarrow{V}_{J,4/3} = -R\omega_{32}\overrightarrow{y_3} \quad Eq3$$

Q5. Déterminer la relation entre les vitesses de rotation des roues (plateaux) gauche et droite ω_{10} et ω_{20} et celle de la couronne centrale ω_{30} .

On remplaçant les relations obtenues eq2 et eq3 dans l'équation eq1 : $-R\omega_{32}\overrightarrow{y_3} = R\omega_{31}\overrightarrow{y_3}$

Par composition des vitesses de rotation : $-(\omega_{30} - \omega_{20}) = \omega_{30} - \omega_{10}$

$$\omega_{20} = 2\omega_{30} - \omega_{10} \quad Eq4$$

Q6. Dans le cas où la couronne centrale S_3 est bloquée, c'est-à-dire avec $\omega_{30} = 0$, déterminer la relation entre les vitesses de rotation ω_{10} du plateau gauche S_1 et ω_{20} du plateau droit S_2 par rapport au bâti S_0

Si S_3 est bloqué $\omega_{30} = 0$, l'eq4 devient : $\omega_{20} = -\omega_{10}$

Les plateaux S1 et S2 et donc les 2 roues tournent à la même vitesse mais en sens opposés.

Q7. Que se passe t'il si :

a/ les 2 roues tournent à la même vitesse de rotation $\omega_{10} = \omega_{20}$?

L'eq 4 s'écrit : $\omega_{20} = 2\omega_{30} - \omega_{20} \Rightarrow \omega_{10} = \omega_{20} = \omega_{30}$

Le plateau S3 tourne à la même vitesse que les roues.

b/ la roue droite tourne deux fois moins vite que la roue gauche, $\omega_{10} = 2 \cdot \omega_{20}$?

L'eq 4 s'écrit : $\omega_{20} = 2\omega_{30} - 2\omega_{20} \Rightarrow \omega_{10} = 2\omega_{20} \text{ et } \omega_{30} = \frac{3}{2}\omega_{20}$

Le plateau S3 tourne 1 fois et demi plus vite que la roue gauche.

Q8. Quel est l'intérêt d'utiliser un différentiel sur les roues motrices d'une voiture? Quelle est l'exigence satisfaite par ce composant?

Le différentiel permet aux roues motrices d'une voiture de se partager le couple fourni par le moteur, tout en leur permettant de tourner à des vitesses différentes, ce qui est notamment le cas lors des virages.

Ce composant permet ainsi de satisfaire l'exigence Id 3.2 « Répartir la puissance moteur » du cahier des charges.

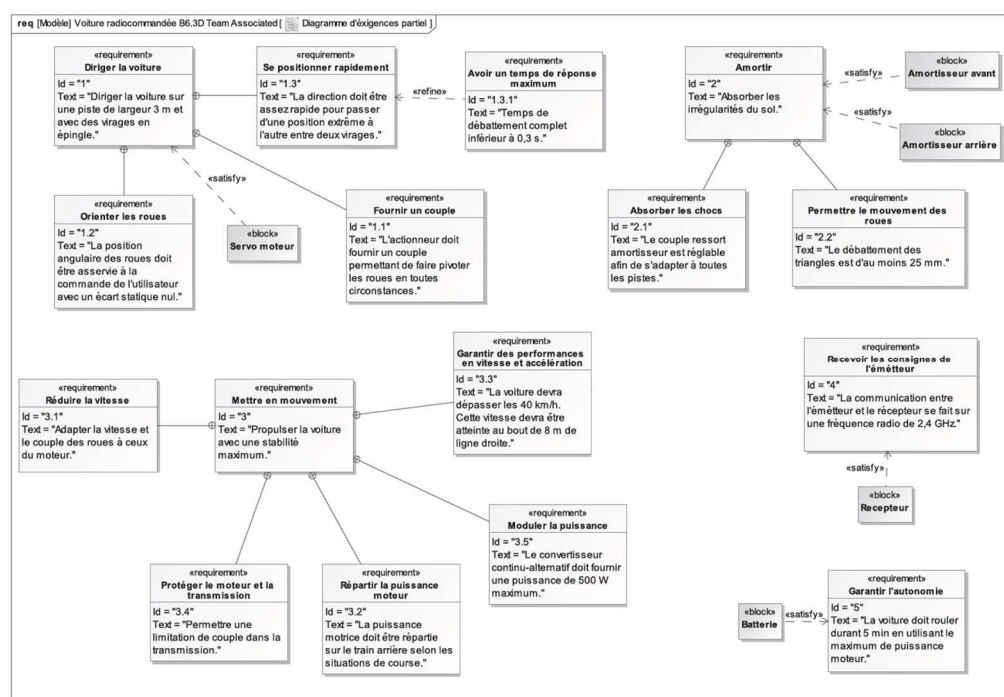


Figure 6 - Diagramme partiel des exigences