

EPAS (d'après CCP PSI 2007) Corrigé

Q1. Exprimer la vitesse du point D du parc échelle dans son mouvement par rapport au châssis : $\vec{V}(D, 5/0)$ en fonction de la vitesse angulaire de dressage $\dot{\theta}$ et des paramètres géométriques.

$$\vec{V}(D, 5/0) = \underbrace{\vec{V}(A, 5/0)}_{=\vec{0}} + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \overrightarrow{AD} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \wedge H \vec{x}_5 = H \dot{\theta} \vec{y}_5$$

$$\boxed{\vec{V}(D, 5/0) = H \dot{\theta} \vec{y}_5}$$

Q2. Par fermeture de chaîne cinématique, déterminer la vitesse de sortie du vérin $\vec{V}(C, 4/3) = v \cdot \vec{y}_3$ en fonction de la vitesse angulaire de dressage et des paramètres géométriques.

Compatibilité cinématique au point C :

$$\{V_{(5/0)}\} = \{V_{(5/4)}\} + \{V_{(4/3)}\} + \{V_{(3/0)}\}$$

Expression des torseurs cinématiques :

- $\{V_{(5/0)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$
- $\{V_{(5/4)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{54} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$
- $\{V_{(4/3)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ v \cdot \vec{y}_3 \end{array} \right\}_C$
- $\{V_{(3/0)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$

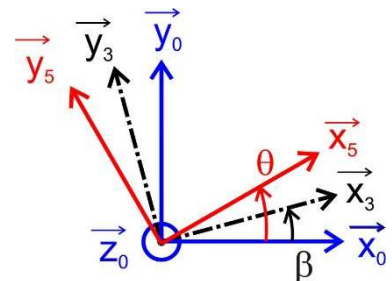
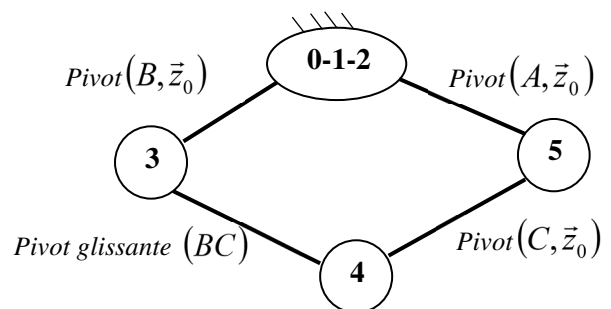
Détails du calcul des vecteurs vitesse au point C :

- $\vec{V}(C, 5/0) = \underbrace{\vec{V}(A, 5/0)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \overrightarrow{AC} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \wedge c \vec{x}_5 = c \dot{\theta} \vec{y}_5$
- $\vec{V}(C, 3/0) = \underbrace{\vec{V}(B, 3/0)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}(3/0) \wedge \overrightarrow{BC} = \dot{\beta} \vec{z}_0 \wedge r \vec{y}_3 = -r \dot{\beta} \vec{x}_3$

D'où : $c \dot{\theta} \vec{y}_5 = v \vec{y}_3 - r \dot{\beta} \vec{x}_3$, soit en projetant sur $\vec{y}_3$: $v = c \dot{\theta} \frac{(\vec{y}_5 \cdot \vec{y}_3)}{\cos(\theta - \beta)}$

$$\boxed{v = c \cdot \dot{\theta} \cdot \cos(\theta - \beta)}$$

Graphes des liaisons :



Q3. Etablir la relation $\tan \beta = \frac{b-c \cdot \cos \theta}{a+c \cdot \sin \theta}$ en écrivant une fermeture de chaîne géométrique.

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{O_0 B} + \overrightarrow{B C} + \overrightarrow{C A} + \overrightarrow{A O_0} = \vec{0}$

Soit en fonction du paramétrage : $b \vec{x}_0 + r \vec{y}_3 - c \vec{x}_5 - a \vec{y}_0 = \vec{0}$

En projection respectivement sur $\vec{x}_0$ et sur $\vec{y}_0$:

$$\begin{cases} b - r \sin \beta - c \cos \theta = 0 \\ r \cos \beta - c \sin \theta - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r \sin \beta = b - c \cos \theta \\ r \cos \beta = a + c \sin \theta \end{cases} \text{ d'où } \boxed{\tan \beta = \frac{b-c \cos \theta}{a+c \sin \theta}}$$

Q4. Dédurre des questions précédentes la vitesse de sortie des vérins v en fonction de θ et H et des constantes a , b , c ; pour que la vitesse du point D du parc échelle soit constante.

On souhaite que la vitesse du point D du parc échelle soit constante, notons la V_0 : $V_0 = H\dot{\theta}$ (Q1)

La vitesse de sortie des vérins est alors égale à $v = c \cdot \frac{V_0}{H} \cdot \cos(\theta - \beta)$

Soit en fonction de θ : $v = c \cdot \frac{V_0}{H} \cdot \cos\left(\theta - \arctan\left(\frac{b-c\cos\theta}{a+c\sin\theta}\right)\right)$

Rem : cette question est un peu étrange, ne pas chercher une réponse compliquée, voire ne pas la traiter le jour du concours !

Q5. Montrer que le vecteur position $\vec{OG}$ du centre de gravité G du parc échelle est tel que $\vec{OG} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \cdot \vec{y}_5$

On pose $\vec{OG} = x_G \cdot \vec{x}_5 + y_G \cdot \vec{y}_5 + z_G \cdot \vec{z}_0$, par raison de symétrie, $x_G = \frac{L}{2}$ et $z_G = 0$.

G est le centre de gravité des trois masses ponctuelles (m, G_1) , (m, G_2) et (m, G_3) avec G_1, G_2, G_3 les centres de gravités des 3 plaques rectangulaires qui constituent le parc échelle :

$$\vec{OG} = \frac{1}{3 \cdot m} (m \cdot \vec{OG}_1 + m \cdot \vec{OG}_2 + m \cdot \vec{OG}_3)$$

Soit sur $\vec{y}_5$: $y_G = \frac{1}{3 \cdot m} (m \cdot y_{G1} + m \cdot y_{G2} + m \cdot y_{G3}) = \frac{1}{3 \cdot m} \left(m \frac{h}{2} + m \cdot 0 + m \frac{h}{2}\right) = \frac{h}{3}$

$$\vec{OG} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \cdot \vec{y}_5$$

