TD n°5 : Changement de référentiel. Référentiels non galiléens

1

Les berges d'un fleuve sont parallèles et la distance qui les sépare est $d = 400$ m. On suppose que la vitesse de l'eau est constante et vaut $V_0 = 2{,}0$ m.s^{-1}. Un bateau part d'un point A sur une berge et veut atteindre le point B situé sur l'autre rive, exactement en face de A, selon une trajectoire rectiligne.

Pour ce faire, il part de A avec une vitesse par rapport à l'eau constante, notée $\overrightarrow{V_1}$ et faisant un angle ϕ avec AB. Il atteint B au bout d'un temps $\tau = 25$ min. Déterminer V_1 et ϕ.

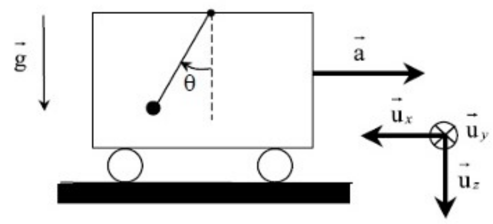
2

Mme Matronome monte les escaliers, même s'ils roulent, toujours à la même allure : une marche par seconde. Elle met habituellement 30 secondes pour monter l'escalier roulant. Ce jour là, distraite, elle prend pour le monter l'escalier descendant (aussi lent dans sa descente que dans sa montée) et met 2 minutes pour atteindre le sommet.

Quel est le nombre de marches de l'escalier roulant au repos ? Quelle est sa vitesse ?

3 Oscillations d'un pendule dans un train

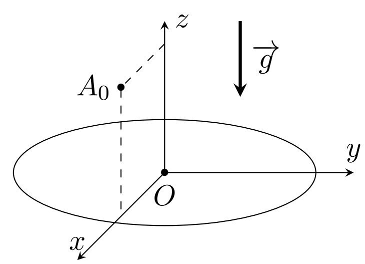
Un passager dans un wagon en translation horizontale d'accélération constante $\overrightarrow{a} = -a\,\overrightarrow{u_x}, a > 0$, étudie les petites oscillations planes d'un pendule simple formé par une masse m et un fil de longueur L accroché au plafond du wagon.



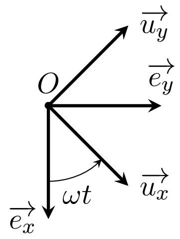
1. Déterminer l'équation différentielle (du second ordre) vérifiée par l'angle θ. (Il y a 3 méthodes possibles)
2. Déterminer la position d'équilibre θ_0 du pendule.
3. Expliciter la période T_0 des petites oscillations autour de cette position d'équilibre.

4 Chute d'une bille dans un manège

Un manège est constitué d'une plate forme circulaire tournant à la vitesse angulaire ω constante autour de Oz fixe dans le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$ supposé galiléen. Le référentiel du manège, noté $(\mathscr{R}_w)$, est muni du repère $\mathrm{R}(O; \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$. Une bille de masse m est abandonnée sans vitesse initiale dans $(\mathscr{R}_w)$ à partir du point $A_0(r_0, 0, h)$.



1. a) Déterminer les équations différentielles vérifiées par les coordonnées (x, y, z) de la bille dans le référentiel du manège.
   b) Résoudre ces équations en posant $\underline{u} = x + iy$ (avec $i^2 = -1$) et en déduire $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ en fonction du temps.
2. On reprend toute l'étude en raisonnant dans le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$, muni du repère $\mathrm{R}_T(O; \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{u_z})$ indiqué ci-dessous. Les deux repères coïncident à $t = 0$.

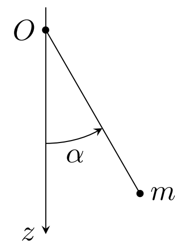


   a) Déterminer la vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ de la bille dans $(\mathscr{R}_T)$.
   b) On note (X, Y, Z) les coordonnées cartésiennes de la bille dans le repère R_T attaché au référentiel terrestre.

      Déterminer les équations différentielles verifiées par ces coordonnées et en déduire $X(t)$, $Y(t$ et $Z(t)$ en fonction du temps.
   c) En exprimant le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ puis dans la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$, déterminer la relation entre (X, Y, Z) et (x, y, z). Comparer alors les résultats du 1. et du 2.

5 Angle d'inclinaison d'un pendule simple

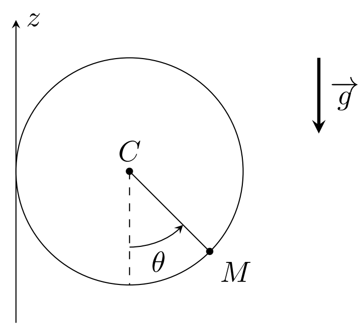
On considère un pendule simple de longueur L, au bout duquel est accrochée une masse m. L'autre extrémité du fil est accroché à un point O d'un axe vertical Oz. On communique à la masse m un mouvement circulaire autour de Oz, à la vitesse angulaire ω, de sorte que le fil finisse par former un angle α constant avec Oz.



Déterminer α en fonction de g, L et ω. En déduire la norme T de la tension exercée par le fil sur m.

6 Mouvement sur un cercle

On considère un point M de masse m astreint à se déplacer sans frottement sur un cercle de centre c et de rayon R. Ce cercle est dans un plan vertical et tourne à vitesse angulaire constante ω autour d'un axe Oz, fixe dans le référentiel terrestre (supposé galiléen) selon le schéma ci-dessous. On repère le point M par l'angle θ par rapport à la verticale. On se place dans le référentiel lié au cercle.



Établir l'équation vérifiée par θ en appliquant le principe fondamental de la dynamique dans le référentiel lié au cercle, puis retrouver le résultat grâce à une méthode énergétique.