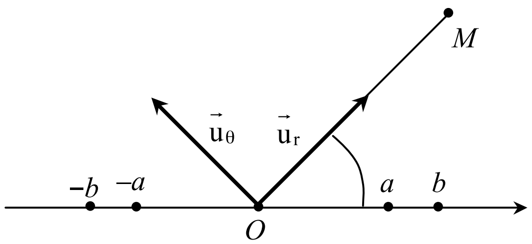
TD n°10 : DIPÔLES ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

1 Deux dipôles

On considère sur un axe Ox la répartition de quatre charges électriques : charge q au point d'abscisse a, charge $-q$ au point d'abscisse $-a$, charge $-q$ au point d'abscisse b et enfin charge q au point d'abscisse $-b$.

Déterminer le champ et le potentiel électrostatiques en un point M situé à une distance r de O très grande devant a et b.



2 Un exemple de quadrupôle électrique

La molécule de CO_2 est représentée par un triplet de charges $A(-q)$; $O(+2q)$; $B(-q)$ avec $AO = OB = a$, A et B étant symétriques par rapport à O. Soit Oz l'axe défini par AOB et (r, θ, φ) les coordonnées sphériques d'un point M.

1) À-t-on affaire à un dipôle électrique ?

2) Déterminer une expression approchée du potentiel électrostatique $V(M)$ lorsque $r \gg a$. On fera un développement limité à l'ordre 2 inclus en a/r.

3) En déduire $\overrightarrow{E}(M)$.

3 Polarisabilité d'un atome dans le modèle de Thomson

Dans le modèle de l'atome d'hydrogène proposé par Thomson en 1904, le noyau est une boule de centre O et de rayon a, à l'intérieur de laquelle une charge positive $+e$ est uniformément répartie.

L'électron est une charge ponctuelle négative $-e$ pouvant se déplacer à l'intérieur de cette boule chargée (comme une prune (plum en anglais) dans un pudding (pudding), d'où le nom *plum pudding* de ce modèle désormais totalement obsolète) .

1) Déterminer le champ électrique créé par la boule uniformément chargée à l'intérieur de celle-ci.

2) En déduire la force exercée sur l'électron. On montrera que cette force est analogue à une force de rappel de ressort dont on précisera la constante de raideur k et la longueur à vide ℓ_0.

Déterminer la position d'équilibre de l'électron. Est-elle stable ?

On applique un champ électrostatique $\overrightarrow{E_0} = E_0 \overrightarrow{u_x}$ $(E_0 > 0)$ uniforme, supposé ne pas modifier la répartition des charges du noyau, qui reste donc une boule centrée sur O et de rayon a.

3) Déterminer les coordonnées (x_e, y_e, z_e) de la nouvelle position d'équilibre de l'électron.

4) Pourquoi l'atome d'hydrogène acquiert-il un moment dipolaire $\overrightarrow{p}$? Exprimer la polarisabilité α de l'atome, définie par la relation $\overrightarrow{p} = \alpha \varepsilon_0 \overrightarrow{E_0}$.

4 Interaction d'une charge ponctuelle et d'un dipôle

On place une charge ponctuelle positive Q à l'origine O du repère d'espace et un dipôle électrostatique rigide de moment dipolaire $\vec{p}$ en un point M de l'axe (Ox), à la distance $x > 0$ de O. On suppose que $\overrightarrow{p} = p\,\overrightarrow{u_x}$ $(p > 0)$.

1) Calculer la force exercée par la charge ponctuelle sur le dipôle.

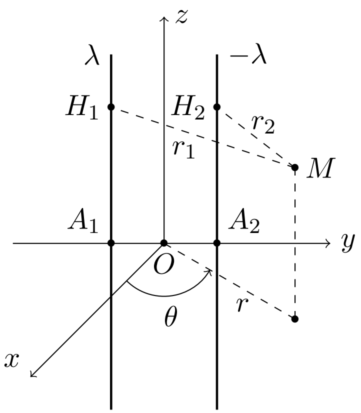
2) Calculer la force exercée par le dipôle sur la charge ponctuelle. Conclure.

5 Ligne bifilaire

On considère un fil rectiligne illimité porté par l'axe Oz, de densité linéique de charge λ uniforme $(\lambda > 0)$. Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z).

1) Déterminer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créé en par le fil en M. En déduire le potentiel électrostatique $V(M)$ à une constante près.

2) Deux fils rectilignes illimités (ligne bifilaire), parallèles à Oz portent respectivement les densités linéiques de charges opposées λ et $-\lambda$. On désigne par $A_1(x = 0, y = -a, z = 0)$ et $A_2(x = 0, y = a, z = 0)$ leurs intersections respectives avec le plan (Oxy).



On note r_1 et r_2 les distances entre un point M quelconque et le premier ou le second fil. L'origine des potentiels est choisie au point origine O du repère.

a) Quelle est l'expression du potentiel $V(M)$ en fonction de λ et du rapport r_1/r_2 ?

b) Déterminer les expressions de r_1 et de r_2 en fonction de r, a et θ.

c) On suppose que $r \gg a$. À l'aide d'un développement asymptotique de $V(M)$ à l'ordre le plus bas non nul en a/r, donner l'expression approchée du potentiel électrostatique. En déduire dans la même approximation le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ (à exprimer dans la base cylindrique locale $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$).

6 Oscillations d'un petit aimant

Un petit aimant de masse m et de moment magnétique $\overrightarrow{M}$ est suspendu au bout d'une tige rigide de masse négligeable, de longueur L, pouvant effectuer sans frottement des mouvements de rotation autour de l'axe $(O, \overrightarrow{e_z})$. Établir l'équation différentielle vérifiée par θ. En supposant que $|\theta| \ll 1$ discuter de la nature de l'équation horiaire $\theta(t)$ en fonction de la valeur du champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{e_x}$ uniforme, le signe de B pouvant être positif ou négatif.