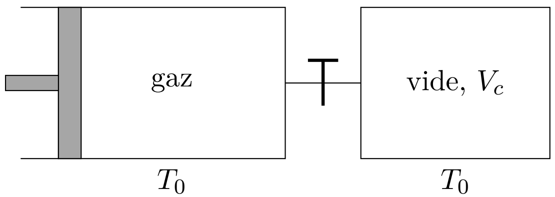
TD : Machines thermiques

1 Compression avec changement d'état (rév. MPSI)

Une masse $m = 1$ kg de vapeur d'eau est placée dans une enceinte à paroi diathermane, en contact avec un thermostat de température $T_0 = 423$ K inférieure à sa température critique T_C. À l'aide d'un piston mobile, on réduit progressivement le volume du gaz jusqu'à obtenir sa liquéfaction totale. La pression initiale du gaz est $P_1 = 1{,}0$ bar.

Données :

- Masse molaire de l'eau : $M = 18$ g.mol^{-1} ;
- Pression de vapeur staturante à T_0 : $P_s(T_0) = 5{,}0$ bar ;
- Enthalpie massique de vaporisation à T_0 : $\Delta_{\text{vap}}h(T_0) = 2{,}1$ kJ.kg^{-1} ;
- La vapeur d'eau, y compris saturante, est assimilée à un gaz parfait ;
- L'eau liquide est assimilée à une phase condensée idéale, de volume massique $v_\ell = 1{,}0$ L.kg^{-1}.



1. Représenter l'évolution du système dans le diagramme (T, P), puis dans le diagramme de Clapeyron.
2. Calculer le travail W et la chaleur Q échangés entre la masse m et le milieu extérieur au cours de cette transformation. On distinguera deux étapes.
3. Calculer la variation d'entropie du système au cours de cette transformation. Quelle est l'entropie échangée ? L'entropie créée ?
4. Partant de l'état final précédent, on bloque le piston puis on ouvre l'accès à une enceinte initialement vide de volume $V_c = 5{,}0$ L. Le volume du tube qui relie les deux parties est négligeable.

   a) À quelle condition sur V_c le liquide peut-il se vaporiser totalement au cours de cette détente ?

   b) Exprimer la fraction massique de liquide à l'issue de la détente dans le cas où la condition précédente n'est pas remplie. Comment représenter précisément le point final F dans le diagramme de Clapeyron ?

2 Compresseur adiabatique

Un compresseur dont les parois sont adiabatiques amène de l'air de l'état 1 ($P_1 = 1{,}0$ bar, $T_1 = 293$ K) jusqu'à l'état 2 ($P_2 = 6{,}0$ bar, T_2). Le régime est stationnaire et le travail utile massique est noté w_u. L'air est assimilé à un gaz parfait pour lequel :

$$\gamma = 1{,}40 \qquad \text{et} \qquad \mathrm{M} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$$

Dans le cas où la transformation de l'air dans le compresseur serait isentropique (cas idéal) on note T_{2is} la valeur de la température en sortie et w_{is} la valeur de w_u. En revanche, lorsque la transformation est réelle, elle n'est pas isentropique et on note T_{2r} la température du gaz en sortie et $w_{\text{réel}}$ le travail utile massique réel.

On définit alors coefficient de performance η comme le rapport :

$$\eta = \frac{w_{is}}{w_{\text{réel}}}$$

et on donne $\eta = 0{,}8$

1. Indiquer pourquoi une transformation isentropique est considérée comme idéale pour ce type de compresseur ?
2. Calculer la température de sortie T_{2is} ainsi que le travail w_{is}.
3. Déterminer T_2 et $w_{\text{réel}}$ pour le compresseur réel. On souhaite que le compresseur reçoive une puissance utile $P_u = 1\,500$ W. Quel doit être le débit massique D_m ?
4. Calculer l'entropie s_C créé par unité de masse du fluide comprimé. Déterminer de même l'entropie créée par unité de temps $\dot{S}_C$ (ou taux de création d'entropie). Conclure.

3 Étude d'une transformation du fluide R728 dans le diagramme des frigoristes

On peut voir sur la Figure 1 une partie du diagramme $(\ln P, h)$ du fluide R728, dans le domaine où ce fluide est gazeux. Les températures sont en °C, les volumes massiques en $\mathrm{m^3.kg^{-1}}$ et les entropies massiques en $\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$.

1. Dans quelle partie du diagramme le gaz se comporte-t-il comme un gaz parfait ? Montrer que la pente des isentropiques est positive.
2. Évaluer la capacité thermique massique à pression constante du fluide du fluide pour $P = 1{,}0$ bar en la supposant constante sur tout le domaine de température étudié. Sachant qu'il s'agit d'un gaz diatomique, évaluer sa masse molaire et en déduire la nature du fluide R728.

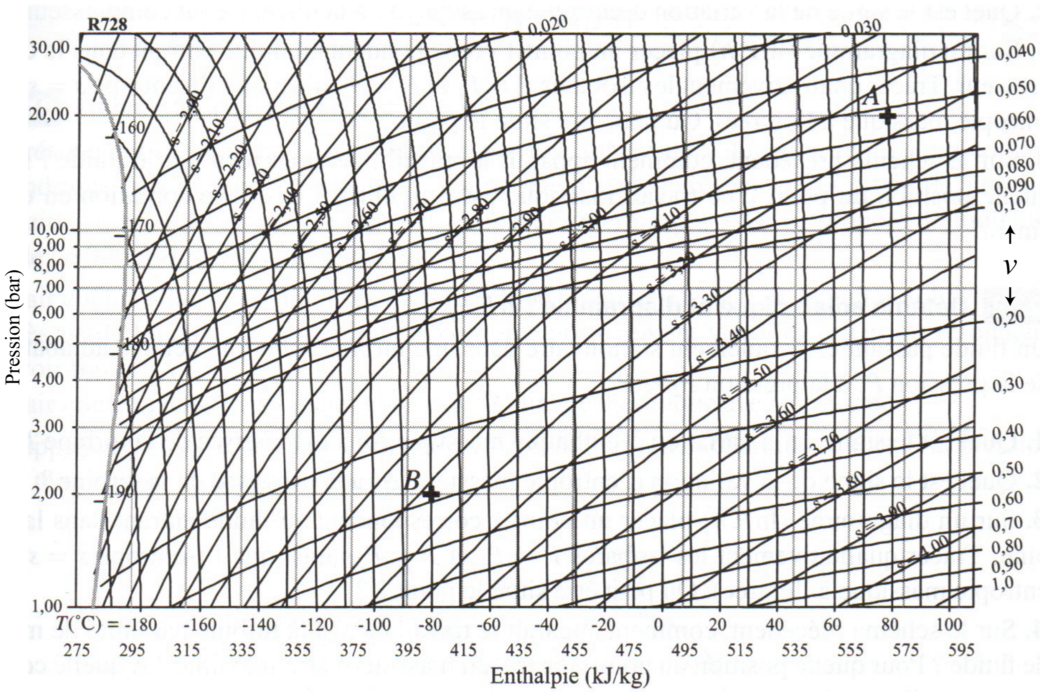


FIGURE 1 – Extrait du diagramme $(h, \ln P)$ du fluide R728

3. On considère maintenant une transformation du fluide entre les états A et B représentés sur la figure précédente, par écoulement stationnaire à travers une machine thermique.

   Cette transformation se fait dans une tuyère horizontale, adiabatique et ne contenant aucune pièce mécanique mobile. Évaluer :

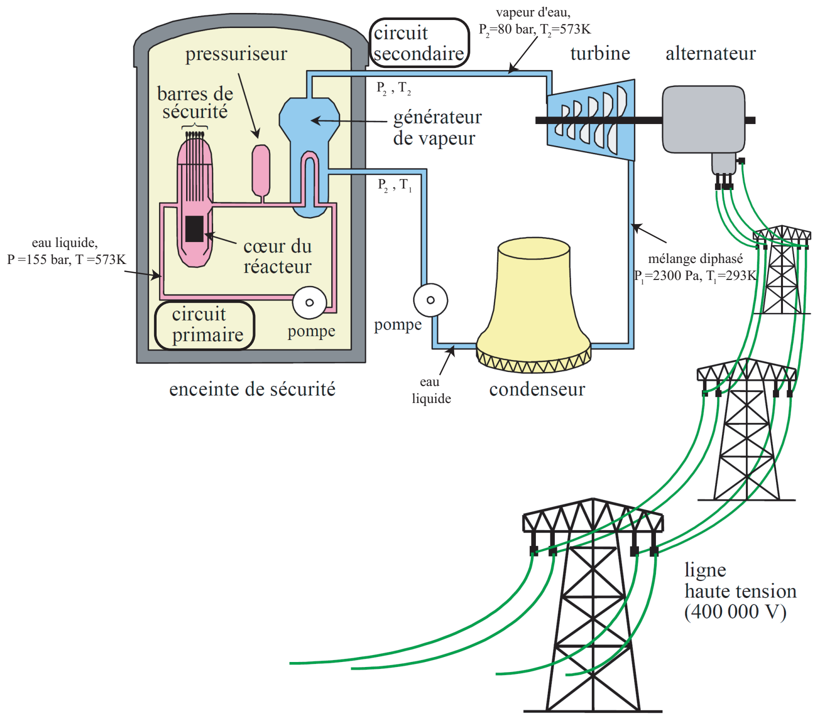
   a) la vitesse du gaz à la sortie de la tuyère sachant que la vitesse à l'entrée est quasiment nulle.

   b) L'entropie créée par unité de masse de gaz entrant dans la tuyère.

4 Fonctionnement d'un réacteur à eau pressurisée (REP) de centrale nucléaire

Le parc de production nucléaire français est composé de centrales de la filière REP (Réacteurs à Eau Pressurisée). On étudie l'eau ($M = 18$ g.mol^{-1}) dans le circuit fermé secondaire (voir figure). L'écoulement est stationnaire. On modélise son évolution par le cycle suivant :

- État A : l'eau qui sort du condenseur est liquide sous la pression $P_1 = 0{,}23$ bar, à la température $T_1 = 63$°C.
- Évolution AB : elle subit dans la pompe une compression durant laquelle sa température ne varie pratiquement pas. On considérera que les échanges thermiques sont négligeables lors de cette compression qui l'amène dans l'état B, sous la pression $P_2 = 80$ bar.
- Évolution BD : elle passe ensuite dans un échangeur qui permet les transferts thermiques entre le circuit primaire et le circuit secondaire. On peut décomposer cette évolution en deux transformations :
  - l'eau liquide s'échauffe de manière isobare jusqu'à l'état C (P_2, T_2) ;
  - puis l'eau liquide se vaporise totalement jusqu'à l'état D (P_2, T_2).
- Évolution DE : la vapeur d'eau se détend de manière réversible dans une turbine calorifugée jusqu'à l'état E (P_1, T_1). Durant cette détente, une fraction massique $(1 - x)$ de l'eau devient liquide et x reste gazeuse.
- Évolution EA : la vapeur restante se liquéfie à la température T_1.



Le tableau suivant recense les données de l'équilibre liquide - vapeur de l'eau aux températures T_1 et T_2. La pression de vapeur saturante P_{sat} est en bar, les volumes massiques v_ℓ du liquide et v_g de la vapeur sont en m^3.kg^{-1}, les enthalpies massiques h_ℓ du liquide et h_g de la vapeur en kJ.kg^{-1} et enfin, les entropies massiques s_ℓ du liquide et s_g de la vapeur sont en kJ.K^{-1}.kg^{-1}.

T (°C)	P_{sat} (bar)	v_ℓ	v_g	h_ℓ	h_g	s_ℓ	s_g
63 (T_1)	0,23 (P_1)	1,02.10^{-3}		266	2615	0,877	7,85
295 (T_2)	80 (P_2)	1,39.10^{-3}	0,0234	1319	2757		5,74

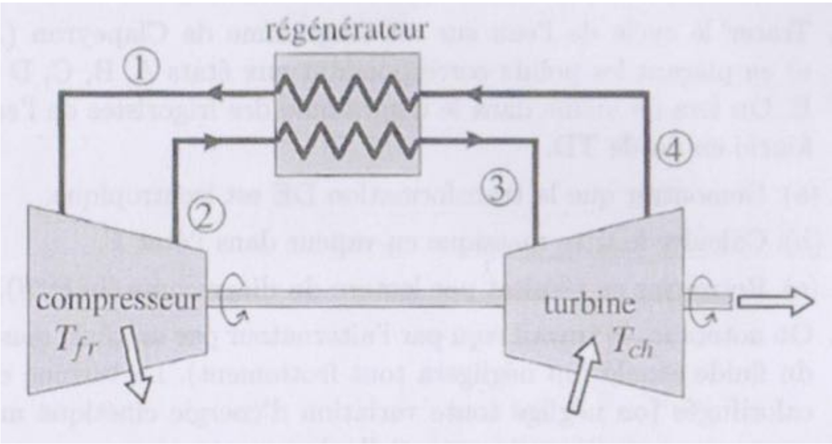
On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8{,}314$

J.K^{-1}.kg^{-1}.

1. a) Calculer les enthalpies massiques de vaporisation $\Delta_{\text{vap}}h$ de l'eau aux températures T_1 et T_2.
   b) Calculer l'entropie massique de l'eau liquide s_ℓ à la température T_2 et sous la pression P_2.
   c) Sachant que la vapeur d'eau sous une pression de 0,23 bar et à la température T_1 peut être considérée comme un gaz parfait, calculer son volume massique v_g.
2. Tracer le cycle de l'eau sur un diagramme (P, v) en plaçant les points A, B, C, D et E. On fera de même dans le diagramme des frigoristes de l'eau fourni en annexe du TD.
3. a) Démontrer que la transformation DE est isentropique.
   b) Calculer le titre massique en vapeur dans l'état E.
   c) Retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$.
4. On note w_a le travail reçu par l'alternateur par unité de masse du fluide en écoulement. On néglige toute variation d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur.
   a) Calculer la valeur numérique de w_a.
   b) Retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$.
5. a) La capacité thermique massique de l'eau liquide est $c_e =$ 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}. Calculer le transfert thermique (par unité de masse de fluide en écoulement) q_{BD} dans le passage dans l'échangeur thermique avec le circuit primaire.
   b) On définit le rendement $\eta = \frac{|w_a|}{q_{BD}}$. Le calculer. Que néglige-t-on dans cette définition ? Retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$.
   c) Calculer le rendement maximal qu'on aurait pu avoir dans un cycle ditherme utilisant les deux températures extrêmes du cycle. Conclusion.

5 Cycle d'Ericsson

Un gaz parfait circule en régime stationnaire dans une machine et subit le cycle de transformations suivant :



- Transformation 1 → 2 : compression réversible et isotherme dans un compresseur à la température T_1 de la pression P_1 à la pression P_2. Un thermostat maintient les parois du compresseur à la température T_1.
- Transformation 2 → 3 : échauffement isobare de T_1 à $T_3 > T_1$.
- Transformation 3 → 4 : détente réversible et isotherme dans une turbine, à la température T_3, de P_2 à P_1.
- Transformation 4 → 1 : refroidissement isobare de T_3 à T_1.

Les transformations 2 → 3 et 4 → 1 ont lieu dans un régénérateur : il s'agit d'un échangeur thermique possédant deux courants de fluides en sens inverse. Il n'y a pas de parties mobiles et les parois externes sont adiabatiques. Le fluide y circule dans deux canalisations, en sens opposé, ce qui donne lieu à des échanges thermiques.

On néglige les variations d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur. La turbine et le compresseur sont montés sur le même arbre, sur lequel est aussi monté un alternateur destiné à produit de l'électricité.

On notera $r = \dfrac{R}{M}$ la constante massique du gaz parfait utilisé.

1. Exprimer les transferts thermiques massiques q_{12} et q_{34} reçus par le gaz respectivement dans le compresseur et dans la turbine.
2. Exprimer les travaux utiles massiques $w_{u,12}$ et $w_{u,24}$ au niveau du compresseur et de la turbine. Quel est alors le travail massique w_a reçu par l'alternateur (par unité de masse de gaz entrant ou sortant des machines) ?
3. En déduire le rendement de la machine, définie par : $r = \dfrac{|w_a|}{q_{34}}$.

6 Cycle de Beau de Rochas

Une masse m de gaz parfait d'exposant adiabatique γ constant décrit un cycle moteur réversible $ABCDA$ constitué :

- d'une compression adiabatique AB du volume V_A au volume $V_B < V_A$;
- d'un échauffement isochore BC : $T_C > T_B$;
- d'une détente adiabatique CD jusqu'au volume $V_D = V_A$;
- d'un refroidissement isochore DA jusqu'à l'état initial.

1. Représenter ce cycle sur un diagramme de Clapeyron. Ce cycle est-il di-therme ?
2. Au cours d'un cycle, le gaz :
   - reçoit une chaleur $Q_1 > 0$ du milieu extérieur,
   - cède une chaleur $Q_2 < 0$ au milieu extérieur,
   - échange avec celui-ci un travail W_{cycle}.

   Le rendement est défini par : $\rho = \dfrac{|W_{\text{cycle}}|}{Q_1}$. Montrer que $\rho = 1 - a^{1-\gamma}$, où $a = V_A/V_B$ désigne le rapport volumétrique de compression.

7 Cycle de Joule

Une masse $m = 1{,}0$ kg d'un gaz parfait diatomique de coefficient $\gamma = 1{,}40$ constant et de masse molaire $M = 29$ g.mol^{-1} décrit un cycle moteur théorique réversible constitué :

- d'une compression adiabatique $A_1 \to A_2$. En A_1, $P_1 = 1{,}0$ bar et $T_1 = 293$ K. La pression en A_2 est $P_2 = 8{,}0$ bar ;
- d'une détente isobare $A_2 \to A_3$ au cours de laquelle il échange une chaleur Q_{23} avec le milieu extérieur ;
- d'une détente adiabatique $A_3 \to A_4$;
- d'une compression isobare $A_4 \to A_1$ qui le ramène à son état initial.

1. Exprimer les capacités thermiques C_p et C_v associées à la masse m, en fonction de m, M, R et γ.
2. Tracer qualitativement l'allure de ce cycle dans le diagramme de Clapeyron. Ce cycle est-il ditherme ? Déterminer sans aucun calcul le point du cycle qui possède la température la plus grande.
3. Définir le rendement théorique r de ce moteur et montrer que : $r = 1 - \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$ *Application numérique* : calculer r.

8 Congélation d'une masse d'eau

Une masse $m = 1{,}0$ kg d'eau liquide, à la température initiale $\theta_1 = 20°\text{C}$, est placée dans un congélateur. Après un certain temps, l'eau est sortie du congélateur sous forme de glace à la température $\theta_2 = -\ 10°\text{C}$.

On assimile le congélateur à une machine thermique (réfrigérateur) en régime stationnaire, fonctionnant de façon réversible, les transferts thermiques se faisant uniquement avec :

- l'air du local de température constante $\theta_E = 25°\text{C}$;
- l'intérieur du congélateur "réduit" à la seule masse m d'eau.

Données :

L'eau liquide et la glace sont assimilées à des phases condensées idéales;

capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4{,}2$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}
capacité thermique massique de la glace : $c_g = 2{,}1$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}
enthalpie massique de fusion de la glace à 0°C, sous $P = 1$ bar : $\Delta_{\text{fus}}h = 335$ kJ.kg^{-1}

Le fluide circulant dans le congélateur reçoit du travail utile uniquement au niveau d'un compresseur (C) alimenté par un moteur électrique consommant une puissance électrique $\text{P}_{\text{él}} = 50$ W. Ce moteur électrique transforme intégralement la puissance électrique qu'il reçoit en puissance mécanique.

On note Δt la durée nécessaire pour transformer la masse m d'eau de l'état liquide à $\theta_1 = 20°\text{C}$ en glace à $\theta_2 = -\ 10°\text{C}$. Tous les échanges d'énergie (chaleurs et travaux) seront calculés pour cette durée Δt.

1) Faire un schéma symbolique du dispositif (machine, corps chaud et corps froid) en représentant de façon claire :

— l'échange thermique Q_F entre la masse m d'eau et le fluide frigorifique;

— l'échange thermique Q_C entre l'air du local et le fluide frigorifique;

— le travail utile W_u reçu par le fluide frigorifique.

2) Exprimer Q_F en fonction des données. Application numérique.

3) Établir un bilan énergétique de fonctionnement de la machine reliant W_u, Q_C et Q_F.

4) Considérons le système { fluide frigorifique + masse m d'eau }. Calculer sa variation d'entropie ΔS. En déduire la valeur de Q_C en fonction des données. Application numérique.

5) Quelle est alors la durée Δt nécessaire à la transformation de l'eau en glace ? Application numérique : calculer Δt en minutes.