Feuille 1 : Révisions Mécanique - Électrocinétique Thermochimie

Chapitres à réviser :

- Mécanique : changement de référentiel - frottements solides - mouvement d'un solide autour d'un axe fixe - forces centrales - Énergie.
- Électrocinétique : régime sinusoïdal forcé - Filtres - Réponse d'un filtre à un signal quelconque.
- Chimie : Thermochimique - Atomistique - Cristallographie.

Revoir les questions de cours des thèmes Mécanique - Electrocinétique - Chimie (disponibles sur le site de la classe)

1 Bille dans un tube en rotation

Le référentiel terrestre ($\mathscr{R}_T$) est supposé galiléen et on le munit du repère d'espace ($Oxyz$) de base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}$), de sorte que Oz soit la verticale ascendante. Une bille B de masse m, quasi-ponctuelle, peut coulisser sans fottements à l'intérieur d'un tube cylindrique mince (T) de longueur 2ℓ.

Le tube (T) tourne dans le plan horizontal (Oxy) autour de l'axe (Oz) à la vitesse angulaire constante ω. On note ($\mathscr{R}$) le référentiel du tube et on le munit du repère d'espace ($OXYz$) de base cartésienne ($\overrightarrow{e_X}, \overrightarrow{e_Y}, \overrightarrow{e_z}$). La position de B dans le tube est repérée par le vecteur position $\overrightarrow{OB} = X(t)\,\overrightarrow{e_X}$.

1. Montrer que X vérifie l'équation différentielle $\ddot{X} - \omega^2 X = 0$:
   a) En raisonnant dans le référentiel du Tube ($\mathscr{R}$).
   b) En raisonnant dans le référentiel terrestre ($\mathscr{R}_T$).

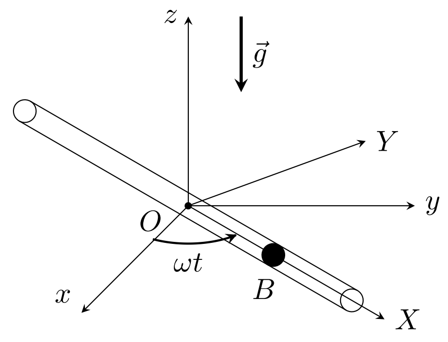

FIGURE 1 –

2. À l'instant initial, la position et la vitesse de la bille dans le référentiel du tube sont respectivement $X(0) = 0$ et v_0. Intégrer l'équation différentielle précédente et déterminer le temps que mettra la bille pour sortir du tube.
3. Déterminer la réaction $\overrightarrow{R}$ exercée par le tube sur la bille. En donner ses composantes sur la base cartésienne du repère ($OXYz$).

2 Mécanique *

Une fusée s'élève selon la vertical locale Oz du référentiel terrestre en éjectant du gaz avec un débit massique $D_m = -\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} > 0$ où $m(t)$ est la masse de la fusée à l'instant t. On note $\overrightarrow{u} = -u\,\overrightarrow{e_z}$ la vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée ($u > 0$) et $\overrightarrow{v}(t) = v(t)\,\overrightarrow{e_z}$ la vitesse de la fusée par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. On suppose que D_m, u et g (accélération de la pesanteur) sont constants.

On indique que :

- Pour un système **fermé** pas forcément ponctuel, le principe fondamental de la dynamique dans un référentiel galiléen $(\mathscr{R}_g)$ s'écrit :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{P}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}_g} = \overrightarrow{F}_{\text{ext}}$$

où $\overrightarrow{P}$ est la quantité de mouvement totale du système dans le référentiel $(\mathscr{R}_g)$ et où $\overrightarrow{F}_{\text{ext}}$ est la résultante des forces exercées par le milieu extérieur sur le système.

- La quantité de mouvement totale d'un système est la somme des quantités de mouvement totales des sous-systèmes qui le composent.
- Lorsqu'un système de masse $m(t)$ est en translation à la vitesse $\vec{v}(t)$, sa quantité de mouvement totale est $\overrightarrow{P}(t) = m(t)\vec{v}(t)$

1. On considère le système fermé $\mathscr{S} = \{$ fusée à t $\}$. À l'instant $t + \mathrm{d}t$, ce système s'écrit $\mathscr{S} = \{$ fusée à $t + \mathrm{d}t$ + gaz éjecté entre t et $t + \mathrm{d}t$ $\}$.
   a) On note δm la masse des gaz éjectés entre t et $t + \mathrm{d}t$. Écrire les expressions de la quantité de mouvement de $\mathscr{S}$ dans le référentiel terrestre aux deux instants : $\overrightarrow{P}(t)$ et $\overrightarrow{P}(t + \mathrm{d}t)$.
   b) On néglige les frottements dûs à l'air et on suppose $\vec{g}$ uniforme. Montrer grâce au principe fondamental de la dynamique appliqué à $\mathscr{S}$ que :
   $$m(t)\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -\,D_m\,\vec{u} + m(t)\,\vec{g}$$
   Dans la suite on projettera cette équation sur $\overrightarrow{e_z}$.
2. On note m_0 la masse de la fusée à l'instant $t = 0$ qui est l'instant du décollage.
   a) Quelle est l'inégalité que doit vérifier u pour que la fusée puisse décoller ?
   b) Déterminer alors l'expression de $v(t)$ après le décollage en fonction de m_0, D_m, u, g et t.

3 Glissement d'une masse *

Dans tout l'exercice on suppose que la poulie tourne sans frottement autour de son axe de rotation. Le contact support horizontal - masse M est caractérisé par un coefficient de frottement dynamique f.

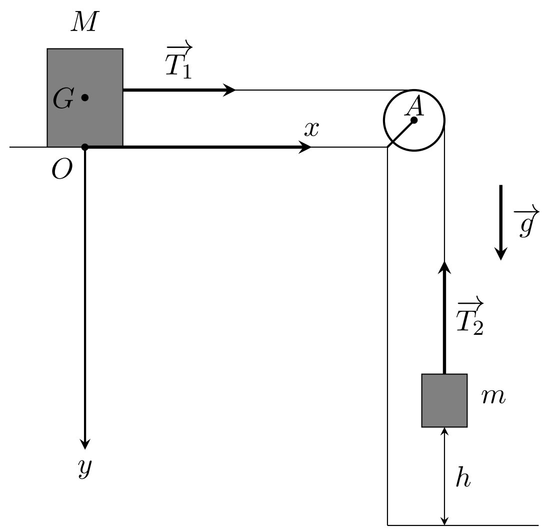

Figure 2 – Situation intiale du système

On indique que :

- Le moment cinétique d'un système pas forcément ponctuel est la somme des moments cinétiques des sous-systèmes qui le composent.

- Dans un référentiel galiléen $(\mathscr{R}_g)$ le théorème du moment cinétique par rapport à un point A fixe dans $(\mathscr{R}_g)$ s'écrit :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_A}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}_g} = \overrightarrow{M_{A,\text{ext}}}$$

où $\overrightarrow{M_{A,\text{ext}}}$ est la somme des moments des forces exercées par le milieu exérieur sur le système (qui n'est pas nécessairement ponctuel).

On suppose que le fil et la poulie sont de masses nulles et on note r le rayon de la poulie. À l'instant $t=0$ la situation des deux masses est indiquée sur la figure 2 et leurs vitesses sont nulles.

1. En appliquant le théorème du moment cinétique au système { Poulie + fil } et au point A, montrer que $\|\overrightarrow{T_1}\| = \|\overrightarrow{T_2}\|$.
2. On note respectivement $v_1(t)$ et $v_2(t)$ les vitesses des masses M et m. À l'aide du principe fondamental de la dynamique déterminer la vitesse $v_1(t)$ de la masse M en fonction du temps dans la phase où la masse m n'a pas encore touché le sol. À quelle condition M peut-elle glisser dans le sens des x croissants ?
3. Montrer que la masse m atteint le sol à l'instant t_1 donné par :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(m+M)h}{(m-fM)g}}$$

   Quelle est l'expression de $v_1(t_1)$? Quelle est la distance d_1 parcourue par M à cet instant ?
4. Lorsque $t > t_1$ la masse m repose sur le sol. À l'aide d'un théorème énergétique, déterminer la distance d que parcourt M durant cette phase avant de s'arrêter.
5. En déduire que le coefficient de frottement dynamique f peut s'exprimer sous la forme :

$$f = \frac{mh}{Mh + (m+M)d}$$

   On donne $M = m = 100$ g et :

d (cm)	15	18,8	22,5	30
h (cm)	20	25	30	40

   Déterminer f.

4 Masse tirée par un ressort *

Un solide S de masse m est initialement immobile sur un support horizontal, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Ce solide est attaché en B à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. L'autre extrémité A du ressort est déplacée à vitesse constante $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\overrightarrow{e_x}$ $(v_0 > 0)$ par un mécanisme non décrit ici.

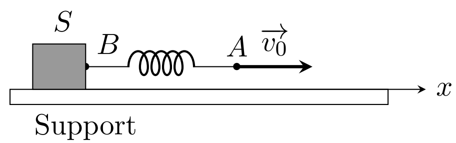

Figure 3 –

Le solide est soumis à une force de frottement solide de coefficient statique f_s et de coefficient dynamique $f_d < f_s$ générée par son contact avec le support. Le seul mouvement possible est un mouvement de translation le long de l'axe Ox.

Les conditions initiales sont : $x_A(0) = \ell_0$ et $x_B(0) = 0$.

1. Déterminer l'instant $t_0 > 0$ au bout duquel le solide se met en mouvement.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par x_B pour $t > t_0$. On posera $\omega = \sqrt{k/m}$. Montrer que la solution de cette équation différentielle est :

$$x_B(t) = \alpha(t - t_0) + \beta + A\cos[\,\omega(t - t_0)] + B\sin[\,\omega(t - t_0)]$$

   et donner l'expression des constantes α et β en fonction de v_0, f_s, f_d, g et ω.
3. Compte-tenu des conditions initiales, déterminer les constantes A et B en fonction des mêmes paramètres que α et β. Montrer que la phase de glissement va nécessairement s'arrêter à un instant $t_1 > t_0$.

5 Détection de vibrations de très faible amplitude

On souhaite pouvoir détecter les vibrations d'un support (ce support peut être un plan de travail ou bien le sol et les vibrations peuvent être engendrées par des appareils industriels, les pas des êtres humains ou bien des vibrations sismiques).

Ces vibrations sont repérées par l'abscisse z_{vib} du support sur un axe Oz vertical ascendant, abscisse mesurée par rapport à un niveau de référence fixe dans le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$ supposé galiléen.

Le système utilisé est constitué d'un boîtier rigide posé sur le support, à l'intérieur duquel est placé un système masse - ressort - amortisseur. On note $(\mathscr{R}_B)$ le référentiel du boîtier :

- la masse est un solide S de masse m ;
- Le ressort possède une raideur k et une longueur à vide ℓ_0. On note $\ell(t)$ sa longueur à l'instant t et $\ell_{\text{éq}}$ sa longueur à l'équilibre ;
- L'amortisseur exerce sur S une force $\overrightarrow{F_a} = -\,\lambda\vec{v}(S/\mathscr{R}_B)$ où $\lambda > 0$ est un coefficient constant.

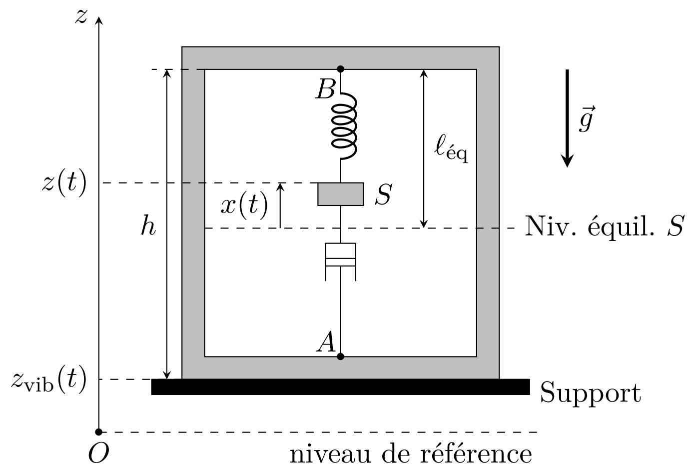

Figure 4 –

1. L'état d'équilibre est défini par l'absence de vibrations ($z_{\text{vib}} = 0$ pour tout t) : le boîtier et tout son contenu sont alors immobiles dans le référentiel terrestre. Déterminer l'expression de $\ell_{\text{éq}}$ en fonction de m, g, k et ℓ_0.
2. À l'aide du théorème du centre d'inertie (que vous pourrez appliquer au choix dans $(\mathscr{R}_T)$ ou dans $(\mathscr{R}_B)$), montrer que x satisfait à l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{x} + \omega_0^2\,x = -\,\ddot{z}_{\text{vib}}$$

   avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{\sqrt{km}}{\lambda}$.

3. On suppose que les vibrations du support sont sinusoïdales de la forme $z_{\text{vib}}(t) = Z_m \cos(\omega t + \varphi)$. En régime sinusoïdale forcé on a alors $x(t) = X_m \cos(\omega t + \psi)$. On leur associe les représentations complexes $\underline{x}(t)$ et $\underline{z}_{\text{vib}}(t)$.

   a) Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{x}(t)}{\underline{z}_{\text{vib}}(t)} = \frac{1}{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 + j\frac{1}{Q}\frac{\omega_0}{\omega}}$$

   Quelle est la nature du filtre obtenu ?

   b) Les vibrations étant de faible amplitude on cherche à les amplifier au moyen d'un filtre résonant. On suppose que $Q \approx 100$. Déterminer dans ce cas la pulsation de résonance ω_r et la comparer à ω_0.

   c) Dans le cas d'une structure qui vibre à $f = 100$ Hz avec une amplitude de déplacement de 20 μm, quelle fréquence f_0 du filtre a-t-on intérêt à choisir pour détecter ces vibrations ? Quelle sera alors l'amplitude d'oscillation du solide S ?

6 Mécanique

On considère une balançoire liée à un axe horizontal Ox fixe en O. Deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 sont fixés en A et B. Un enfant de masse $m=$ 50 kg se place en A'. La balançoire retrouve l'équilibre lorsque A' est descendu de $\ell = 15$ cm.

On suppose que l'amplitude des déplacements est assez petite pour pouvoir considérer que les deux ressorts restent toujours verticaux. On a :

$$OA = OB = b \quad \text{et} \quad OA' = OB' = a$$

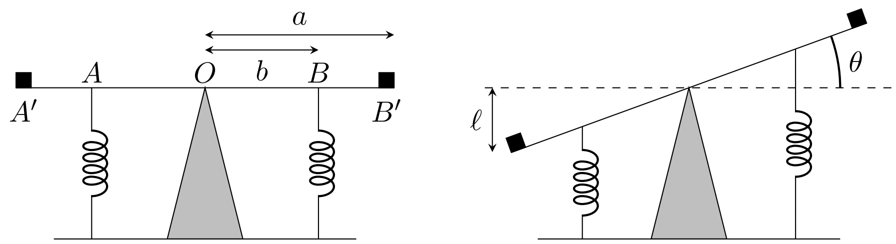

FIGURE 5 –

1. Calculer la constante de raideur k des ressorts avec $a = 1{,}20$ m et $b = 50$ cm.
2. Un autre enfant de même masse m s'assoit en B'. Quelle force faut-il appliquer en A' pour que la balançoire retrouve la position du 1. ?

7 Force centrale

On étudie un satellite de masse m soumise à une force centrale attractive $\overrightarrow{f} = -G\dfrac{mM_T}{r^2}\overrightarrow{e_r}$ due à la force de gravitaion terrestre. On note $\overrightarrow{L}$ le moment cinétique de la particule par rapport au centre du champs de force.

1. Montrer que le mouvement est plan.
2. Énoncer la 3$^{\text{ème}}$ loi de Kepler. Démontrer cette loi en appliquant le principe fondamental de la dynamique.
3. Le satellite est maintenant lancé depuis la surface du sol terrestre (La Terre étant de rayon R_T). Déterminer sa vitesse de libération, c'est à dire la valeur minimale v_0 de sa vitesse initiale nécessaire pour qu'il puisse s'échapper de l'attraction terrestre.

8 Forces centrales *

On étudie une masse ponctuelle m aux alentours d'un trou noir de masse M. On négligera les effets relativistes et on ajoutera en plus de l'énergie potentielle Newtonienne $E_p = -\dfrac{GmM}{r}$, une énergie potentielle de la forme $E_p' = -\alpha\dfrac{Mm}{r^3}$, α étant un paramètre réel.

Le mouvement étant plan, on repère la position du point M par ses coordonnées polaires (r,θ), dont la base associée est $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$.

1. On note C la constante des aires. Déterminer la relation entre r, $\dot\theta$ et C.
2. Montrer que l'on peut écrire :
$$m\ddot r = -\frac{\mathrm{d}U_{\text{eff}}}{\mathrm{d}r}$$
où $U_{\text{eff}}(r)$ dépend, entre autres, de r, de la constante des aires C, des masses m et M.
3. Quelle est la condition que doit satisfaire α pour que le mouvement soit circulaire ? Quels sont alors les rayons possibles de ces trajectoires circulaires ? Étudier leur stabilité (on pourra étudier le signe de $\mathrm{d}U_{\text{eff}}/\mathrm{d}r$).

9 Filtrage *

Soit un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + 2\xi j\omega/\omega_0 - (\omega/\omega_0)^2}$$

Le signal d'entrée est $e(t) = E_0 + E_1\sin(\omega t)$ avec $E_0 = E_1 = 1$ V. La sortie $s(t)$ est observée à l'oscilloscope.

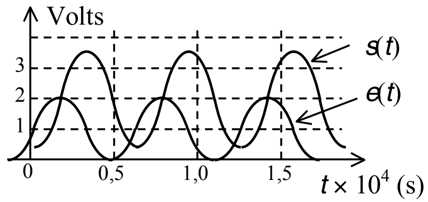

FIGURE 6 –

1. Quelle est l'expression générale de la tension de sortie $s(t)$, en fonction de E_0, E_1, H_0, $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$ et $\varphi = \arg \underline{H}(j\omega)$?
2. Par analyse de l'oscillogramme, déterminer H_0, ω_0 et ξ.

10 Filtrage

On dispose d'un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $Q = 8$ et $f_0 = 200$ Hz.

On lui applique une tension d'entrée périodique $e(t)$ de période T_s, dont la représentation sur l'intervalle de temps $[0, T_s]$ est :

$$e(t) = \begin{cases} 2E_0 t/T_s & \text{si} \quad t \in [0, T_s/2] \\ 2E_0(T_s - t)/T_s & \text{si} \quad t \in [T_s/2, T_s] \end{cases}$$

Sa décomposition en série de Fourier est donnée ci-dessous :

$$e(t) = \frac{E_0}{2} + \frac{8E_0}{\pi^2}\sum_{p=0}^{+\infty}\frac{\cos[\,(2p+1)\omega_s t\,]}{(2p+1)^2}$$

1. Représenter l'allure du signal $e(t)$. Représenter son spectre en amplitude.
2. Quelle est la valeur moyenne de $e(t)$? Quelle est sa valeur efficace E_{eff} ?
3. Déterminer la nature du filtre. Justifier. Quel est le signal de sortie $s(t)$ quand $f_s = f_0$?
4. Représenter le signal de sortie $s(t)$ lorsque $f_s = 20$ Hz. Quelle est sa valeur moyenne ? Sa valeur efficace ?

11 Électrocinétique

On considère le circuit ci-dessous constitué d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L et d'un condensateur de capacité C. Ce filtre est un passe-bande de fréquence de résonance $f_0 = 6{,}0$ kHz.

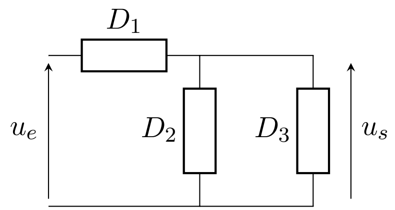

FIGURE 7 –

1. Déterminer les dipôles D_1, D_2 et D_3.
2. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre.
3. En déduire la valeur de $\frac{1}{LC}$.
4. On applique maintenant une tension constante de $u_e = 5{,}0$ V. On constate qu'en régime stationnaire un courant de 50 mA traverse le dipôle D_1. En déduire la valeur de R.

12 Électrocinétique

On considère le montage ci-dessous dans lequel le générateur idéal de tension possède une force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E_m \cos(\omega t)$. La capacité C et la résistance r_0 sont réglables et réglées de telle façon qu'on ne mesure aucune différence de potentiel au niveau du millivoltmètre. On note $\underline{Z}$ l'impédance de la branche AB et $\underline{Z}_0$ celle de la branche ED.

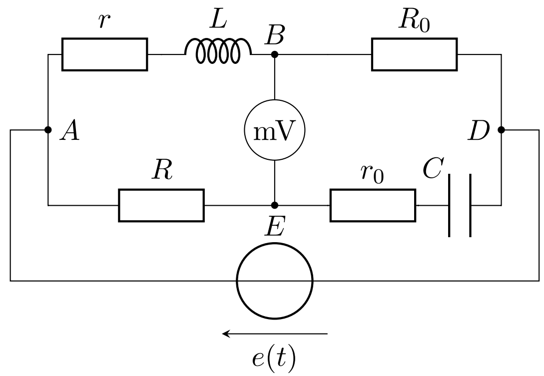

FIGURE 8 –

1. Déterminer $\underline{u}_{AB}(t)$ en fonction de $\underline{Z}$, R_0 et $\underline{e}(t)$.
2. Déterminer $\underline{u}_{AE}(t)$ en fonction de $\underline{Z}_0$, R et $\underline{e}(t)$.
3. Déterminer une relation entre $\underline{Z}$, $\underline{Z}_0$, R et R_0.
4. Déterminer l'inductance L de la bobine en fonction de ω et d'autres paramètres.

13 Décomposition du sulfate de baryum

Le sulfate de baryum se décompose par chauffage en oxyde de baryum (II) et trioxyde de soufre selon l'équation-bilan :

$$BaSO_{4(s)} = BaO_{(s)} + SO_{3(g)}$$

On donne à 25°C :

Espèce	$BaSO_4$	BaO	SO_3
S_m° ($J.K^{-1}.mol^{-1}$)	132	70,5	257
$\Delta_f G^\circ$ ($kJ.mol^{-1}$)	– 1360	– 525	– 371

On se place dans l'approximation d'Ellingham.

1. Calculer $\Delta_r S^\circ(T)$ et $\Delta_r G^\circ(T)$.
2. Calculer les grandeurs $\Delta_r S^\circ(800\,K)$, $\Delta_r H^\circ(800\,K)$ et $\Delta_r G^\circ(800\,K)$ à 800 K. Commenter le signe de ces grandeurs.

14 Synthèse de l'ammoniac

On considère la réaction de synthèse de l'ammoniac en phase gazeuse :

$$N_{2(g)} + 3\ H_{2(g)} = 2\ NH_{3(g)}$$

On donne à 298 K :

Espèce	$NH_{3(g)}$	$N_{2(g)}$	$H_{2(g)}$
S_m° (en $J.K^{-1}.mol^{-1}$)	192,7	191,5	130,6

1. Calculer $\Delta_r S^\circ$(298 K) et commenter son signe.
2. Pour la suite on suppose que $\Delta_r S^\circ$ et $\Delta_r H^\circ$ ne dépendent pas de la température dans le domaine d'étude considéré et on donne $\Delta_r H^\circ = -\ 122{,}6\ kJ.mol^{-1}$.
   Calculer la valeur de la constante d'équilibre K° à 500°C.
3. Dans une enceinte initialement vide et maintenue à 500°C, on introduit en mélange de di-hydrogène et de di-azote en proportions stœchiométriques : n_0 moles de N_2 et $3n_0$ moles de H_2. La réaction se fait à pression P constante.

   Calculer la valeur de la pression P telle que le taux de transformation du di-azote soit de 50 %.
4. Quelle est alors la chaleur échangée avec le milieu extérieur si $n_0 = 1$ mol ?

15 Déplacement d'équilibre

L'état d'équilibre du système ci-dessous est obtenu en introduisant uniquement les réactifs en proportions quelconques :

$$CH_{4(g)} + O_{2(g)} = CO_{2(g)} + 2\ H_{2(g)}$$

Déterminer l'effet sur cet équilibre :

1. d'une augmentation isotherme de pression ;
2. de l'introduction de n mole de di-hydrogène gazeux :

   α) à T et volume constants β) À T et pression constantes